



چگونه یادگیری ریاضی را در خود تقویت کنیم؟

چرا بسیاری از دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی مشکل دارند و از آن فرار می‌کنند؟
برعکس، چرا ریاضی برای بعضی‌ها درس آسانی است و از مطالعه آن لذت می‌برند؟

پاسخ به این سؤال‌ها به چند عامل بستگی دارد. اگر می‌خواهید در یادگیری ریاضی پیشرفت کنید، مطالب زیر را با دقت بخوانید؛ سعی کنید مفهوم آن‌ها را درک و راه‌حل‌های ارائه‌شده را اجرا کنید.

① ساختار ذهنی انسان‌ها با یکدیگر متفاوت است. برخی دانش‌آموزان دروس حفظی را خوب می‌آموزند و عده دیگری دروس «تمرین‌محور» را بهتر یاد می‌گیرند. اما بررسی‌ها نشان می‌دهد که هر دو گروه می‌توانند با تمرین و یادگیری روش‌های درست مطالعه، پیشرفت کنند.

② علاقه به درس ریاضی و روش مطالعه درست و مؤثر، تأثیر زیادی در یادگیری عمیق ریاضی دارد. در بسیاری موارد، دانش‌آموزان با اصلاح روش مطالعه خود به پیشرفت‌های بسیار خوبی در یادگیری ریاضی، دست یافته‌اند.



در این قسمت قصد داریم به تشریح ساختار مغز انسان بپردازیم و روش درست مطالعه و یادگیری ریاضی را توضیح دهیم. پس ابتدا به ساختار مغز می‌پردازیم. همان‌طور که در تصویر می‌بینید، مغز ما شامل دو نیمکره است که از نظر ظاهری بسیار به هم شبیه هستند، اما از نظر کارکرد دارای وظایف اختصاصی و متفاوتی هستند. این دو نیمکره با قسمتی به نام «جسم پینه‌ای» به یکدیگر متصل‌اند. به‌طور کلی در هر انسان، یکی از نیمکره‌های مغزی او بر دیگری برتری دارد و دقیقاً به همین دلیل، توانایی‌های ذهنی تغییر می‌کنند. اگر نیمکره چپ فرد غالب باشد، به او «چپ‌برتر» یا «چپ‌مغز» و اگر نیمکره راستش غالب باشد، به او «راست‌برتر» یا «راست‌مغز» می‌گویند.

ویژگی افراد چپ‌برتر یا چپ‌مغز

- ① رفتارشان سازمان‌یافته‌تر و منظم‌تر است و اطلاعات دریافتی را بهتر پردازش می‌کنند.
- ② معمولاً سطح هوشیاری در این افراد، بیشتر است.
- ③ قوانین و برنامه‌ها را به‌خوبی دنبال می‌کنند.
- ④ در یادگیری ریاضی و علوم تجربی قوی‌تر از راست‌مغزها هستند و سریع‌تر به پرسش‌های ریاضی و علوم تجربی پاسخ می‌دهند.
- ⑤ نظم و طبقه‌بندی را می‌پسندند.
- ⑥ به روش منطقی با مسائل برخورد می‌کنند و تحلیلگر خوبی هستند.



- ۷ به جزئیات بیشتر دقت می کنند.
- ۸ به نظم و انضباط توجه ویژه‌ای دارند.
- ۹ این بخش از مغز ریاضیدان‌ها فعال‌تر و بر نیمکره راست، غالب است.

ویژگی افراد راست‌پرت یا راست‌مغز

- ۱ خیال‌پرداز هستند.
- ۲ این افراد در علوم اجتماعی و هنر موفق‌ترند.
- ۳ بسیار شهودی هستند و پاسخ بسیاری از مسائل را از راه الهام و بدون قاعده به دست می‌آورند.
- ۴ قدرت خلاقیت و کشف دارند.
- ۵ ورزش و حرکات موزون را بهتر انجام می‌دهند.
- ۶ استعداد موسیقی در راست‌برترها بیشتر است.
- ۷ با هنرهای نقاشی و طراحی سروکار دارند.
- ۸ کلی‌نگر هستند. طراحان، نویسندگان، نقاشان و هنرمندان بزرگ از این قسمت مغزشان بیشتر استفاده می‌کنند.

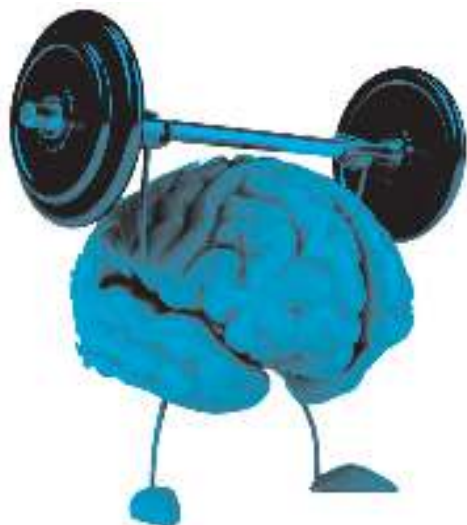
راههای پرورش نیمکره چپ مغز

آیا می‌توانیم نیمکره چپ مغزمان را تقویت کنیم؟ در صورتی که تمرین‌های زیر را انجام دهید، نیمکره چپ مغز شما تقویت و یادگیری ریاضی شما تسریع می‌شود.

- ۱ جدول حل کنید.
- ۲ برای کارهای روزانه‌تان برنامه‌ریزی داشته باشید.
- ۳ از حس شنوایی‌تان در طبیعت و دریافت صداهای آن، بیشتر استفاده کنید.
- ۴ سعی کنید بیشتر پازل و شطرنج بازی کنید.
- ۴ سخنوری و کنفرانس دادن را تمرین کنید.

راههای پرورش نیمکره راست مغز

- ۱ به خودتان برای فکرهای تخیلی و پرداختن به خیال‌بافی، مجال بدهید.
- ۲ رمان بخوانید و داستان را به شکل تصویر در ذهن خود مرور کنید.
- ۳ نقاشی و طراحی را بیاموزید.
- ۴ گاهی بچگانه فکر کنید و به کودک درون خود اهمیت بدهید.



چگونه علاقه خود را به ریاضی بیشتر کنیم؟

در این مورد یک اصل ثابت و مهم وجود دارد: «به هر درسی که نمره‌های خوبی در آن بگیریم، علاقه پیدا می‌کنیم و برعکس، از دروسی که نمرات خوبی در آن‌ها نگرفته باشیم، بیزار می‌شویم». اینکه بعضی از دانش‌آموزان می‌گویند: «من از این درس بدم می‌آید، یا به فلان درس علاقه دارم»، فقط به میزان تجربه‌های موفق و ناموفق در طی سال‌های گذشته و نمراتی که در آن درس‌ها گرفته‌اند، بستگی دارد.

تجربه‌های ناموفق در یک درس به ناتوانی یادگیری در آن درس تبدیل می‌شود

تصور کنید از همان کلاس اول ابتدایی در درس ریاضی مشکل داشته‌اید و نمرات خوبی در این درس به دست نمی‌آورده‌اید. حتی بعضی وقت‌ها، معلمان از والدینتان می‌خواهند که برای حل این مشکل به مدرسه بیایند. این اتفاقات به مرور زمان باعث ترس از ریاضی و بی‌علاقگی شما به این درس می‌شود. برعکس، اگر در این درس نمرات خوبی گرفته باشید و معلم‌های سال‌های قبل، از توانایی‌های شما در یادگیری ریاضی، هم در کلاس درس و هم نزد والدینتان، تعریف کرده باشند، سر ذوق خواهید آمد و شیفته ریاضی خواهید شد. نکته مهم این است که وقتی به درسی علاقه داشته باشیم، ناخودآگاه بیشتر به سراغ آن می‌رویم و وقت بیشتری به آن اختصاص می‌دهیم. همین موضوع باعث می‌شود که در آن پیشرفت کنیم و از مطالعه‌اش خسته نشویم.

چگونه علاقه خود را به ریاضی بیشتر کنیم؟

- ① نترسید. به جای فرار از این درس، وقت بیشتری به آن اختصاص دهید.
- ② ابتدا مطالب ساده‌تر را انتخاب کنید. با یادگیری مطالب ساده‌تر، اعتماد به نفس یادگیری در شما تقویت خواهد شد.
- ③ در منزل یک مبحث یا تمرین ساده که به جلسه آینده مربوط می‌شود را انتخاب کنید و برای یادگیری‌اش بسیار تلاش کنید. از دوستان و همکلاسی‌های خود برای یادگیری عمیق آن کمک بگیرید. وقتی به کلاس درس رفتید، از معلمتان خواهش کنید که به شما اجازه دهد آن مطلب یا تمرین را در کلاس توضیح بدهید یا حل کنید؛ با این کار اعتماد به نفس شما در درس افزایش پیدا خواهد کرد.
- ④ روش درست یادگیری را بیاموزید تا زودتر و عمیق‌تر پیشرفت کنید.

روتن مطالعه و یادگیری ریاضی

- ① درک عمیق مفاهیم ریاضی با مطالعه دقیق و کاملاً مفهومی کتاب درسی و جزوه: یک دانش‌آموز باهوش و ساعی، کتاب درسی، جزوه و کتاب کمک آموزشی خود را با دقت مطالعه می‌کند، مطالب آن‌ها را با یکدیگر مطابقت می‌دهد و سعی می‌کند مفاهیم درسی را به‌طور عمیق و دقیق درک کند. به خاطر داشته باشید که محور اصلی طراحی سؤالات امتحانی، کتاب درسی است. در این مرحله هدف اصلی، درک و فهم کامل و عمیق مفاهیم درس ریاضی است. مطالعه این کتاب در کنار کتاب درسی، کمک زیادی به شما خواهد کرد.

② حل دقیق تمرین‌ها و مطابقت دادن پاسخ‌های خود با پاسخ درست

در این مرحله باید تمرین‌های داده‌شده را با دقت حل و پاسخ خود را با پاسخ درست مقایسه کنید. این کار باید به‌طور کامل انجام و صفر تا صد هر تمرین به‌طور عملی حل شود. مرور تمرین‌ها با چشم به‌جای حل آن‌ها، کاری بی‌بهره و غیرمفید است. باید تلاش کنید هنگام حل تمرین‌های مختلف، سایر اعضای بدن خود را نیز درگیر کنید. نوشتن پاسخ‌ها در یک دفتر چرک‌نویس، چشم‌ها، دست و مغز شما را درگیر و یادگیری شما را عمیق‌تر می‌کند.

یک تصور غلط و خطرناک: بسیاری از دانش‌آموزان بعد از مطالعه جزوه و حل تمرین‌های آن، فکر می‌کنند برای امتحان آماده شده‌اند؛ درحالی‌که انجام این کار فقط ۱۰ درصد از کل یادگیری است.



۳ حل تمرین‌های بیشتر و مطابقت دادن پاسخ‌های خود با پاسخ درست

یادگیری ریاضی مثل رانندگی است. یک راننده تازه‌کار کلاچ، ترمز، دنده و فرمان را به خوبی می‌شناسد، اما مهارت او در رانندگی مانند راننده‌ای نیست که سال‌ها تجربه رانندگی دارد. او باید مدت زیادی در جاده‌های مختلف رانندگی کند تا به راننده‌ای ماهر تبدیل شود. خواندن مطالب آموزشی کتاب درسی یا اسمارت، برای یادگیری عمیق ریاضی کافی نیست، بلکه باید انواع تمرین‌های ارائه شده نیز با دقت حل شوند. در کتاب اسمارت، ابتدا نکات مهم درسی آموزش داده شده، سپس تعدادی تمرین برای یادگیری بیشتر ارائه شده است. در انتهای هر فصل، انواع تست‌ها و تمرین‌های شناسنامه‌دار برای تسلط بیشتر آورده شده است. نباید انتظار داشته باشید که بدون حل این تمرین‌ها ریاضی‌تان تقویت شود. این تمرین‌ها دقیقاً مثل مانورهای جنگی برای سربازان عمل می‌کنند و شما را برای رویارویی با نبرد و امتحان واقعی آماده می‌کنند.

۴ پیدا کردن اشکالات خود و حل مجدد آن‌ها

موقع حل تمرین‌ها و تست‌های مختلف، باید اشکالاتتان را یادداشت کنید. برای برطرف کردن این اشکالات، ابتدا پاسخ‌های تشریحی را با دقت بررسی کنید و ببینید چه اشتباهی داشته‌اید. در صورت نیاز قسمت آموزش را یک بار دیگر بخوانید. این کار به شما کمک می‌کند به اشتباهات پی ببرید و نقاط ضعف‌تان را برطرف کنید.

۵ برطرف کردن اشکالات درسی از طریق همکلاسی‌ها یا در صورت امکان، معلم

نباید با نگرانی از کامل یاد نگرفتن یک مبحث درسی، سر جلسه امتحان حاضر شوید، چه بسا بعضی از سؤالات از همان مطالبی طراحی شوند که شما مشکل دارید. اگر قبلاً این مشکل را حل نکرده‌اید، نباید انتظار داشته باشید در جلسه آزمون با آن وقت محدود و بدون دسترسی به کتاب، بتوانید به چنین سؤالاتی پاسخ دهید. ریشه اصلی اضطراب و دلشوره قبل از آزمون و حتی هنگام آزمون، همین موضوع است. سعی کنید اشکالاتتان را از معلم یا همکلاسی‌ها بپرسید.

۶ حل تمرین‌های با تنوع بیشتر، برای افزایش مهارت و تسلط کامل

به نظر ما برای تسلط بر هر مبحث باید ۲۰ الی ۳۰ تمرین ساده، متوسط و دشوار حل شود. اگر فقط تمرین‌های ساده و معمولی را حل کرده باشید، غیرمنطقی است که انتظار پاسخگویی به سؤالات دشوار و حتی متوسط را در جلسه آزمون داشته باشید. حل تمرین‌های متنوع و دشوار، مثل انجام بازی‌های تدارکاتی با تیم‌های خوب برای یک تیم فوتبال است. هرچه با تیم‌های بهتر و قوی‌تر بازی کنیم، تیم ما قوی‌تر خواهد شد.

در کتاب اسمارت نهم، سطح دشواری تست‌های پایان هر فصل در پاسخ‌نامه، با ستاره مشخص شده است. تست‌های ساده با یک ستاره، تست‌های متوسط با دو ستاره و تست‌های دشوار با سه ستاره علامت‌گذاری شده‌اند. ابتدا سؤالات ساده، سپس سؤالات متوسط و در آخر سؤالات دشوار را حل کنید تا تسلطتان افزایش پیدا کند.

برای موفقیت در یک آزمون تستی، علاوه بر معلومات و آمادگی علمی، توانایی‌های دیگری نیز لازم است؛ از جمله:

توانایی کنترل افکار ذهنی و هیجانات فردی در جلسه آزمون

بررسی‌ها نشان می‌دهند که گاهی دانش‌آموزان قوی و توانمند در آزمون پذیرفته نمی‌شوند. وقتی علت این موضوع را بررسی می‌کنیم، متوجه می‌شویم که این دانش‌آموزان در جلسه آزمون دچار اضطراب و دلشوره می‌شوند و تمرکز خود را برای پاسخگویی به سؤالات از دست می‌دهند. برای موفقیت در آزمون، تکیه صرف به معلومات کافی نیست، بلکه توانایی استفاده درست از معلومات و آموخته‌های ذهنی هم از اهمیت بسیاری برخوردار است. استفاده از راهنمایی‌های مشاوره‌ای توانمند و باتجربه، پرهیز از بیان موفقیت دانش‌آموز در بین اقوام و بستگان، و ارائه آموزش‌های لازم به دانش‌آموز برای تسلط بر هیجانات و افکار ذهنی در جلسه آزمون، بسیار مهم و سرنوشت‌ساز است. وقتی دچار اضطراب می‌شویم، تمرکز خود را از دست می‌دهیم و نمی‌توانیم از دانش خود، به خوبی استفاده کنیم. ریشه این اضطراب و نگرانی به موارد زیر مربوط می‌شود:

۱ حس رقابت ناسالم با دیگران؛

- ۲ فشار بیش از حد والدین برای قبول شدن در آزمون؛
- ۳ عدم آمادگی علمی دانش آموز و مقایسه خود با دیگران؛
- ۴ بیان بیش از حد موفقیت درسی فرزندان در بین فامیل از سوی والدین، در نتیجه، افزایش توقع دیگران و فشار روانی به دانش آموز؛
- ۵ بی توجهی به توانایی‌های ذهنی و درسی دانش آموز و تعیین اهدافی مغایر با توانایی ذاتی او؛
- ۶ تاب‌آوری اندک برخی از دانش‌آموزان و اضطراب ذاتی آن‌ها؛
- ۷ فشار درسی بیش از حد به دانش آموز.

برخی از راهکارهای مقابله با اضطراب درسی به شرح زیر هستند:

- ۱ افزایش توانایی کنترل ذهنی؛
- ۲ کاهش عوامل اضطراب‌زای فوق؛
- ۳ واقع‌بینی و تعیین اهداف تحصیلی متناسب با توانایی دانش آموز؛
- ۴ استفاده از یک مشاور توانمند و آشنا به مسائل روانی و تحصیلی؛
- ۵ رقابت درسی دانش آموز با خودش، نه دیگران؛
- ۶ افزایش آگاهی والدین؛
- ۷ توجه به فعالیت‌های تفریحی و ورزشی در کنار مسائل درسی.

مهارت‌های تست‌زنی و بررسی سؤالات سال‌های گذشته

آشنایی دانش‌آموزان با انواع سؤالات تستی و بررسی و تحلیل آن‌ها اهمیت بسیاری دارد. این کتاب و نرم‌افزار فوق‌پیشرفته آزمون‌ساز همراه آن، کامل‌ترین بسته آموزشی در زمینه ریاضی است و احتمال موفقیت در آزمون ورودی مدارس تیزهوشان و نمونه‌دولتی را افزایش می‌دهد. نرم‌افزار آزمون‌ساز فوق‌پیشرفته لوح برتر کمک زیادی به افزایش مهارت‌های تست‌زنی می‌کند.

■ در این قسمت قصد داریم شما را با تکنیک‌ها و مهارت‌های زیر آشنا کنیم:

الف) آشنایی با نحوه درصدگیری

ب) مهندسی معکوس

ج) تکنیک بعلاوه منها (+ -) یا مدیریت زمان

■ آموزش تکنیک‌های تست‌زنی و نحوه پاسخگویی به سؤالات چهارگزینه‌ای

یکی از نیازهای اصلی هر دانش‌آموز، آشنایی با تکنیک‌ها و فنون تست‌زنی است. در این قسمت تلاش می‌کنیم نکات مهم و کاربردی را در این زمینه توضیح دهیم. از دبیران گرامی و ارجمند درخواست می‌کنیم با مطالعه این بخش، مباحث ارائه‌شده را به دانش‌آموزان خود آموزش دهند.

■ آموزش نحوه درصدگیری

همان‌طور که می‌دانید، در آزمون‌های تستی هر سه پاسخ غلط، یکی از پاسخ‌های درست را از بین می‌برد. برای اینکه بتوانیم درصد هر درس را با توجه به پاسخ‌های نادرست محاسبه کنیم، باید از فرمول زیر استفاده کنیم. به خاطر داشته باشید که به درصد، «نمره خام» هم گفته می‌شود.

$$100 \times \frac{\text{تعداد پاسخ‌های نادرست} - (3 \times \text{تعداد پاسخ‌های درست})}{3 \times \text{تعداد کل سؤالات درس مورد نظر}} = \text{درصد یا نمره خام}$$





شاید بپرسید «پس تکلیف سؤالات نزده یا بدون پاسخ، در این فرمول چه می‌شود؟» باید توجه کنید که سؤالات بدون پاسخ یا نزده، هیچ تأثیری در نمره ندارند و این پاسخ‌های درست و نادرست هستند که نمره شما را تعیین می‌کنند. حالا به یک مثال توجه کنید:

مثال: فرض کنید در آزمونی از ۳۰ سؤال ریاضی، به ۱۵ سؤال پاسخ درست و به ۸ سؤال پاسخ نادرست داده‌اید؛ به ۷ سؤال هم پاسخ نداده‌اید. برای محاسبه «درصد یا نمره خام» باید به شیوه زیر عمل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} ۳۰ = \text{کل سؤالات درس} \\ ۱۵ = \text{پاسخ‌های درست} \\ ۸ = \text{پاسخ‌های نادرست} \\ ۷ = \text{سؤالات بدون پاسخ} \end{array} \right\} \text{درصد} = \frac{\text{تعداد پاسخ‌های نادرست} - (۳ \times \text{تعداد پاسخ‌های درست})}{۳ \times \text{تعداد کل سؤالات درس مورد نظر}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{(۱۵ \times ۳) - ۸}{۳۰ \times ۳} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۴۵ - ۸}{۹۰} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{۳۷}{۹۰} \times \frac{۱۰۰}{۱} \Rightarrow \frac{۳۷۰۰}{۹۰} = ۴۱/۱۱$$

حالا برای اینکه با تأثیر پاسخ‌های نادرست آشنا شوید و بدانید که چرا دبیران شما بارها و بارها تأکید می‌کنند نباید به سؤالاتی که پاسخ آن‌ها را نمی‌دانید، جواب دهید، به ادامه مطلب توجه کنید.

فرض کنید پس از خواندن این مطلب و آشنایی با تکنیک‌های تست‌زنی، از جواب دادن به سؤالاتی که پاسخ آن‌ها را نمی‌دانید، پرهیز کرده‌اید و فقط به همان ۱۵ سؤالی که جواب آن‌ها را بلد بوده‌اید، پاسخ داده‌اید. در این صورت نحوه محاسبه نمره خام یا درصد به شکل زیر خواهد بود:

$$\text{درصد} = \frac{۱۵ \times ۳ - ۰}{۳۰ \times ۳} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۴۵}{۹۰} \times \frac{۱۰۰}{۱} \Rightarrow \frac{۴۵۰۰}{۹۰} = ۵۰$$

اختلاف روش اول و دوم $۵۰ - ۴۱/۱۱ = ۸/۸۹\%$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در مرحله دوم بدون آنکه حتی یک پاسخ درست اضافه کرده باشید، توانستید درصد خود را $۸/۸۹\%$ افزایش دهید. در نتیجه نباید به سؤالاتی که جواب آن‌ها را نمی‌دانید، پاسخ دهید.

مهندسی معکوس در تست‌زنی



وقتی مهندسان و صنعتگران کشوری، محصول و کالای ساخته‌شده کشور دیگری را باز و قطعه‌قطعه و از روی آن کپی‌برداری می‌کنند و به دانش و فناوری ساخت آن محصول دست می‌یابند، مهندسی معکوس را اجرا کرده‌اند. روش مهندسی معکوس از صنعت وارد حوزه آموزش شده است. در پاسخگویی به سؤالات تستی، وقتی با بررسی گزینه‌ها بتوان به پاسخ درست دست پیدا کرد، از این واژه استفاده می‌شود. یعنی به جای اینکه سؤال موردنظر را حل کنید و به پاسخ درست برسید، برعکس عمل می‌کنید و از روی گزینه‌ها به پاسخ درست می‌رسید. برای شناخت بهتر این تکنیک، به مثال‌هایی که در ادامه می‌آیند، توجه کنید.

مثال: دمای داخل اتاق ۱۲ درجه بالای صفر و هوای بیرون اتاق ۱۴ درجه سردتر است. به ترتیب دمای بیرون اتاق و میانگین دمای بیرون و داخل اتاق، چند درجه است؟

(نمونه‌سوالی شهر تهران)

(۴) ۲ و ۵

(۳) ۲- و ۵

(۲) ۲- و ۵-

(۱) ۲ و ۵-

روش اول حل سؤال: در اینجا با همان روش معمولی و مرسوم سؤال را حل می‌کنید تا به جواب برسید.

روش دوم یا همان مهندسی معکوس: در صورتی که پاسخگویی به سؤال، از روش معمولی (روش اول) دشوار و زمان‌بر به نظر برسد، می‌توانید از این روش استفاده کنید. در این روش باید اول به بررسی تمام گزینه‌ها بپردازید و سعی داشته باشید ابتدا گزینه‌های نادرست را حذف کنید تا انتخاب «پاسخ درست» آسان‌تر شود. در مرحله بعدی پاسخ درست را از بین گزینه‌های باقی‌مانده بیابید.

در مورد سؤال فوق، چون دمای بیرون اتاق ۱۴ درجه بوده و از دمای درون اتاق که ۱۲ درجه است، سردتر است، پس دمای بیرون اتاق یا به عبارت بهتر، عدد اول هر گزینه باید حتماً «منفی» باشد. به این ترتیب گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند. حالا باید پاسخ درست را از بین گزینه‌های ۲ و ۳ جست‌وجو کنیم.

چون دمای بیرون ۱۴ درجه بوده و سردتر از دمای داخل اتاق (۱۲) است، پس دمای بیرون اتاق ۲- است. حالا با یک محاسبه ساده، میانگین این دو به دست می‌آید. $۱۰ \div ۲ = ۵ \Rightarrow ۱۰ = (-۲) + (۱۲)$ در نتیجه گزینه «۳» پاسخ درست است.

دقت کنید که طراح سؤال به شکل ماهرانه‌ای گزینه‌های ۲ و ۳ را شبیه به هم طراحی کرده است تا دانش‌آموزان عجول و بی‌دقت به اشتباه بیفتند. به گزینه نادرستی که بسیار به گزینه درست شبیه باشد، «گزینه دام» می‌گوییم. گزینه دام در این سؤال گزینه «۲» است. البته طراح سؤال برای جلوگیری از پاسخگویی شانسی، گزینه‌های ۱ و ۴ را نیز شبیه به هم طراحی کرده است. به مثالی دیگر توجه کنید.

(نمونه‌دهی شهر تهران)

مشال: مقدار تقریبی کسر $\frac{۲}{۳}$ به روش گرد کردن با تقریب کمتر از $۰/۰۱$ چقدر است؟

۰/۶۷ (۴)

۰/۶۶۶ (۳)

۰/۶۶ (۲)

۰/۶ (۱)

چون سؤال گفته است با تقریب $(۰/۰۱)$ ، با بررسی هر چهار گزینه مشخص می‌شود که گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست‌اند و پاسخ درست باید بین گزینه‌های ۲ و ۴ باشد. حال، کدام گزینه با تقریب کمتر از $۰/۰۱$ گرد شده است؟ (۰/۶۶ یا ۰/۶۷) با یک محاسبه ساده می‌توان دریافت که گزینه ۴، یعنی ۰/۶۷، پاسخ درست است.



■ آموزش تکنیک بعلاوه منها (+ -) یا مدیریت زمان

تکنیک بعلاوه منها (+-) به شما یاد می‌دهد که چگونه از فرصت آزمون، خوب و مفید استفاده کنید. این تکنیک برای آن است که دانش‌آموز بتواند زمان محدود خود را در جلسه آزمون مدیریت کند تا با کمبود وقت مواجه نشود. بسیاری از دانش‌آموزان به دلیل اینکه وقت زیادی روی سؤال‌های درس اول می‌گذارند، وقتی به سؤال‌های درس‌های آخر می‌رسند، متوجه می‌شوند که زمانشان به پایان رسیده است و مراقبان در حال جمع‌آوری پاسخ‌ها هستند؛ درحالی‌که هنوز به تعداد زیادی از سؤالات، پاسخ نداده‌اند. یعنی وقت خود را بیهوده صرف سؤالاتی کرده‌اند که شاید پاسخشان هم درست نباشد. در نتیجه فرصت پاسخگویی به سؤالاتی که پاسخشان را بلد بوده‌اند، را از دست داده‌اند. تکنیک (+-) می‌تواند جلوی این مشکل را بگیرد و به دانش‌آموز کمک کند که «زمان» را مدیریت کند تا بتواند به سؤالات همه دروس پاسخ بدهد.

■ تکنیک بعلاوه منها (+ -) را چگونه اجرا کنیم؟

به‌طور کلی سؤالات هر آزمون را می‌توان به سه گروه زیر تقسیم کرد:

① سؤالاتی که پاسخ آن‌ها را می‌دانیم.

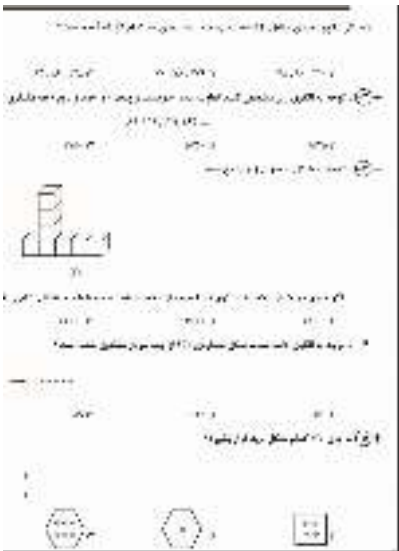
② سؤالاتی که پاسخ آن‌ها را نمی‌دانیم. (سؤالات دشوار).

③ سؤالاتی که اگر وقت بیشتری روی آن‌ها بگذاریم، می‌توانیم پاسخشان را پیدا کنیم.

(سؤالات زمان‌بر)

مشال: تصویر سمت چپ، سؤالات ۱ تا ۵ ریاضی را در دفترچه سؤالات آزمون نشان می‌دهد.

فرض کنید دانش‌آموزی پاسخ سؤال‌های ۱ و ۴ را می‌داند؛ بنابراین ابتدا باید به این سؤالات پاسخ می‌دهد.





اما اگر پاسخ سؤال ۳ را نداند و جواب دادن به آن برایش دشوار باشد، بهتر است وقت خود را تلف نکند و همانطور که در تصویر سمت چپ مشاهده می‌شود، باید دور شماره این سؤال، در دفترچه سؤالات آزمون، یک دایره بکشد، سمت راست آن علامت منها (-) قرار دهد و به سراغ سؤالات بعدی برود. اگر دانش‌آموز بخواهد به این سؤالات پاسخ بدهد، وقت زیادی از او گرفته خواهد شد و ممکن است حتی به پاسخ درست هم نرسد. پاسخ دادن به سؤالات ۲ و ۵ در نگاه اول ممکن به نظر می‌رسد، اما به وقت زیادی نیاز دارند. در برخورد با این نوع سؤالات هم نباید وقت زیادی صرف کرد. پس باید دور این نوع سؤالات هم دایره کشید و در سمت راست آن علامت (+) قرار داد. معنی علامت (+) این است: «من فعلاً نمی‌خواهم به این سؤال پاسخ بدهم؛ چون وقت زیادی می‌خواهد، اما در پایان آزمون اگر وقت اضافه آوردم، به سراغ آن خواهم آمد». در نرم‌افزار آزمون‌ساز فوق‌پیشرفته لوح برتر علامت (+) یا (-) در زیر هر سؤال قرار داده شده است و با کلیک روی آن، علامت مذکور پررنگ تر خواهد شد و شما می‌توانید در پایان آزمون با مشاهده کارنامه خود، از نتیجه آن مطلع شوید. در کارنامه مذکور نتیجه پاسخگویی به این نوع سؤالات نیز برایتان نمایش داده می‌شود. باید در آزمون‌هایی که از خودتان می‌گیرید، آن قدر از این تکنیک استفاده کنید که در جلسه آزمون اصلی بتوانید به سادگی آن را اجرا و زمان را مدیریت کنید تا بتوانید به سؤالات همه دروس پاسخ بدهید.

خلاصه تکنیک بعلاوه منها این است که ابتدا به سؤالاتی که پاسخ آن‌ها را می‌دانید، جواب می‌دهید و بقیه سؤالات را علامت‌گذاری (+ یا -) می‌کنید. سپس در پایان آزمون و بعد از پاسخ دادن به آخرین سؤال، بازمی‌گردید و ابتدا به سراغ سؤالات زمان‌بر که با علامت (+) مشخص شده‌اند، می‌روید و در مرحله پایانی، در صورتی که فرصتی باقی مانده باشد، به سراغ سؤالات دشوار (-) می‌روید و به آن‌ها نیز پاسخ می‌دهید. در پاسخ دادن به سؤالات منهادار (-) باید دقت زیادی داشته باشید؛ چون ممکن است جواب آن‌ها منفی شود. اگر از پاسخ درست، مطمئن بودید، آن را علامت بزینید. در غیر این صورت پاسخ ندادن به این نوع سؤالات به نفع شماست.

در تکنیک منها (-) دور سؤالات دشوار دایره می‌کشیم و سمت راست آن، علامت منها (-) قرار می‌دهیم.

در تکنیک بعلاوه (+) دور سؤالات زمان‌بر دایره می‌کشیم و سمت راست آن، علامت بعلاوه (+) قرار می‌دهیم.

نکات کلیدی و مهم در پاسخگویی به سؤالات چهارگزینه‌ای یا تستی

- ① به فدای مهربان و توانا توکل کنید؛ زیرا هرچه که بخواهد، همان فواید شد.
- ② با برنامه درس بخوانید و در کارتان تلاش و جدیت داشته باشید.
- ③ در پاسخگویی به سؤالات عجله نکنید. اگر پاسخ سؤالی را نمی‌دانید، با حفظ آرامش به سراغ سؤال بعدی بروید.
- ④ در جلسه آزمون تلاش کنید که آرامش خود را حفظ نمایید. به یاد داشته باشید که اگر سؤالات درس خاصی سفت باشد، این سفتی برای همه دانش‌آموزان است و نباید نگران نتیجه آزمون باشید.
- ⑤ تمام گزینه‌های هر سؤال را با دقت بخوانید؛ شاید آخرین گزینه، کامل‌تر از بقیه گزینه‌ها باشد.
- ⑥ پاسخ سؤالات را بلافاصله در پاسخ‌برگ علامت بزینید. برفی از دانش‌آموزان جواب سؤالات را ابتدا داخل دفترچه سؤال مشخص می‌کنند و در پایان آزمون، جواب‌ها را به داخل پاسخ‌برگ منتقل می‌کنند. این کار بسیار خطرناک است؛ چون اولاً وقتتان بیشتر تلف می‌شود، ثانیاً اگر پاسخ یک سؤال جا به جا شود، تمام پاسخ‌های بعد از آن سؤال نیز جا به جا خواهند شد.
- ⑦ از تکنیک‌های «مهندسی معکوس» و «بعلاوه - منها» در آزمون‌هایی که در منزل از خودتان می‌گیرید، استفاده کنید تا در اجرای آن‌ها در جلسه آزمون اصلی، مهارت لازم و کافی را پیدا کنید.
- ⑧ بعد از پاسخ دادن به هر ده سؤال، یک بار، شماره سؤالات پاسخ‌برگ را با شماره سؤالات دفترچه سؤال مطابقت دهید و از جا به جا نشدن پاسخ‌های خود مطمئن شوید.

۹ با استفاده از نرم افزار آزمون ساز فوق پیشرفته‌ای که در اختیار دارید، مهارت‌های تست‌زنی خود را افزایش دهید و تلاش کنید تا در هر آزمون، تعداد پاسخ‌های اشتباهتان را در مقایسه با آزمون‌های قبلی کاهش دهید. در ابتدا سعی کنید بیشتر از آزمون‌های مبحثی و درس به درس استفاده کنید؛ اما در چند هفته باقی‌مانده تا آزمون اصلی، از آزمون‌های جامع استفاده کنید.

۱۰ اگر پاسخ سؤالی را نمی‌دانید، هرگز به آن جواب ندهید.

۱۱ در جلسه آزمون، ساعت به همراه داشته باشید و بعد از پاسخ دادن به هر ۱۰ سؤال، به ساعت خود نگاهی بیندازید و تلاش کنید زمان باقی‌مانده را به فوبی بین سؤالات درس‌های مختلف تقسیم کنید. برای مدیریت زمان، تکنیک بعلاوه منها (+ -) را فراموش نکنید.


۱۲ از اتود (مداد نوکی) برای پاسخ دادن به سؤالات استفاده نکنید. مداد مشکلی نرَم، بهترین وسیله برای پاسخ دادن به سؤالات است.

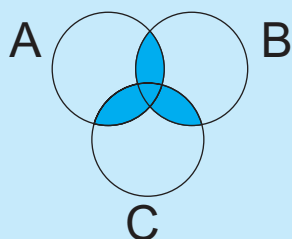
۱۳ یک عدد مدادتراش و یک عدد پاک‌کن فوب، همراه داشته باشید.

۱۴ دعای پدر و مادر سرمایه فوبی برای کمک فداوند متعال به شماست.

پاسخ‌برگ سؤالات تستی انتشارات لوح برتر

دانش‌آموز گرامی! می‌توانید از این پاسخ‌برگ تمرینی، به تعداد دلخواه تکثیر کنید و برای پاسخ دادن به سؤالات آن استفاده کنید. با مداد مشکی نرم، خانه‌ها را به‌طور کامل پر کنید. برای درصدگیری بخش تکنیک‌های تست‌زنی را مطالعه کنید.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۲۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۲۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۸۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<div style="text-align: center;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">نام و نام خانوادگی:</p> <p style="text-align: center;">تاریخ آزمون:</p> <p style="text-align: center;">شماره آزمون:</p> <p style="text-align: center;">نوع آزمون:</p> </div>																														
۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۱۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۲۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۵۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۵۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۹۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۹۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۱۰۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۹۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۰۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p style="text-align: center;">جدول محاسبه نتیجه آزمون</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #cccccc;"> <th>نام درس</th> <th>درست</th> <th>نادرست</th> <th>نژده</th> <th>درصد</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">جمع کل</td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	نام درس	درست	نادرست	نژده	درصد																					جمع کل				
۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۹۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۱۰۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
نام درس	درست	نادرست	نژده	درصد																																																																																																																																																																																			
جمع کل																																																																																																																																																																																							
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۳۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۳۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۴۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۳۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۶۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۶۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>۷۱</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۲</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۳</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۴</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۵</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۶</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۷</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۸</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۷۹</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>۸۰</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																															
۳۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۳۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۴۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			
۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																																																																																																																																																			



مجموعه‌ها

ممتوا و فهرست موضوعی فصل



- ۳۸..... مجموعه متمم
- ۴۱..... تست‌های مبحث دوم
- ۴۲..... پاسخ‌نامه تشریحی و آموزشی
- مبحث سوم: احتمال
- ۴۳..... فضای نمونه‌ای
- ۴۳..... پیشامد
- ۴۴..... اصل ضرب (شمارش)
- ۴۷..... احتمال سطح و حجم
- ۴۸..... مسائل ترکیبی
- ۴۹..... تست‌های مبحث سوم
- ۵۰..... پاسخ‌نامه تشریحی و آموزشی
- سوالات تشریحی و تست‌های جامع فصل اول
- ۵۱..... سوالات تشریحی فصل اول
- ۵۳..... پاسخ‌نامه سوالات تشریحی
- ۵۵..... تست‌های جامع فصل اول
- ۵۸..... پاسخ‌نامه تشریحی و آموزشی
- مبحث اول: مفهوم مجموعه‌ها
- ۱۷..... انواع مجموعه
- ۱۹..... بسته بودن مجموعه نسبت به یک عمل
- ۲۰..... زیرمجموعه و تعداد آن‌ها
- ۲۵..... مجموعه توانی
- ۲۵..... تبدیل نماد ریاضی مجموعه به اعضا
- ۲۷..... تبدیل اعضا به نماد ریاضی
- ۲۸..... تست‌های مبحث اول
- ۲۹..... پاسخ‌نامه تشریحی و آموزشی
- مبحث دوم: اعمال مجموعه‌ها (اشتراک، اجتماع، تفاضل، متمم)
- ۳۱..... اشتراک مجموعه‌ها
- ۳۲..... اجتماع مجموعه‌ها
- ۳۳..... $n(A \cup B)$ و $n(A \cap B)$
- ۳۴..... تفاضل مجموعه‌ها
- ۳۵..... تفاضل متقارن
- ۳۸..... مجموعه مرجع (جهانی، مادر)

مبداً اول

مفهوم مجموعه‌ها



مفهوم مجموعه، مانند نقطه و خط، بسیار بدیهی و پایه‌ای بوده و برای آن تعریفی ارائه نمی‌کنند، ولی می‌توان گفت: مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیا به کار می‌رود که:

۱) مشخص باشند. (عضو بودنشان واضح باشد).

۲) متمایز (غیر تکراری) باشند.



اینکه تعداد اعضا بی‌شمار و نام بردن همه آن‌ها سخت یا غیرممکن باشد، مجموعه بودن را نقض نمی‌کند ولی مبهم بودن ویژگی‌ها و بیان صفت‌های تقریبی و نسبی که نظرات را در مورد اعضا متفاوت و سلیقه‌ای می‌کند، ناقض مجموعه بودن است.



کدام یک از موارد زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

بی‌شمارند ولی تعریف ستاره و کهکشان راه شیری مشخص است.

بسیاریند ولی تعریف شاعر و معاصر مشخص است.

کدام ۵ تا؟! انتخاب این ۵ نفر سلیقه‌ای است.

چند عدد طبیعی؟ چند واحد اختلاف را نزدیکی می‌دانیم؟

از چند شروع شود؟ ... و ۱۳ و ۷ و ۱ یا ... و ۱۴ و ۸ و ۲ یا ...

مشخص است ... و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

مشخص است که فقط عدد صفر این گونه است.

کلاً ۴ عدد اول یک رقمی داریم: ۲ و ۳ و ۵ و ۷

مشخص است که شامل هیچ عددی نیست. (مجموعه تهی)

الف) ستارگان کهکشان راه شیری:

ب) شعرای معاصر ایران:

ج) ۵ نفر از دانشمندان فیزیک هسته‌ای:

د) اعداد طبیعی نزدیک به ۱۷:

ه) دنباله اعداد طبیعی با فاصله‌های متوالی ۶ واحد:

و) مجذور کامل‌های طبیعی:

ز) اعداد نامثبت نامنفی:

ح) چهار عدد اول یک رقمی:

ط) اعداد صحیح بین ۱ و ۲:



معمولاً مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنیم. اعضای مجموعه را داخل {اکولاد} قرار داده و بین آن‌ها «و» یا «،» می‌گذاریم؛ مثلاً:

$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$



جابه‌جایی اعضا و تکراری نوشتن اعضا، مجموعه را تغییر نمی‌دهد. مثلاً:

$$\{2, 3, 4\} = \{3, 2, 3, 4, 4, 2\}$$

{ت، ا، و، ن، م} = مجموعه حروف عبارت «منم ممنون نام تو»

ولی در مجموعه‌هایی که بی‌شمار عضو دارند و یا در آن‌ها از سه نقطه (...) استفاده می‌کنیم، رعایت ترتیب اعضا برای حفظ الگو و رابطه بین آن‌ها لازم است.



نوشتن مجموعه {۳، ۶، ۹، ۱۲، ...} به شکل {۱۲، ۹، ۳، ۶، ...} مجاز نیست.

انواع مجموعه

چند مجموعه عددی معروف

$$O = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \text{ فرد}$$

$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \text{ زوج}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ طبیعی}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ حسابی}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \text{ صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid \begin{array}{l} \text{صورت و مخرج صحیح} \\ a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \\ \text{مخرج ناصفر} \end{array} \right\} \text{ مجموعه اعدادی که کسری یا قابل تبدیل به کسر باشند: گویا}$$

اعدادی که گویا نباشند $Q' = (Q^c)$: گنگ (اصم)

همه اعداد \mathbb{R} : حقیقی

(مجموعه عددهای گنگ و حقیقی، در فصل ۲ کامل معرفی خواهند شد.)

عدد اصلی

تعداد عضوهای مجموعه A را عدد اصلی آن مجموعه گوییم و با $n(A)$ (یا $|A|$) نمایش می‌دهیم.

$$A = \{1, 11, 14, 5\} \Rightarrow n(A) = 4$$



$$B = \{7, 11, 15, \dots, 87\} \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله متوالی}} + 1 = \frac{87 - 7}{4} + 1 = 21 \Rightarrow n(B) = 21$$

$$C = \{2^{15} + 1, 2^{15} + 2, 2^{15} + 3, \dots, 2^{15} + 2^{15}\} \Rightarrow 2^{16} = 2^{15} \times 2 = 2^{15} + 2^{15} \Rightarrow C = \{2^{15} + 1, 2^{15} + 2, 2^{15} + 3, \dots, 2^{15} + 2^{15}\} \Rightarrow n(C) = 2^{15}$$

مجموعه یکانی

مجموعه‌ای که یک عضو دارد.

مجموعه متناهی

مجموعه‌های با پایان که تعداد عضوهای محدودی دارند را متناهی گوییم.

مجموعه نامتناهی

مجموعه‌های بی‌پایان که بی‌شمار عضو دارند را نامتناهی می‌گوییم و معمولاً در ابتدا یا انتهای این مجموعه از «...» استفاده می‌شود.



متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه مورچه‌های کره زمین: متناهی، بسیارند ولی تعدادشان محدود است.

ب) مجموعه $\{1, 3, 5, \dots, 967\}$: متناهی

ج) مجموعه اعداد اول: نامتناهی

د) مجموعه شماره‌های عدد ۱۰۰۰: متناهی، $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, \dots, 1000\}$

هـ) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰۰۰: نامتناهی: $\{10000 \times 1, 10000 \times 2, 10000 \times 3, \dots\}$

برای یافتن n آمین عضو مجموعه، الگوی میان شماره اعداد و خود اعداد را می‌یابیم، یعنی باید بفهمیم چگونه می‌توان شماره ترتیب را به

خود عضو تبدیل کرد.



بیستمین عدد دنباله را بیابید.

الف $A = \{4, 10, 16, 22, \dots\}$

شماره	۱	۲	۳	...	۲۰
عدد	۴	۱۰	۱۶	...	۱۱۸
الگو	$6 \times (1) - 2$	$6 \times (2) - 2$	$6 \times (3) - 2$...	$6 \times (20) - 2$

ب $B = \{1, 8, 27, 64, \dots\}$

شماره	۱	۲	۳	۴	...	۲۰
عدد	۱	۸	۲۷	۶۴	...	۸۰۰۰
الگو	$(1)^3$	$(2)^3$	$(3)^3$	$(4)^3$...	$(20)^3$

ج $C = \{3, 6, 12, 24, \dots\}$

شماره	۱	۲	۳	...	۲۰
عدد	$3 = 3 \times 2^0$	$6 = 3 \times 2^1$	$12 = 3 \times 2^2$...	3×2^{19}
الگو	$3 \times 2^{(1)-1}$	$3 \times 2^{(2)-1}$	$3 \times 2^{(3)-1}$...	$3 \times 2^{(20)-1}$

مجموعه تهی

مجموعه‌ای که عضوی ندارد را تهی نامیده و با $\{\}$ یا \emptyset نشان می‌دهیم.



هر چه داخل آکولاد اصلی باشد، عضو مجموعه است. پس مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ ، $\{\{\}\}$ و $\{\emptyset\}$ یکانی بوده و تهی نیستند.



مجموعه‌های زیر تهی می‌باشند.

ب مجموعه مجذور کامل‌هایی که یکانشان ۷ باشد.

الف مجموعه اعداد یک رقمی بزرگتر از ۱۴.

د مجموعه شمارنده‌های مرکب عدد ۱۰۱.

ج مجموعه اعداد اول بین ۹۰ و ۹۷.



ممکن است اعضای مجموعه، خودشان مجموعه باشند. برای تشخیص تعداد اعضا باید توجه داشت هر آکولادی که باز می‌شود، تا جایی که بسته می‌شود یک عضو را مشخص می‌کند.



مجموعه‌های زیر چند عضو دارند؟

الف $A = \{\{\}, 1, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset\}\} \Rightarrow \text{اعضا: } \{\}, 1, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset, \emptyset\} \Rightarrow n(A) = 5$

ب $B = \{\{1, 2, 3, \dots, 19\}, \{\}\} \Rightarrow \text{اعضا: } \{1, 2, 3, \dots, 19\}, \{\} \Rightarrow n(B) = 2$

ج $C = \{\{3, 4, \{3, 4, 5\}\}, \{7, \emptyset\}\} \Rightarrow \text{اعضا: } \{3, 4, \{3, 4, 5\}\}, \{7, \emptyset\} \Rightarrow n(C) = 1$



برای نمایش عضو بودن در مجموعه از نماد \in و برای عضو نبودن (عدم عضویت) از نماد \notin استفاده می‌کنیم.

در مجموعه $A = \{0, 1, \{0, 1\}, \{\{0, 1\}\}$ داریم:

$$0 \in A, 1 \in A, \{0, 1\} \in A, \{\{0, 1\}\} \in A \quad \{0\} \notin A, \{\{\{0, 1\}\}\} \notin A, \{\{0, 1\}\} \notin A, \{1, 2\} \notin A$$

بسته بودن مجموعه نسبت به یک عمل

مجموعه A نسبت به یک عمل بسته است، به شرط اینکه حاصل این عمل روی هر دو عضو دلخواه A (حتی تکراری)، عضوی از A باشد. برای نشان دادن بسته نبودن، آوردن یک مثال نقض کافی است.

مثال ۸
مجموعه $B = \{-1, 0, 1\}$ نسبت به کدام یک از چهار عمل اصلی بسته است؟

$$\left. \begin{array}{l} -1 \times 0 = 0 \in B \quad -1 \times 1 = -1 \in B \quad 0 \times 1 = 0 \in B \\ -1 \times -1 = 1 \in B \quad 0 \times 0 = 0 \in B \quad 1 \times 1 = 1 \in B \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت به ضرب بسته است}$$

پاسخ:

$$(1) + (1) = 2 \notin B \quad \text{و} \quad (1) - (-1) = 2 \notin B$$

B نسبت به جمع و تفریق بسته نیست، زیرا:

و نسبت به تقسیم بسته نیست، زیرا تقسیم بر صفر تعریف نشده است. ($\frac{-1}{0}$ معنا ندارد)

مثال ۹
مجموعه اعداد گویا نسبت به کدام یک از چهار عمل اصلی بسته است؟

پاسخ: حاصل جمع، حاصل تفریق و حاصل ضرب هر دو کسر دلخواه، یک کسر (عدد گویا) است، لذا \mathbb{Q} نسبت به جمع و تفریق و ضرب بسته است. (ولی تقسیم بر صفر تعریف نشده است)

مثال ۱۰
مجموعه اعداد مجذور کامل طبیعی نسبت به یکی از چهار عمل اصلی بسته است. آن را بیابید.

$$A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots\} \quad \text{یا} \quad \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 \in A, y^2 \in A \Rightarrow x^2 \times y^2 = (x \times y)^2 \in A \\ 5^2 \in A, 7^2 \in A \Rightarrow 5^2 \times 7^2 = 35^2 \in A \quad \text{مثلاً} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت به ضرب بسته است}$$

پاسخ:

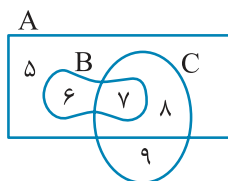
مثال ۱۱
عمل $*$ را به این شکل تعریف می‌کنیم که $a * b = a^{b+1}$. آیا مجموعه $E = \{0, 1\}$ نسبت به عمل $*$ بسته است؟

$$\left. \begin{array}{l} 0 * 1 = 0^{1+1} = 0 \in E, \quad 0 * 0 = 0^{0+1} = 0 \in E \\ 1 * 0 = 1^{0+1} = 1 \in E, \quad 1 * 1 = 1^{1+1} = 1 \in E \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت به } * \text{ بسته است.}$$

پاسخ:

نمودار ون

برای نمایش دادن ساده و ملموس تر مجموعه‌ها و ارتباط و اشتراک مجموعه‌ها، عضوهای هر مجموعه را داخل یک خط بسته (به شکل دلخواه) قرار می‌دهیم. این را نمایش مجموعه با نمودار ون می‌گویند.



$$A = \{5, 6, 7, 8\}, \quad B = \{6, 7\}, \quad C = \{7, 8, 9\}$$

مثال ۱۲
با توجه به نمودار ون زیر داریم:

پاسخ:

مجموعه‌های مساوی

اگر تمام اعضای A و B یکسان باشند (هم تعداد و هم خود اعضا) می‌نویسیم $A = B$.



مثال ۱۳
اگر داشته باشیم $\{x+5, 2\} = \{2x-3y\}$ ، مقدار x و y چند است؟

پاسخ: مجموعه سمت راست یک عضو دارد، پس مجموعه سمت چپ نیز باید یک عضو داشته باشد، لذا $x+5$ و $2x-3y$ مساوی با ۲ هستند.

$$x+5=2 \Rightarrow x=2-5=-3 \quad \text{و} \quad 2x-3y=2 \Rightarrow 2(-3)-3y=2 \Rightarrow -6-3y=2 \Rightarrow y=\frac{-8}{3}$$

مثال ۱۴
اگر $\{1, 2, 3\} = \{-\frac{1}{2}, 2x, 3y\}$ باشد، حاصل $x+y$ چه اعدادی می‌تواند باشد؟

پاسخ: از آنجایی که $3 = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{3}}$ ، لذا $\{2x, 3y\} = \{1, 2\}$

$$\begin{cases} 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \\ 3y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} 2x=2 \Rightarrow x=1 \\ 3y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$$

هم‌ارز

دو مجموعه A و B هم‌ارزند، هرگاه تعداد اعضایشان برابر باشد.

$$[n(A) = n(B)]$$

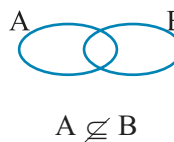
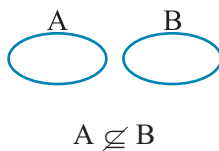
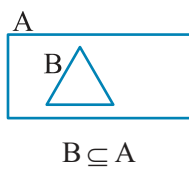
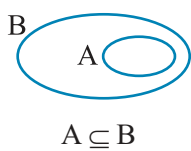
مثال ۱۵
دو مجموعه $A = \{5, 6\}$ و $B = \{0, 0, 1, 0, 1\}$ هم‌ارزند زیرا $n(A) = n(B) = 2$.



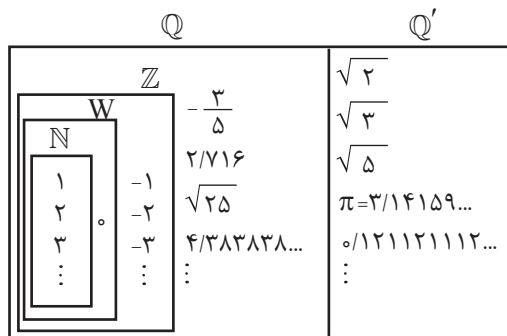
هم‌ارز بودن با مساوی بودن مجموعه‌ها فرق دارد، زیرا در هم‌ارزی قرار نیست خود اعضا یکسان باشند.

زیرمجموعه و تعادل آن‌ها

اگر تمام اعضای مجموعه A در مجموعه B نیز باشد (A داخل B)، گوییم A زیر مجموعه B است و می‌نویسیم $A \subseteq B$. برای نمایش زیرمجموعه نبودن از $\not\subseteq$ استفاده می‌کنیم.



درباره مجموعه‌های معروف عددی داریم:



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \quad \text{و} \quad Q' \subseteq R$$

حقیقی گنگ حقیقی گویا صحیح حسابی طبیعی



اگر $S = \{5, 11\}$ و $W = \{5, 6, 7, 10, 11\}$ و $T = \{5, 7, 11\}$ می‌توان نوشت:

$$S \subseteq T, S \subseteq W, T \subseteq W$$

$$T \not\subseteq S, W \not\subseteq S, W \not\subseteq T$$



۹ $A \subseteq B$ قابل جابه‌جایی نیست، مگر آنکه $A = B$. (یعنی از $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ نتیجه می‌شود که $A = B$)



۱۰ هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است.
 $A \subseteq A, \mathbb{R} \subseteq \mathbb{R}, F \subseteq F, \emptyset \subseteq \{ \}$



۱۱ مجموعه تهی، زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.
 $\emptyset \subseteq B, \{ \} \subseteq Q', \emptyset \subseteq \emptyset$



مثال ۱۲
 ۱۲ عضوهای مجموعه $A = \{ \emptyset, 1, \{ \emptyset, 1 \}, \{ \{ \} \} \}$ را مشخص کنید و \forall تا از زیرمجموعه‌های آن را بنویسید.



۱۳ اگر یک یا چند عضو را داخل یک آکولاد بنویسیم، زیرمجموعه ایجاد می‌شود.

پاسخ:

$\emptyset \in A, 1 \in A, \{ \emptyset, 1 \} \in A, \{ \{ \} \} \in A$
 $\{ \emptyset \} \subseteq A, \{ 1 \} \subseteq A, \{ \{ \emptyset, 1 \} \} \subseteq A, \{ \{ \{ \} \} \} \subseteq A$
 $\{ \emptyset, 1 \} \subseteq A, \{ \emptyset, \{ \emptyset, 1 \} \} \subseteq A, \{ \emptyset, \{ \{ \} \} \} \subseteq A, \emptyset \subseteq A, A \subseteq A$ و ...



مثال ۱۴
 ۱۴ مجموعه‌ای چهارعضوی بنویسید که هر عضو، زیرمجموعه‌اش نیز باشد.

پاسخ:

همواره $\emptyset \subseteq A$
 $A = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}, \{ \{ \emptyset \} \}, \{ \{ \{ \emptyset \} \} \} \} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} \emptyset \in A &\Rightarrow \{ \emptyset \} \subseteq A \\ \{ \emptyset \} \in A &\Rightarrow \{ \{ \emptyset \} \} \subseteq A \\ \{ \{ \emptyset \} \} \in A &\Rightarrow \{ \{ \{ \emptyset \} \} \} \subseteq A \end{aligned} \right\}$


زیرمجموعه محض

تمام زیرمجموعه‌های هر مجموعه غیر تهی، جز خودش، زیرمجموعه‌های محض (سره) آن مجموعه‌اند.

زیرمجموعه بدیهی

\emptyset و خود هر مجموعه را زیرمجموعه‌های بدیهی آن مجموعه گویند.



۱۵ زیرمجموعه زیرمجموعه A ، زیرمجموعه A است، یعنی از $B \subseteq A$ و $C \subseteq B$ نتیجه می‌شود که $C \subseteq A$.

 $C \subseteq B \subseteq A$



مثال ۱۶
 ۱۶ زیرمجموعه‌های مجموعه‌های زیر را بنویسید.



۱۷ برای آنکه زیرمجموعه‌ای از قلم نیفتد، به ترتیب، زیرمجموعه‌های صفر عضوی (تهی)، یک عضوی، ... و n عضوی (خود مجموعه) را می‌نویسیم.



پاسخ:

الف $A = \emptyset \Rightarrow \{ \} \text{ عضو } \Rightarrow (2^0)$ یک زیرمجموعه

ب $B = \{9\} \Rightarrow \begin{cases} \{ \} \text{ عضو} \\ \{9\} \text{ عضو ۱} \end{cases} \Rightarrow (2^1)$ دو زیرمجموعه

ج $C = \{5, 8\} \Rightarrow \begin{cases} \{ \} \text{ عضو} \\ \{8\} \text{ و } \{5\} \text{ عضو ۱} \\ \{5, 8\} \text{ عضو ۲} \end{cases} \Rightarrow (2^2)$ چهار زیرمجموعه

د $D = \{4, 5, 6\} \Rightarrow \begin{cases} \{ \} \text{ عضو} \\ \{4\} \text{ و } \{5\} \text{ و } \{6\} \text{ عضو ۱} \\ \{4, 5\} \text{ و } \{4, 6\} \text{ و } \{5, 6\} \text{ عضو ۲} \\ \{4, 5, 6\} \text{ عضو ۳} \end{cases} \Rightarrow (2^3)$ هشت زیرمجموعه

نتیجه: تعداد زیرمجموعه‌های هر مجموعه n عضو برابر است با 2^n .

$$2^n(A) = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

مثال ۲۱ مجموعه‌ای که ۸ عضو دارد، دارای $2^8 = 256$ زیرمجموعه است و مجموعه‌ای که ۶۴ زیرمجموعه دارد ۶ عضو دارد. (زیرا $2^6 = 64$)

مثال ۲۲ مجموعه 25° و $\{25\}$ و $\frac{5^\circ}{2}$ و $\{25\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

۴ عضو دارد: $1 = 25^\circ$ ، $\{25\}$ ، $\{\frac{5^\circ}{2}\}$ ، $\{25, \frac{5^\circ}{2}\}$

پاسخ:

در نتیجه $2^4 = 16$ زیرمجموعه دارد.

مثال ۲۳ تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه ۶۳ تا است. آن مجموعه چند عضو دارد؟

نکته ۱۵

با توجه به حذف یک زیرمجموعه از بین 2^n زیرمجموعه، تعداد زیرمجموعه‌های محض $2^n - 1$ است.

$$2^n - 1 = 63 \Rightarrow 2^n = 64 \xrightarrow{2^6=64} \text{عضو } 6$$

پاسخ:

مثال ۲۴ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n+1$ عضو برابر است با 2^{n-3} . مقدار n را بیابید.

مثال ۲۵

پاسخ:

$$2^{n+1} = 2^{n-3} \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}$$

$$2^{n+1} = (2^3)^{n-3} \Rightarrow 2^{n+1} = 2^{6n-9} \Rightarrow n+1 = 6n-9 \Rightarrow n = 2$$

یک مجموعه ۹ عضو چند زیرمجموعه با تعداد اعضای فرد دارد؟

نکته ۱۶

به جز تهی، در تمام مجموعه‌ها، تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضو با تعداد زیرمجموعه‌های زوج عضو برابر است. (با این فرض که تهی را جزء زیرمجموعه‌های زوج عضو در نظر بگیریم)

$$2^9 \div 2 = 2^8 = 256$$

پاسخ: نصف تعداد زیرمجموعه‌ها، فرد عضو هستند:



یک مجموعه $n + 2$ عضو چند برابر یک مجموعه $n - 3$ عضو، زیرمجموعه دارد؟



۳۲ برابرش زیرمجموعه دارد. $\Rightarrow 32 = 2^5 = 2^5 = 2^{n+2} \div 2^{n-3} = 2^5$

پاسخ:

با افزودن یا کاستن m عضو، تعداد زیرمجموعه‌ها چه تغییری می‌کند؟



$\Rightarrow \div 2$ کاهش یک عضو و $\Rightarrow \times 2$ افزودن یک عضو

پاسخ:

$\Rightarrow \frac{2^m}{2^m} = \div 2^m$ کاهش m عضو و $\Rightarrow \frac{2^m \times 2^m}{2^m} = \times 2^m$ افزودن m عضو

مجموعه A دارای $n(n+3) - 6$ عضو و مجموعه B دارای $n^2 + 13n - 12$ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های A چند برابر B است؟



$n^2 + 13n - 6 - (13n - 12 + n^2) = n^2 + 13n - 6 - 13n + 12 - n^2 = 6$ اختلاف اعضا

پاسخ:

A, B برابر 128 ، زیرمجموعه دارد. $\Rightarrow 128 = 2^7$ نسبت تعداد زیرمجموعه‌ها

عضوی به مجموعه A اضافه کردیم، 128 تا به زیرمجموعه‌هایش اضافه شد. A چند عضو داشته است؟



پاسخ: روش اول با افزودن یک عضو، تعداد زیرمجموعه‌ها دو برابر می‌شود، یعنی 128 تا داشته و 128 تا به آن اضافه شده است.

7 عضو داشته است. $\Rightarrow 128 = 2^7$ زیرمجموعه

$n = 7 \Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow 2^n (n - 1) = 128 \Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow n = 7$ از 2^n فکتور بگیر

روش دوم

اگر به یک مجموعه n عضو سه عضو بیفزاییم، 112 تا به زیرمجموعه‌هایش اضافه می‌شود. n چند است؟



پاسخ: اختلاف تعداد زیرمجموعه‌ها یعنی اختلاف 2^{n+3} و 2^n برابر با 112 است. از 2^n فکتور می‌گیریم.

$n = 4 \Rightarrow 16 = \frac{112}{2^3} = 2^n \times 7 = 112 \Rightarrow 2^n = \frac{112}{7} = 16 \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$

چند زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک رقمی می‌توان نوشت که شامل مجذور کامل‌ها باشد، ولی اعداد 2 و 3 در آن نباشد.



پاسخ: در واقع باید از 9 تا یک رقمی، عددهای 1 و 4 و 9 و نیز 2 و 3 که تکلیفشان مشخص است را کنار بگذاریم و با چهار عدد بقیه زیرمجموعه بسازیم.

$2^4 = 16 = 2^{9-5}$

یک مجموعه n عضو چند زیرمجموعه دارد که شامل p عضو خاص باشند و q عضو خاص در آن‌ها دیده نشوند؟



پاسخ: در واقع از n عضو باید $p + q$ عضو که تکلیف بودن یا نبودنشان در زیرمجموعه مشخص است را کنار بگذاریم و با باقی‌مانده اعضا $(n - (p + q))$ زیرمجموعه بسازیم. لذا تعداد این زیرمجموعه‌ها $2^{n-(p+q)}$ است.

اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$ و $B = \{4, 5, \dots, 10\}$ باشد، چند مجموعه X می‌توان نوشت که: $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ ؟ یعنی:



$\{4, 5, 6, 7\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

پاسخ:

$2^6 = 64 = 2^{10-4}$

64 مجموعه با ویژگی X می‌توان نوشت:

تعداد زیرمجموعه‌هایی از $\{1, 2, \dots, 10\}$ را می‌خواهد که حتماً شامل 4 و 5 و 6 و 7 باشند.



تعداد زیرمجموعه‌هایی از $\{2, 3, 4, \dots, 12\}$ که کوچکترین عضوشان ۵ باشد، چقدر است؟

$$2^{1-(1+3)} = 2^7 = 128$$

پاسخ: یعنی شامل ۵ باشد ولی شامل ۲ و ۳ و ۴ نباشد. (از ۱۱ عدد ۴ تا کنار می‌روند)



در چند زیرمجموعه از $\{1, 11, 12, \dots, 20\}$ مجموع کوچکترین و بزرگترین عضو ۲۹ است؟

پاسخ: زیرمجموعه مورد نظر باید شامل یکی از عضوهای اول و آخر $(1, 18)$ ، $(12, 17)$ ، $(13, 16)$ و $(14, 15)$ باشد و سایر اعضا فقط از بین آن دو عدد انتخاب شوند که به ترتیب $2^8 = 256$ ، $2^6 = 64$ ، $2^4 = 16$ ، $2^2 = 4$ و $2^0 = 1$ حالت را شامل می‌شوند، یعنی در مجموع ۳۴۱ حالت (زیرمجموعه) را شامل می‌شود.



مجموعه $\{\{1, 5, \{\}\}, \{1, 5, \{\}\}\}$ چند زیرمجموعه دوعضوی دارد؟

پاسخ: این مجموعه شامل ۵ عضو متمایز است که زیر آن‌ها خط کشیده‌ایم. لذا طبق نکته (۱۸)، $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ ، زیرمجموعه ۲ عضوی دارد.



با دانستن آنکه $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ (ان فاکتوریل) داریم:

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

■ تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی از یک مجموعه n عضوی:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3}$$

■ تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از یک مجموعه n عضوی:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times k}$$

■ تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه n عضوی:



یک مجموعه ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟

$$\frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} = \frac{7 \times 8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 210$$

پاسخ:



یک مجموعه ۹ عضوی چند زیرمجموعه حداکثر ۶ عضوی دارد؟

تعداد زیرمجموعه‌های ۹ عضوی: ۱

پاسخ: تعداد کل زیرمجموعه‌ها: $2^9 = 512$

$$\frac{9!}{8!(9-8)!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 8 \times 1} = 9$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۸ عضوی:

$$\frac{9!}{7!(9-7)!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 7 \times 1 \times 2} = 36$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۷ عضوی:

حداکثر ۶ عضوی یعنی از کل زیرمجموعه‌ها، ۹ عضوی و ۸ عضوی و ۷ عضوی را کنار بگذاریم:

$$512 - (1 + 9 + 36) = 466 = \text{حداکثر ۶ عضوی‌ها}$$



در یک مجموعه ۱۷ عضوی تعداد زیرمجموعه‌های ۱۲ عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های چند عضوی برابر است؟

$$16 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$



در یک مجموعه n عضوی با توجه به تقارنی که در چینش زیرمجموعه‌ها وجود دارد، می‌توان گفت: تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های $n - k$ عضوی برابر است.

پاسخ: گزینه «۲»

تعداد زیرمجموعه‌های $12 = 17 - 5$ عضوی با زیرمجموعه‌های $5 = 17 - 12$ عضوی برابر است.



در یک مجموعه، تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی ۲۶ برابر تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی است. تعداد عضوها را بیابید.

$$\frac{\text{سه عضوی}}{\text{دو عضوی}} = \frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3}}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{n-2}{3} = 26 \Rightarrow n-2 = 3 \times 26 = 78 \Rightarrow n = 78 + 2 = 80$$

پاسخ:

مجموعه توانی

مجموعه همه زیرمجموعه‌های A را مجموعه توانی A گوئیم و آن را با $P(A)$ نمایش می‌دهیم:



مجموعه توانی $\{1, 2, 3\}$ را بنویسید.

$$P(\{1, 2, 3\}) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

پاسخ: مجموعه‌ای شامل همه زیرمجموعه‌ها:

نتیجه: تعداد اعضای مجموعه توانی A برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های A یعنی $2^{n(A)}$.



مجموعه $P(P(P(\emptyset)))$ چند عضو دارد؟

$$\text{عضو } \emptyset \Rightarrow P(\emptyset) = \{\emptyset\} \Rightarrow \text{عضو } \emptyset \Rightarrow P(P(\emptyset)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \Rightarrow \text{عضو } \emptyset \Rightarrow P(P(P(\emptyset))) = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}\} \Rightarrow \text{عضو } \emptyset \Rightarrow P(P(P(P(\emptyset)))) = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\{\emptyset\}\}\}$$

پاسخ:

تبدیل نماد ریاضی مجموعه به اعضا

در نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی، ابتدا شکل جبری عضوها و سپس شرطهایی برای متغیر بیان می‌شود تا با جایگذاری مقدارهای معرفی شده در عبارت جبری، مقدار عضوها به دست آید.



۱۹ $x > a$ اعداد بزرگتر از a ، $x < a$ اعداد کوچکتر از a و $a < x < b$ اعداد بین a و b را نشان می‌دهد. در عبارتی مانند $a \leq x < b$ می‌تواند مساوی a هم باشد، زیرا علامت مساوی دارد ($a \leq x$) ولی $x = b$ موردنظر نیست.



اعضای مجموعه‌های زیر را بنویسید.

الف) $A = \{1 - 5x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq -2\}$

پاسخ: اعداد صحیح بین -5 و -2 عبارت‌اند از -3 و -4 ، خود $x = -2$ نیز قبول است. این سه عدد را در $1 - 5x$ جایگذاری می‌کنیم.

$$A = \{1 - 5(-2), 1 - 5(-3), 1 - 5(-4)\} = \{11, 16, 21\}$$

ب) $B = \{x^2 - 2^x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2/7\}$

پاسخ: گرچه $x = 2/7$ نیز ذکر شده است ولی $2/7 \notin \mathbb{N}$ ، اعداد طبیعی کوچکتر از $2/7$ یعنی 1 و 2 را در $x^2 - 2^x$ جایگذاری می‌کنیم.

$$B = \{(1)^2 - 2^{(1)}, (2)^2 - 2^{(2)}\} = \{-1, 0\}$$

ج) $C = \{4^{\Delta x + 2} \mid x \in \mathbb{W}, -4 \leq x < 0/972\}$

پاسخ: بین $0/972$ و -4 تنها عدد حسابی $x = 0$ است.

$$C = \{4^{\Delta(0) + 2}\} = \{4^2\} = \{16\}$$

د) $D = \{x^y - 2xy \mid \langle x, y \rangle \in \mathbb{N}, x + y = 4\}$

$$(x, y) = (1, 3) \text{ یا } (2, 2) \text{ یا } (3, 1)$$

پاسخ: کدام جفت اعداد طبیعی جمعشان ۴ می‌شود.

$$D = \{(1)^{(3)} - 2(1)(3), (2)^{(2)} - 2(2)(2), (3)^{(1)} - 2(3)(1)\} = \{-5, -4, -3\}$$



$$\text{ط} \quad E = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 2, \frac{12}{x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$$

پاسخ: از $\frac{12}{x+1} \in \mathbb{Z}$ نتیجه می‌شود که ۱۲ بر $x+1$ بخش‌پذیر است، پس $x+1$ مساوی با ± 1 و ± 2 و ± 3 و ± 4 و ± 6 و ± 12 می‌باشد، در نتیجه خود x مساوی با 0 و -2 و -3 و -4 و -5 و -6 و -7 و -11 و -13 می‌تواند باشد که شرط $x < 2$ باعث حذف ۲ و ۳ و ۵ و ۱۱ می‌باشد و لذا:

$$E = \{0, 1, -2, -3, -4, -5, -7, -13\}$$

(اگر شرط $x \in \mathbb{Z}$ نبود بی‌شمار جواب داشتیم؛ زیرا از تقسیم ۱۲ بر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{-2}{7}$ و $\frac{-2}{19}$ و ... نیز عددی صحیح به دست می‌آید.)

$$\text{و} \quad F = \left\{ \frac{x+2}{2-x} \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq 2x+5 \leq 1 \right\}$$

$$-1 \leq 2x+5 \leq 1 \xrightarrow{\text{هر سه منهای ۵ شوند}} -6 \leq 2x \leq -4 \xrightarrow{\text{هر سه } \div 2 \text{ شوند}} -3 \leq x \leq -2$$

پاسخ:

$$F = \left\{ \frac{(-2)+2}{2-(-2)}, \frac{(-3)+2}{2-(-3)} \right\} = \left\{ 0, \frac{-1}{5} \right\}$$

-2 و -3 را در $\frac{x+2}{2-x}$ جایگذاری می‌کنیم.

$$\text{ز} \quad G = \left\{ x \mid x > 0, \sqrt{30-2x} \in \mathbb{W} \right\}$$

پاسخ: برای آن‌که حاصل جذر، حسابی باشد، باید $30-2x$ مجذور کامل باشد مانند 0 و 1 و 4 و 9 و 16 و 25 که از تساوی $30-2x$ با تکتک آن‌ها این جواب‌ها به دست می‌آید.

$$G = \left\{ 15, \frac{29}{2}, 13, \frac{21}{2}, 7, \frac{5}{2} \right\}$$

$$\text{ح} \quad H = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, 3^0 \leq 3^x \leq 6^0 \right\}$$

$$3^0 \leq 3^x \leq 6^0 \xrightarrow{\text{هر سه } \div 3 \text{ شوند}} 1^0 \leq x^2 \leq 2^0$$

پاسخ:

$$H = \{+4, -4\} \leftarrow \pm 4$$

توان دوم کدام عدد صحیح بین 1^0 و 2^0 قرار دارد؟

$$\text{ط} \quad I = \left\{ \frac{(-1)^x}{x} \mid 3x \in \mathbb{Z}, 2 < x < 4 \right\}$$

پاسخ:

$$2 < x < 4 \xrightarrow{\times 3} 6 < 3x < 12 \Rightarrow 3x = \begin{cases} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{7}{3} \\ \frac{8}{3} \\ 3 \\ \frac{10}{3} \\ \frac{11}{3} \end{cases}$$

عدد -1 به توان زوج برابر با 1 و به توان فرد برابر با -1 می‌باشد. (زوج و فرد بودن صورت کسر توان، مهم است)

$$I = \left\{ \frac{(-1)^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}}, \frac{(-1)^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}}, \frac{(-1)^3}{3}, \frac{(-1)^{\frac{10}{3}}}{\frac{10}{3}}, \frac{(-1)^{\frac{11}{3}}}{\frac{11}{3}} \right\} = \left\{ \frac{-3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{-1}{3}, \frac{3}{10}, \frac{-3}{11} \right\}$$

$$\text{ی} \quad K = \left\{ \frac{4^{x+2y}}{8^{y-1}} \mid 2-y=2x \right\}$$

پاسخ:

$$2-y=2x \Rightarrow 2x+y=2 \quad (*)$$

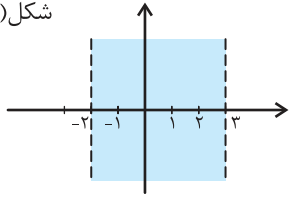
$$\frac{4^{x+2y}}{8^{y-1}} = \frac{(2^2)^{x+2y}}{(2^3)^{y-1}} = \frac{2^{2x+4y}}{2^{3y-3}} = 2^{2x+4y-(3y-3)} = 2^{2x+y+3} \stackrel{(*)}{=} 2^{(2)+3} = 2^5 \Rightarrow K = \{32\}$$

مجموعه $\left\{ \left[\frac{x}{y} \right] \mid -2 < x < 3, 1 < y \leq 3 \right\}$ را روی دستگاه مختصات مشخص کنید.

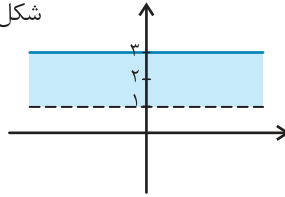


پاسخ: مجموعه نقاطی است که طولشان بین ۲- و ۳ (شکل ۱) و عرضشان بین ۱ و ۳ (و خود ۳) باشد (شکل ۲)

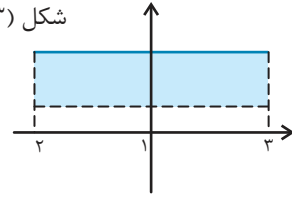
شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



از ادغام (اشتراک) این دو شکل، مجموعه مورد نظر به دست می‌آید. (شکل ۳) مجموعه نقاطی که هر دو شرط را داشته باشند، یک مستطیل را تشکیل می‌دهند.

مجموعه $\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 2\}$ چند عضو دارد؟



ممکن است تعداد عدددهایی که جای متغیر می‌گذاریم از تعداد عضوهای مجموعه بیشتر باشد، چرا که ممکن است برخی حاصل‌ها مساوی شوند.

$$\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 2\} = \{(-2)^2, (-1)^2, (0)^2, (1)^2, (2)^2\} = \{4, 1, 0\} \Rightarrow \text{سه عضو}$$

-2, -1, 0, 1, 2

پاسخ:

تبدیل اعضا به نماد ریاضی

باید یک الگوی جبری یکسان برای تمام اعضا بیابیم، به طوری که عملیاتی یکسان روی چند عدد متوالی را نشان دهد، سپس اعداد متوالی را به متغیر تبدیل می‌کنیم.

الف $A = \{-7, -14, -21, \dots\} = \{-7 \times (1), -7 \times (2), -7 \times (3), \dots\} = \{-7x \mid x \in \mathbb{N}\}$
1, 2, 3, ...

ب $B = \{4, 7, 10, \dots, 64\} = \{3(1) + 1, 3(2) + 1, \dots, 3(21) + 1\} = \{3x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq 21\}$
1, 2, 3, ..., 21

ج $C = \{9, 16, 25, 36, \dots\} = \{(3)^2, (4)^2, (5)^2, \dots\} = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq 3\}$
3, 4, 5, 6, ...

د $D = \left\{ \frac{32}{7}, \frac{64}{8}, \frac{128}{9}, \dots, \frac{2048}{13} \right\} = \left\{ \frac{2^{(5)}}{(5)+2}, \frac{2^{(6)}}{(6)+2}, \frac{2^{(7)}}{(7)+2}, \dots, \frac{2^{(11)}}{(11)+2} \right\} = \left\{ \frac{2^x}{x+2} \mid x \in \mathbb{Z}, 5 \leq x \leq 11 \right\}$
5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

ه $E = \{26, 7, 0, -1, \dots\} = \{2^7 - 1, 2^3 - 1, 2^0 - 1, 2^{-1} - 1, \dots\} = \{x^r - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 3\}$
3, 2, 1, 0, ...

و $F = \{1, 11, 102, 1003, \dots\} = \{1 \cdot 0^0 + 1, 1 \cdot 0^1 + 2, 1 \cdot 0^2 + 3, \dots\} = \{1 \cdot 0^x + x \mid x \in \mathbb{W}\}$
0, 1, 2, ...

ز $G = \{-1, 4, -27, 256, \dots\} = \{-1 \times 1, 2 \times 2, -3 \times 3 \times 3, 4 \times 4 \times 4 \times 4, \dots\} = \{-1^1, +2^2, -3^3, +4^4, \dots\}$
 $= \{(-1)^1 \times 1^1, (-1)^2 \times 2^2, (-1)^3 \times 3^3, (-1)^4 \times 4^4, \dots\} = \{(-1)^x \times x^x \mid x \in \mathbb{N}\}$
1, 2, 3, ...

یکی در میان، منفی شدن اعضا معمولاً توسط $(-1)^n$ یا $(-1)^{n+1}$ ایجاد می‌شود.

ح $\{6, 66, 666, 6666, 66666\} = \{6 \times 1, 6 \times 11, 6 \times 111, 6 \times 1111, 6 \times 11111\} = \left\{ 6 \times \frac{9}{9}, 6 \times \frac{99}{9}, 6 \times \frac{999}{9}, 6 \times \frac{9999}{9}, 6 \times \frac{99999}{9} \right\}$
 $= \left\{ 6 \times \frac{1^0 - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{00} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{000} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{0000} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{00000} - 1}{9} \right\}$
 $= \left\{ 6 \times \frac{1^{\circ(1)} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{\circ(2)} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{\circ(3)} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{\circ(4)} - 1}{9}, 6 \times \frac{1^{\circ(5)} - 1}{9} \right\} = \left\{ 6 \times \frac{1^{\circ x} - 1}{9} \mid x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq 5 \right\}$
1, 2, 3, 4, 5



تست‌های مبتدئ اول



$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}\}$$

۱. با توجه به مجموعه A ، کدام عبارت زیر درست نیست؟

- (۱) $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$ (۲) $\{\emptyset, \emptyset\} \in A$ (۳) $\{\{\emptyset\}, \emptyset\} \subseteq A$ (۴) $\{\emptyset, \emptyset\} \subseteq A$

$$B = \left\{ \frac{-18}{5}, \frac{-14}{5}, -2, \dots, 22 \right\}$$

۲. مجموعه روبه‌رو چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

۳. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2k + 2$ عضو چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2k - 2$ عضو است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۴. نمایش ریاضی مجموعه $\{-1, -4, +9, +16, -25, -36, \dots\}$ برابر است با:

- (۱) $\{(-1)^x \times x \mid x \in \mathbb{N}\}$ (۲) $\{(-x)^x \mid x \in \mathbb{N}\}$
 (۳) $\{(-1)^{\frac{x(x-1)}{2}} \times x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ (۴) $\{(-1)^{\frac{x(x+1)}{2}} \times x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$

$$C = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{72}{x^2} \in \mathbb{N} \right\}$$

۵. تعداد عضوهای مجموعه روبه‌رو را به‌دست آورید.

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۶. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، در چند زیرمجموعه A ، اعداد ۱ و ۲ حتماً وجود دارند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۷. تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه n عضو، ۱۹۱ واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n - 2$ عضو است. مقدار

n کدام گزینه است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۸. مجموعه زیر چند عضو دارد؟

$$A = \{2^{1396} + 2, 2^{1396} + 4, 2^{1396} + 8, 2^{1396} + 16, \dots, 2^{1397}\}$$

- (۱) 2^{1395} (۲) 2^{1396} (۳) 1395 (۴) 1396

۹. تعداد اعضای مجموعه زیر را مشخص کنید.

$$B = \{x \mid x \leq 0, \sqrt{40 + 3x} \in \mathbb{N}\}$$

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۰. تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضو یک مجموعه $n + 2$ عضو، ۱۵ برابر تعداد زیرمجموعه‌های تک عضو یک مجموعه n عضو می‌باشد. مقدار n را بیابید.

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹



پاسخنامه تشریحی و آموزشی تستهای مبتدیان اول

$$x=1 \Rightarrow \frac{72}{1^2} = 72 \in \mathbb{N}$$

$$x=2 \Rightarrow \frac{72}{2^2} = 18 \in \mathbb{N}$$

$$x=3 \Rightarrow \frac{72}{3^2} = 8 \in \mathbb{N}$$

$$x=4 \Rightarrow \frac{72}{4^2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=5 \Rightarrow \frac{72}{5^2} \notin \mathbb{N}$$

$$x=6 \Rightarrow \frac{72}{6^2} = 2 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow C = \{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow \text{عضو ۴}$$



گزینه ۳

اعداد ۱ و ۲ را کنار می‌گذاریم، با سه عضو دیگر ۳ زیرمجموعه می‌توان نوشت. (سپس ۱ و ۲ را داخل آن‌ها قرار می‌دهیم.)



گزینه ۷

$$\underbrace{2^n - 1}_{\text{محض}} - 2^{n-2} = 191 \Rightarrow 2^n - 2^{n-2} = 192$$

$$\Rightarrow 2^{n-2}(2^2 - 1) = 192 \Rightarrow 2^{n-2} = \frac{192}{3} = 64 = 2^6$$

$$\Rightarrow n - 2 = 6 \Rightarrow n = 8$$



گزینه ۸

$$1397 = 2 \times 1396 = 1396 + 1396$$

$$\Rightarrow A = \{1396 + 1, 1396 + 2, 1396 + 3, \dots, 1396 + 1396\}$$

با توجه به توان‌ها ۱۳۹۶ عضو دارد.



گزینه ۹

$$B = \{x \mid x \leq 0, \sqrt{40 + 3x} \in \mathbb{N}\}$$

$$\sqrt{40 + 3x} = n \Rightarrow \text{عدد طبیعی}$$

$$\Rightarrow n^2 = 40 + 3x \Rightarrow x = \frac{n^2 - 40}{3}$$

$$n=1 \Rightarrow x = -13$$

$$n=2 \Rightarrow x = -12$$

$$n=3 \Rightarrow x = \frac{-31}{3}$$

$$n=4 \Rightarrow x = -8$$

$$n=5 \Rightarrow x = -5$$

$$n=6 \Rightarrow x = \frac{-4}{3}$$

$$n=7 \Rightarrow x = 3 > 0 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\Rightarrow B = \{-13, -12, \frac{-31}{3}, -8, -5, \frac{-4}{3}\} \Rightarrow \text{عضو ۶}$$



گزینه ۴

A اعضای: $\{\emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \emptyset$

تهی: \emptyset
 زیرمجموعه‌های A تک عضو: $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \emptyset\}\}$
 دو عضو: $\{\emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \emptyset\}, \emptyset\}$
 سه عضو: $\{\emptyset, \{\emptyset, \emptyset\}\}$

گزینه ۴ عضو مجموعه A است، نه زیرمجموعه. پس $\{\emptyset, \emptyset\} \subseteq A$ غلط است.



گزینه ۳

$$B = \left\{ \frac{-18}{5}, \frac{-14}{5}, \frac{-10}{5}, \dots, \frac{+110}{5} \right\}$$

$$\text{تعداد اعداد: } \frac{110 - (-18)}{4} + 1 = \frac{128}{4} + 1 = 32 + 1 = 33$$



گزینه ۳

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $(3k+2)$ عضو

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $(3k-2)$ عضو

$$= \frac{2^{3k+2}}{2^{3k-2}} = 2^{(3k+2)-(3k-2)} = 2^4 = 16$$



گزینه ۴

در گزینه ۱ و ۲ عبارت $(-1)^x$ باعث یکی در میان، منفی شدن است که درست نیست.

با قرار دادن $x = 1, 2, 3, \dots$ ، گزینه ۴ جواب سؤال است.

$$\frac{x(x+1)}{(-1)^2 \times x^2 \mid x \in \mathbb{N}} = \{-1, -4, +9, +16, -25, \dots\}$$

$$\frac{x(x+1)}{2}$$

نکته: $(-1)^2$ باعث ۲ تا منفی، ۲ تا مثبت شدن اعضای مجموعه می‌شود.



گزینه ۵

باید ببینیم ۷۲ بر کدام مجذور کامل‌ها بخش پذیر است.

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{72}{x^2} \in \mathbb{N}\}$$



$$\frac{(n+2)(n+2-1)(n+2-2)}{1 \times 2 \times 3} = \frac{(n+2)(n+1)(n)}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = 15 \times n \xrightarrow{\div n} \frac{(n+1)(n+2)}{6} = 15$$

$$\Rightarrow (n+1)(n+2) = 90$$

ضرب دو عدد متوالی ۹۰ شده است (۹۰ = ۹ × ۱۰) لذا:

$$\frac{(n+1)(n+2)=90}{\rightarrow n=8}$$

روش دوم با توجه به $X \leq 0$ حاصل $40 + 3X$ باید یکی از مجذور کامل‌های ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵ و ۳۶ باشد که شش معادله با شش جواب مختلف می‌دهد.



گزینه ۳

n = تعداد زیرمجموعه‌های یک عضوی از مجموعه n عضوی

تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از مجموعه $n+2$ برابر است با:



یادداشت

مبحث دوم

..... اعمال مجموعه‌ها

اشتراک مجموعه‌ها

برای نمایش قسمت (اعضای) مشترک بین مجموعه‌های A و B از نماد $A \cap B$ یا $B \cap A$ استفاده می‌کنیم.

اگر $A = \{۷, ۵, ۱۱\}$ و $B = \{۳, ۴, ۵\}$ و $C = \{۷, ۱۱\}$ باشند، داریم:

$$A \cap B = \{۵\}$$

$$A \cap C = \{۷, ۱۱\}$$

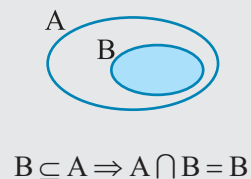
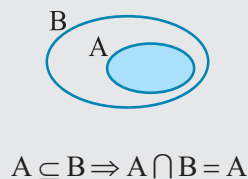
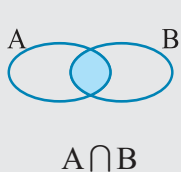
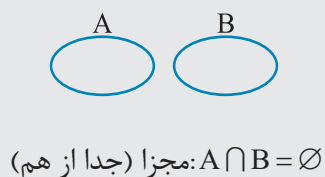
$$B \cap C = \{\}$$

$$A \cap B \cap C = \{\}$$

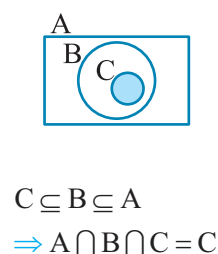
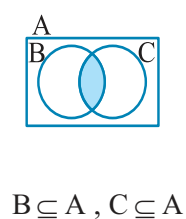
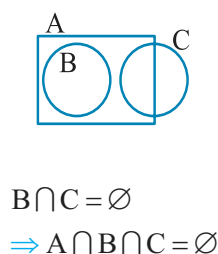
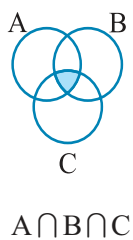
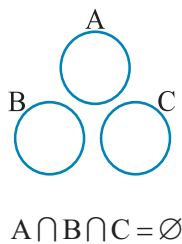
برای رنگ کردن ناحیه $A \cap B$ در نمودار ون، فرض می‌کنیم A را سیاه و B را آبی نموده‌ایم. ناحیه‌ای که دوبار رنگ شود (سیاه و آبی)، ناحیه $A \cap B$ است.



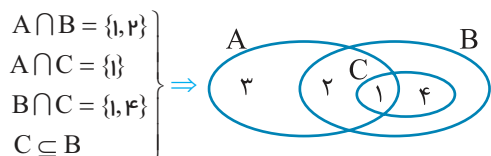
دو مجموعه نسبت به میزان اشتراکشان ۴ وضعیت می‌توانند داشته باشند:



ناحیه $A \cap B \cap C$ را رنگ کنید.



با توجه به $A = \{۱, ۲, ۳\}$ و $B = \{۱, ۲, ۴\}$ و $C = \{۱, ۴\}$ وضع سه مجموعه را با نمودار ون نمایش دهید.





اجتماع مجموعه ها

اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه اعضای هر دو مجموعه می باشد و آن را با $A \cup B$ یا $B \cup A$ نمایش می دهیم.

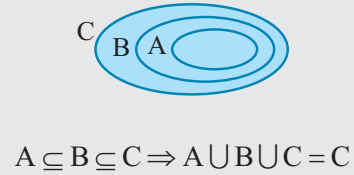
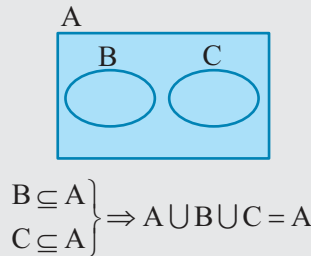
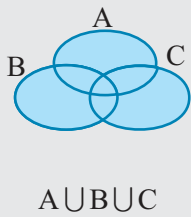
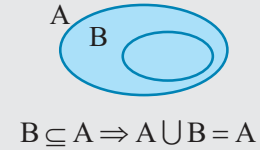
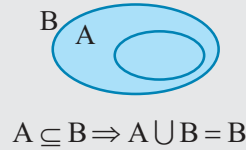
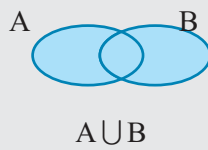
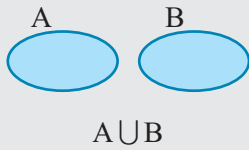
مثال ۳ اگر $A = \{۷, ۵, ۱۱\}$ و $B = \{۳, ۴, ۵\}$ و $C = \{۷, ۱۱\}$ باشد، داریم:

$$A \cup B = \{۳, ۴, ۵, ۷, ۱۱\} \quad \text{و} \quad A \cup C = \{۷, ۵, ۱۱\} = A$$

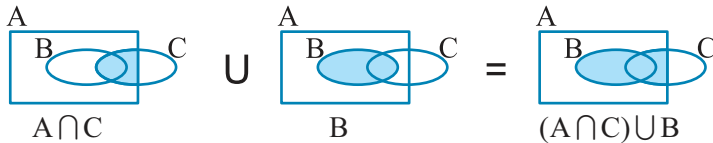
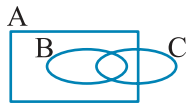
$$B \cup C = \{۳, ۴, ۵, ۷, ۱۱\} \quad \text{و} \quad A \cup B \cup C = \{۳, ۴, ۵, ۷, ۱۱\}$$



برای رنگ کردن اجتماع دو یا چند مجموعه $(A \cup B)$ ، همه را کاملاً رنگ می کنیم.



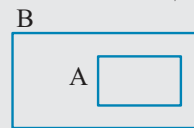
در نمودار مقابل، ناحیه $(A \cap C) \cup B$ را رنگ کنید.



پاسخ:



اگر $A \subseteq B$ باشد، خواهیم داشت:



مجموعه کوچکتر: $A \cap B = A$

مجموعه بزرگتر: $A \cup B = B$



با توجه به اینکه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ داریم:

$$\underline{(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup (\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z})} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$$



اگر $A_n = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, n < x < n + 10\}$ باشد، $\bigcap_{n=3}^6 A_n$ و $\bigcup_{n=3}^6 A_n$ را بیابید.



نماد $\bigcap_{i=1}^n A_i$ یعنی اشتراک مجموعه های A_1 تا A_n : $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$
 و نماد $\bigcup_{i=1}^n A_i$ یعنی اجتماع مجموعه های A_1 تا A_n : $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$

$$\begin{cases} A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 3 < x < 3+10\} = \{4, 5, 6, \dots, 12\} \\ A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 4 < x < 4+10\} = \{5, 6, 7, \dots, 13\} \\ A_5 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 5 < x < 5+10\} = \{6, 7, 8, \dots, 14\} \\ A_6 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 6 < x < 6+10\} = \{7, 8, 9, \dots, 15\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bigcup_{n=3}^6 A_n = A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ \bigcup_{n=3}^6 A_n = A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 = \{4, 5, 6, \dots, 15\} \end{cases}$$

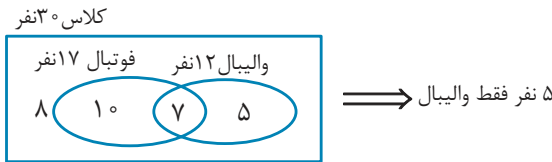
پاسخ:

$n(A \cup B), n(A \cap B)$

مثال در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۷ نفر در تیم فوتبال و ۱۲ نفر در تیم والیبال ثبت‌نام کرده‌اند، ۸ نفر نیز در هیچ تیمی ثبت‌نام نکرده‌اند. چند نفر فقط در والیبال ثبت‌نام کرده‌اند؟



پاسخ: روش اول ۲۲ = ۳۰ - ۸ نفر ثبت‌نام کرده‌اند، ولی مجموع ثبت‌نام فوتبال و والیبال ۱۷ + ۱۲ = ۲۹ نفر است، یعنی ۲۹ - ۲۲ = ۷ نفر مشترکاً در هر دو ثبت‌نام کرده‌اند.



$$\begin{cases} n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \end{cases}$$



فوتبال: F
والیبال: V

$$\Rightarrow n(F \cap V) = n(F) + n(V) - n(F \cup V)$$

روش دوم

$$5 = 12 - 7 = \text{مشترک} - \text{والیبال} = \text{فقط والیبال} \Rightarrow 7 = 17 + 12 - (30 - 8) = \text{اشتراک فوتبال و والیبال}$$

مثال مجموعه‌های A و B و C به ترتیب ۱۶ و ۱۴ و ۱۱ و مجموعاً ۲۷ عضو دارند و مجموعه‌های $A \cap B$ و $A \cap C$ و $B \cap C$ به ترتیب ۵ و ۶ و ۵ عضو دارند. تعداد عضوهایی که در هر سه مجموعه مشترک‌اند را بیابید.



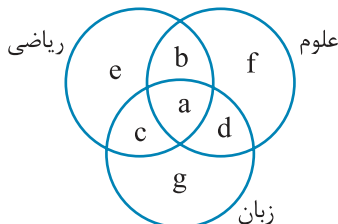
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



$$27 = 16 + 14 + 11 - 5 - 6 - 5 + n(A \cap B \cap C) \Rightarrow n(A \cap B \cap C) = 2$$

پاسخ:

مثال در یک کلاس ۲۵ نفری، آمار کسانی که در دروس ریاضی، علوم و زبان نمره بالای ۱۸ گرفته‌اند، به این صورت است: ۵ نفر در ریاضی و زبان، ۵ نفر فقط در زبان، ۹ نفر در ریاضی، ۲ نفر در هر سه درس، ۴ نفر فقط در علوم و ۱۱ نفر در زبان. چند نفر در هیچ‌یک از این سه درس نمره بالای ۱۸ نگرفته‌اند؟



مشترک در هر سه: $a = 2$

فقط علوم: $f = 4$

فقط زبان: $g = 5$

مشترک ریاضی و زبان: $a + c = 5 \xrightarrow{a=2} c = 3$

زبان: $a + c + g + d = 11 \xrightarrow{\substack{a=2, c=3 \\ g=5}} d = 1$

ریاضی: $a + c + b + e = 9 \xrightarrow{\substack{a=2 \\ c=3}} b + e = 4$

نفر ۱۹ مجموع ۳ درس: $4 + 4 + 3 + 2 + 1 + 5 = 19$

کلاس ۲۵ نفری بود پس $25 - 19 = 6$ نفر در هیچ‌یک از این دروس بالای ۱۸ نگرفته‌اند.

پاسخ:

