

آموزش و تمرین

درس اول: هندسه تحلیلی (معادله خط)

هر معادله به صورت  $y = ax + b$  را یک معادله خط می‌گوییم، زیرا اگر تمام پاسخ‌های این معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، تشکیل یک خط می‌دهد. از هر دو نقطه متمایز تنها یک خط عبور می‌کند، بنابراین با داشتن دو نقطه از یک خط می‌توان معادله آن را نوشت و نمودار آن را در دستگاه مختصات رسم کرد. محل برخورد نمودار با محور عرض‌ها را، عرض از مبدأ خط می‌گوییم.

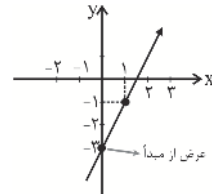
**تمرین (۱):** نمودار خط‌های زیر را در دستگاه مختصات رسم و عرض از مبدأ را مشخص کنید.

الف)  $y = 2x - 3$       ب)  $x + 3y = 3$

**پاسخ:** برای رسم خط، ابتدا دو نقطه از آن را به دست می‌آوریم، سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \times 0 - 3 = -3 \Rightarrow (0, -3)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 2 \times 1 - 3 = -1 \Rightarrow (1, -1)$$

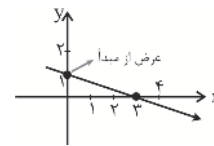


الف)

عرض از مبدأ = -3

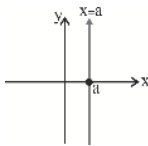
$$x = 0 \Rightarrow 0 + 3y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x + 3 \times 0 = 3 \Rightarrow x = 3$$

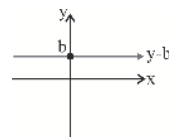


ب)

عرض از مبدأ = 1



**نکته (۱):** خط  $x = a$ ، خطی موازی محور عرض‌هاست و به صورت مقابل رسم می‌شود.

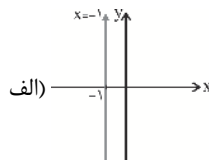


**نکته (۲):** خط  $y = b$ ، خطی موازی محور طول‌هاست و به صورت مقابل رسم می‌شود.

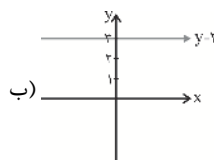
**تمرین (۲):** خط‌های مقابل را در دستگاه مختصات رسم کنید.

الف)  $x = -1$       ب)  $y = 3$

**پاسخ:**



الف)



ب)

مثال و پاسخ

مثال: نمودار هر یک از خط‌های زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.

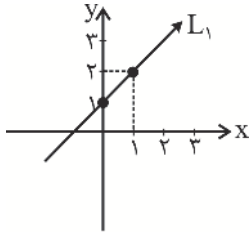
الف)  $L_1: y = x + 1$

ب)  $L_2: y = 1$

پ)  $L_3: x = 2$

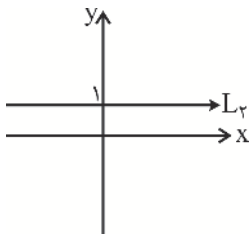
ت)  $L_4: 2x + 3y = 6$

پاسخ:

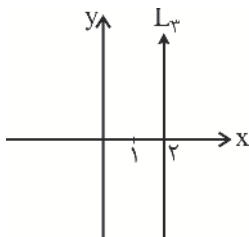


الف)

$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow y=0+1=1 \Rightarrow (0,1) \\ x=1 &\Rightarrow y=1+1=2 \Rightarrow (1,2) \end{aligned} \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & 0 \quad 1 \\ \hline y & 1 \quad 2 \end{array}$$

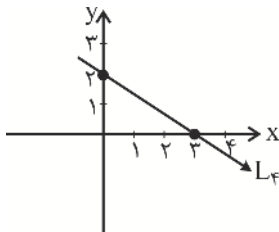


ب)  $y = 1$ ، خطی موازی محور طول‌ها است.



پ)  $x = 2$ ، خطی موازی محور عرض‌ها است.

ت)



$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow 2 \times 0 + 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow (0, 2) \\ y=0 &\Rightarrow 2x + 3 \times 0 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow (3, 0) \end{aligned} \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & 0 \quad 3 \\ \hline y & 2 \quad 0 \end{array}$$

## آموزش و تمرین

## شیب خط - نوشتن معادله خط

شیب خط: نسبت جابه‌جایی عمودی خط به جابه‌جایی افقی خط را شیب خط گویند.  
**نکته (۱):** شیب خط گذرا از دو نقطه غیرهم‌طول  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

**تمرین (۱):** شیب خطی که از نقاط  $A(2, -3)$  و  $B(4, 5)$  عبور می‌کند را به دست آورید.

☑ پاسخ:

$$m_{AB} = \frac{5 - (-3)}{4 - 2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow m_{AB} = 4$$

نوشتن معادله خط:

۱- اگر شیب خط  $m$  و نقطه  $A(x_1, y_1)$  از خط را داشته باشیم، با قرار دادن آن‌ها در رابطه زیر معادله خط به دست می‌آید.

$$y = mx + h$$

**تمرین (۲):** معادله خطی بنویسید که از نقطه  $P(-4, 0)$  عبور کند و شیب آن ۳ باشد.

☑ پاسخ:

$$m = 3 \Rightarrow y = 3x + h \xrightarrow{x=-4, y=0} 0 = 3 \times (-4) + h \Rightarrow 0 = -12 + h \Rightarrow h = 12$$

$$\Rightarrow y = 3x + 12$$

۲- اگر دو نقطه  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  از خط را داشته باشیم، ابتدا با استفاده از رابطه  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ ، شیب خط را محاسبه می‌کنیم، سپس مانند روش اول معادله خط را به دست می‌آوریم.

**تمرین (۳):** معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه  $A(4, 1)$  و  $B(5, 3)$  عبور می‌کند.

$$m = \frac{3 - 1}{5 - 4} = \frac{2}{1} = 2$$

☑ پاسخ: ابتدا شیب خط را محاسبه می‌کنیم:

سپس معادله خط را می‌نویسیم (یکی از نقاط را به دلخواه انتخاب می‌کنیم).

$$m = 2 \Rightarrow y = 2x + h \xrightarrow{x=5, y=3} 3 = 2 \times 5 + h \Rightarrow h = -7 \Rightarrow y = 2x - 7$$

## مثال و پاسخ

مثال (۱): معادله خطی بنویسید که محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند و دارای شیب -۳ باشد.

پاسخ:

چون نقطه روی محور عرض‌هاست لذا طول آن صفر است پس  $A(0, 4)$

$$m = -3 \Rightarrow y = -3x + h \xrightarrow{x=0, y=4} 4 = -3 \times 0 + h \Rightarrow h = 4 \Rightarrow \boxed{y = -3x + 4}$$

مثال (۲): معادله خطی بنویسید که از دو نقطه  $A(6, 1)$  و  $B(-1, 7)$  عبور کند.

پاسخ:

ابتدا شیب خط را به دست می‌آوریم:

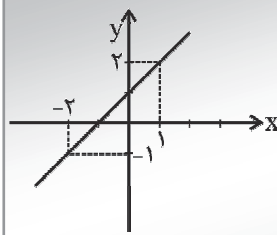
$$m_{AB} = \frac{7-1}{-1-6} = \frac{6}{-7} = -\frac{6}{7}$$

سپس معادله خط را می‌نویسیم:

$$m = -\frac{6}{7} \Rightarrow y = -\frac{6}{7}x + h \xrightarrow{x=6, y=1} 1 = -\frac{6}{7} \times 6 + h$$

$$\Rightarrow 1 = -\frac{36}{7} + h \Rightarrow h = 1 + \frac{36}{7} \Rightarrow h = \frac{43}{7} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{6}{7}x + \frac{43}{7}}$$

مثال (۳): معادله خط  $L$  را به دست آورید.



پاسخ:

مختصات دو نقطه  $A(1, 2)$  و  $B(-2, -1)$  را داریم:

$$m_{AB} = \frac{-1-2}{-2-1} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$m = 1 \Rightarrow y = x + h \xrightarrow{x=1, y=2} 2 = 1 + h \Rightarrow h = 1 \Rightarrow \boxed{y = x + 1}$$

آموزش و تمرین

شرط موازی بودن - عمود بودن دو خط

برای محاسبه شیب و عرض از مبدأ خط از روی معادله آن، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

شماره	معادله خط	شیب	عرض از مبدأ	مثال	شیب m	عرض از مبدأ h
۱	$y = mx + h$	m	h	$y = \frac{5}{3}x - 3$	$\frac{5}{3}$	-3
۲	$ax + by = c$	$-\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	$3x - 2y = 1$	$-\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$	$\frac{1}{-2}$
۳	$x = a$ ( $a \neq 0$ )	تعریف نشده	ندارد	$x = 3$	تعریف نشده	ندارد
۴	$y = b$	o	b	$y = \sqrt{2}$	o	$\sqrt{2}$

**نکته (۱):** شرط موازی بودن دو خط آن است که دارای شیب‌های برابر باشند.

**تمرین (۱):** آیا دو خط  $L_1: y = \frac{1}{2}x + 5$  و  $L_2: 3x - 6y = 10$  با هم موازی هستند؟

پاسخ: شیب دو خط را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} L_1: y = \frac{1}{2}x + 5 \xrightarrow{\text{شماره ۱}} m_{L_1} = \frac{1}{2} \\ L_2: 3x - 6y = 10 \xrightarrow{\text{شماره ۲}} m_{L_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow m_{L_1} = m_{L_2}$$

چون شیب دو خط برابر است، دو خط موازی هستند.

**نکته (۲):** شرط عمود بودن دو خط غیرموازی با محورهای مختصات آن است که شیب دو خط عکس و قرینه هم باشد، یا این‌که حاصل ضرب شیب‌های دو خط برابر -۱ شود.

**تمرین (۲):** آیا دو خط  $L_1: y = 3x + 5$  و  $L_2: 2y = 3x - 1$  بر هم عمودند؟

$$L_1: y = 3x + 5 \xrightarrow{\text{شماره ۱}} m_{L_1} = 3 \quad \text{پاسخ: } \checkmark$$

$$L_2: 2y = 3x - 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{شماره ۱}} m_{L_2} = \frac{3}{2}$$

$$m_{L_1} \times m_{L_2} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \neq -1 \quad \text{دو خط بر هم عمود نیستند.}$$

**نکته (۳):** دو خط که نه موازی باشند و نه عمود بر هم، را متقاطع غیرعمود گویند.

**نکته (۴):** خط  $x = a$  بر خط  $y = b$  همواره عمود است.

## مثال و پاسخ

مثال (۱): شیب و عرض از مبدأ خطهای زیر را به دست آورید.

الف)  $L_1 : x = 4y - 1$

ب)  $L_2 : 3y + \frac{4}{3} = \sqrt{6}x$

پاسخ:

$$\text{الف) } L_1 : x = 4y - 1 \Rightarrow x - 4y = -1 \xrightarrow{\text{شماره ۲}} m_{L_1} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}, \quad h = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

عرض از مبدأ

$$\text{ب) } L_2 : 3y + \frac{4}{3} = \sqrt{6}x \Rightarrow 3y - \sqrt{6}x = -\frac{4}{3} \xrightarrow{\text{شماره ۲}} m_{L_2} = \frac{-(-\sqrt{6})}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad h = \frac{-\frac{4}{3}}{3} = -\frac{4}{9}$$

مثال (۲): دو خط  $y = 7x - 2$  و  $x + 7y = 3$  نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

پاسخ:  شیب خطها را به دست می آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} x + 7y = 3 \xrightarrow{\text{شماره ۲}} m = \frac{-1}{7} \\ y = 7x - 2 \xrightarrow{\text{شماره ۱}} m' = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow m \times m' = \frac{-1}{7} \times 7 = -1$$

حاصل ضرب شیبها -۱ شد. لذا، دو خط بر هم عمودند.

مثال (۳): مقدار  $k$  را چنان تعیین کنید که دو خط  $L_1 : y = \frac{3}{4}x - 3$  و  $L_2 : (k-1)x + y = 4$

الف) با هم موازی باشند.

ب) بر هم عمود باشند.

پاسخ:  ابتدا شیب دو خط را محاسبه می کنیم:

$$L_1 : y = \frac{3}{4}x - 3 \xrightarrow{\text{شماره ۱}} m_{L_1} = \frac{3}{4}$$

$$L_2 : (k-1)x + y = 4 \xrightarrow{\text{شماره ۲}} m_{L_2} = \frac{-(k-1)}{1} = -k + 1$$

الف) شیبها را با هم برابر قرار می دهیم:

$$m_{L_1} = m_{L_2} \Rightarrow \frac{3}{4} = -k + 1 \Rightarrow k = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{4}}$$

ب) حاصل ضرب شیبها باید -۱ شود:

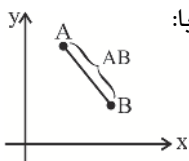
$$m_{L_1} \times m_{L_2} = -1 \Rightarrow \frac{3}{4} \times (-k + 1) = -1 \xrightarrow{\times 4} 3(-k + 1) = -4 \Rightarrow -3k + 3 = -4$$

$$\Rightarrow -3k = -7 \Rightarrow \boxed{k = \frac{7}{3}}$$

## آموزش و تمرین

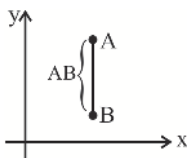
## فاصله دو نقطه از یکدیگر

فاصله دو نقطه  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  از یکدیگر در صفحه مختصات برابر است با:



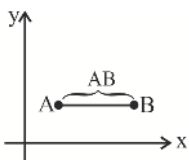
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(\text{تفاضل عرضها})^2 + (\text{تفاضل طولها})^2}$$

**نکته (۱):** اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه هم‌طول باشند، داریم:



$$AB = |y_2 - y_1|$$

**نکته (۲):** اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه هم‌عرض باشند، داریم:



$$AB = |x_2 - x_1|$$

**نکته (۳):** فاصله نقطه  $A(x_1, y_1)$  از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

**تمرین (۱):** اگر  $A(3, 4)$ ،  $B(-1, 0)$  و  $C(4, 2)$  سه رأس یک مثلث باشند، طول اضلاع مثلث  $ABC$  را به دست آورید.

$$AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

✓ پاسخ:

$$AC = \sqrt{(4 - 3)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

**نکته (۴):** برای به دست آوردن مختصات محل برخورد (تلاقی) دو خط، آن‌ها را در یک دستگاه قرار می‌دهیم و دستگاه را حل می‌کنیم.

**تمرین (۲):** مختصات محل تلاقی دو خط  $2x + 3y = 12$  و  $x - y = 1$  را به دست آورید.

✓ پاسخ: معادله دو خط را در دستگاه قرار می‌دهیم و آن را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\Delta x = 15 \Rightarrow \boxed{x = 3}, \quad x = 3 \Rightarrow 3 - y = 1 \Rightarrow \boxed{y = 2}$$

## مثال و پاسخ

مثال (۱): فاصله هر جفت از نقاط زیر را از یکدیگر به دست آورید.

الف)  $A(-1, 3), B(4, 0)$

ب)  $A(1, 1), B(2, 2)$

پ)  $A(3, 5), B(3, -10)$

ت)  $A(6, \sqrt{2}), B(60, \sqrt{2})$

پاسخ:

$$\text{الف) } AB = \sqrt{(-1-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

$$\text{ب) } AB = \sqrt{(1-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{پ) } AB = |y_2 - y_1| = |-10 - 5| = 15$$

A و B هم‌طول هستند.

$$\text{ت) } AB = |x_2 - x_1| = |60 - 6| = 54$$

A و B هم‌عرض هستند.

مثال (۲): فاصله نقطه تلاقی دو خط  $x - y - 2 = 0$  و  $2x - y - 10 = 0$  را از مبدأ مختصات به دست آورید.

پاسخ:  ابتدا نقطه تلاقی را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2x - y - 10 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 10 \\ -x + y = -2 \end{cases} \times (-1) \Rightarrow \boxed{x = 8}$$

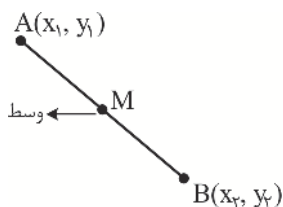
$$x - y - 2 = 0 \xrightarrow{x=8} 8 - y - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{y = 6} \Rightarrow A(8, 6) \text{ : مختصات محل تلاقی}$$

$$OA = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$



## آموزش و تمرین

## نقطه وسط پاره خط - فاصله نقطه از خط



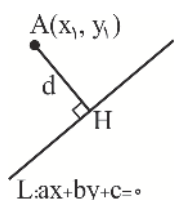
فرض کنید  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  دو نقطه دلخواه در صفحه مختصات باشند. مختصات وسط پاره خط  $AB$  را با  $M$  نشان می‌دهیم و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

**تمرین (۱):** اگر  $A(2, 4)$  و  $B(-8, 6)$ ، مختصات وسط پاره خط  $AB$  را بیابید.

$$M\left(\frac{-8+2}{2}, \frac{6+4}{2}\right) = M(-3, 5)$$

✓ پاسخ:



فاصله نقطه از خط: فاصله نقطه  $A(x_1, y_1)$  از خط  $L: ax + by + c = 0$  برابر است با:

$$AH = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**تمرین (۲):** فاصله نقطه  $A(4, 6)$  را از خط  $3x + 4y - 2 = 0$  بیابید.

✓ پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ \uparrow & \uparrow \\ A(4, 6) \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} 3x + 4y - 2 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \quad c \end{array} \right\} \Rightarrow d = \frac{|3(4) + 4(6) - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{34}{5}$$

**نکته:** اگر فاصله دو خط موازی را از یکدیگر بخواهیم به دست آوریم، یک نقطه دلخواه روی یکی از خطها در نظر می‌گیریم و فاصله آنرا تا خط دیگر محاسبه می‌کنیم.

**تمرین (۳):** فاصله دو خط موازی  $2x - y - 3 = 0$  و  $y = 2x + 1$  را از یکدیگر به دست آورید.

✓ پاسخ: نقطه دلخواه روی خط  $y = 2x + 1$  در نظر گرفته و فاصله آن تا خط دیگر را می‌یابیم:

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \times 0 + 1 = 1 \Rightarrow A(0, 1) \Rightarrow d = \frac{|2 \times 0 - 1 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

## مثال و پاسخ

مثال (۱): الف) قرینه نقطه  $A(3, 5)$  را نسبت به نقطه  $M(5, 2)$  به دست آورید.  
 ب) قرینه نقطه  $P(\alpha, \beta)$  را نسبت به مبدأ مختصات به دست آورید.

پاسخ: الف) فرض می‌کنیم که نقطه  $B$ ، قرینه نقطه  $A$  نسبت به نقطه  $M$  باشد. در این صورت نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  است.

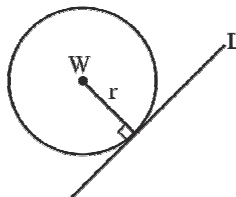
$$M(5, 2) = \left( \frac{3 + x_B}{2}, \frac{5 + y_B}{2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{3 + x_B}{2} = 5 \Rightarrow x_B = 7 \\ \frac{5 + y_B}{2} = 2 \Rightarrow y_B = -1 \end{cases} \Rightarrow B(7, -1)$$

ب) فرض کنیم  $C$  قرینه نقطه  $P(\alpha, \beta)$  نسبت به مبدأ مختصات باشد.

$$\begin{cases} \frac{\alpha + x_C}{2} = 0 \Rightarrow x_C = -\alpha \\ \frac{\beta + y_C}{2} = 0 \Rightarrow y_C = -\beta \end{cases} \Rightarrow C(-\alpha, -\beta)$$

مثال (۲): خط  $L: 2x - y = 3$  بر دایره‌ای به مرکز  $W(1, 4)$  مماس است. شعاع دایره را به دست آورید.

پاسخ: برای به دست آوردن شعاع دایره، فاصله خط  $L$  را از نقطه  $W(1, 4)$  محاسبه می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} \begin{matrix} a & b & c \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ L: 2x - y - 3 = 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & y_1 & \end{matrix} \\ W(1, 4) \end{array} \right\} \Rightarrow r = \frac{|2 \times 1 - 1 \times 4 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

مثال (۳): فاصله دو خط موازی  $y = x + 1$  و  $\sqrt{3}y = \sqrt{3}x - 6$  را از یکدیگر به دست آورید.

پاسخ: نقطه‌ای دلخواه روی یک خط در نظر گرفته و فاصله آن تا خط دیگر را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{l} x=0 \\ y = x + 1 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \Rightarrow A(0, 1) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \begin{matrix} x_1 & y_1 \\ \uparrow & \uparrow \\ A(0, 1) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a & b & c \end{matrix} \\ \sqrt{3}y - \sqrt{3}x + 6 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow d = \frac{|\sqrt{3} \times 1 - \sqrt{3} \times 0 + 6|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{3})^2}} = \frac{\sqrt{3} + 6}{\sqrt{6}}$$

## سؤالات تشریحی درس اول

۱- خط  $L: 2y - 3x = 1$  و خط  $d: y = mx + 5$  را در نظر بگیرید.

الف) شیب خط  $d$  را به گونه‌ای تعیین کنید که  $d$  و  $L$  موازی باشند.

ب) به‌زای چه مقدار  $m$  دو خط بر هم عمودند؟

۲- مختصات نقطه میانی هر جفت از نقاط زیر را بیابید.

الف)  $A(3, 5), B(4, 1)$

ب)  $A(-3, -4), B(-6, 1)$

۳- فاصله هر جفت از نقاط زیر را از یکدیگر به‌دست آورید.

الف)  $A(3, 1), B(1, 3)$

ب)  $A(\sqrt{2}, 3), B(\sqrt{2}, 5)$

۴- مثلی با رئوس  $A(2, 4)$ ،  $B(0, 2)$  و  $C(4, 3)$  در نظر بگیرید و آن را در دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) مختصات نقطه  $M$ ، وسط ضلع  $AB$  را به‌دست آورید.

ب) طول میانه  $CM$  را حساب کنید.

پ) شیب خط گذرا از دو نقطه  $C$  و  $M$  را به‌دست آورید.

ت) معادله میانه  $CM$  را بیابید.

۵- دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط  $A(2, -2)$  و  $B(6, 4)$  هستند.

الف) اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بنویسید.

ب) آیا نقطه  $C(7, 3)$  بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

۶- در هر یک از قسمت‌های زیر فاصله نقطه  $A$  را از خط  $L$  به‌دست آورید.

الف)  $A(3, 5), L: 3x + 4y = 4$

ب)  $A(0, 1), L: y = -3x + 2$

۷- فاصله هر جفت از خط‌های موازی زیر را با یکدیگر به‌دست آورید.

الف)  $L_1: 5x - 12y + 8 = 0$ ،  $L_2: -10x + 24y + 10 = 0$

ب)  $L_1: y = 3x - 5$ ،  $L_2: 6x - 2y = 23$

۸- نقاط  $A(2, 3)$ ،  $B(-1, 0)$  و  $C(1, -2)$  سه رأس یک مستطیل هستند. مختصات رأس چهارم آن را بیابید.

۹- معادله‌های دو ضلع مربع  $y = 2x$  و  $2y - 4x = 5$  می‌باشد. مساحت مربع را به‌دست آورید.



## پاسخ سؤالات تشریحی درس اول

-۱

ابتدا شیب خط‌های L و d را به دست می‌آوریم:

$$L: \begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 2y & -3x \\ b & a \end{matrix} = 1 \Rightarrow m_L = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2}$$

$$d: y = mx + \delta \Rightarrow m_d = m$$

الف) چون دو خط موازی هستند شیب‌هایشان برابر است.

$$m_d = m_L \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

ب) چون دو خط بر هم عمود هستند، شیب‌هایشان عکس و قرینه یکدیگرند پس:

$$m_d = \frac{-1}{m_L} \Rightarrow m = \frac{-1}{\frac{3}{2}} \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

-۲

الف)  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \Rightarrow M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{3+4}{2}, \frac{5+1}{2}\right) = M\left(\frac{7}{2}, 3\right)$

ب)  $A(-3, -4), B(-6, 1) \Rightarrow M\left(\frac{-3-6}{2}, \frac{-4+1}{2}\right) = M\left(-\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

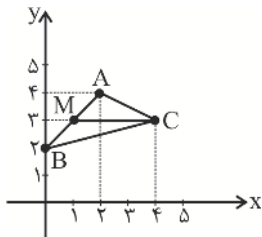
-۳

الف)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

ب) دو نقطه هم‌طول هستند، پس:

$$AB = |y_2 - y_1| = |5 - 3| = 2$$

۴- ابتدا مثلث را رسم می‌کنیم.



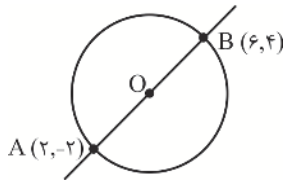
الف)  $A(2, 4), B(0, 2) \Rightarrow M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = M(1, 3)$

ب)  $C(4, 3), M(1, 3) \xrightarrow{\text{هم عرض}} CM = |4-1| = 3$

پ)  $m_{CM} = \frac{3-3}{4-1} = \frac{0}{3} = 0$

ت)  $CM \Rightarrow \boxed{y=3}$  خطی موازی محور X هاست

۵-



شکل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) برای به دست آوردن مختصات مرکز دایره، مختصات نقطه میانی A و B را محاسبه می کنیم:

$$O\left(\frac{2+6}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) = O\left(\frac{8}{2}, \frac{2}{2}\right) = O(4, 1)$$

برای محاسبه شعاع دایره فاصله نقطه A را تا مرکز دایره یعنی O محاسبه می کنیم.

$$AO = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

ب) فاصله نقطه C تا مرکز دایره را محاسبه می کنیم. اگر برابر  $\sqrt{13}$  شد یعنی نقطه C روی محیط دایره است.

$$CO = \sqrt{(7-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

پس نقطه C روی محیط دایره است.

۶-

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{الف) } A(3, 5) & , \quad L: 3x - 4y = 4 \Rightarrow \begin{array}{ccc} 3x - 4y - 4 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \quad c \end{array} \end{array}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 \times 3 - 4 \times 5 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|9 - 20 - 4|}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\text{ب) } A(0, 1) \quad , \quad L: y = -3x + 2 \Rightarrow \begin{array}{ccc} y + 3x - 2 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \quad c \end{array}$$

$$d = \frac{|1 + 3 \times 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|-1|}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

۷-

الف) نقطه‌ای دلخواه روی یک خط به دست می آوریم و فاصله آن را تا خط دیگر محاسبه می کنیم.

$$L_1: 5x - 12y + 8 = 0 \xrightarrow{x=0} 5 \times 0 - 12y + 8 = 0 \Rightarrow y = \frac{-8}{-12} = \frac{2}{3} \Rightarrow A\left(0, \frac{2}{3}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} A\left(0, \frac{2}{3}\right) \\ L_2: -10x + 24y + 10 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow d = \frac{|-10 \times 0 + 24 \times \frac{2}{3} + 10|}{\sqrt{(-10)^2 + (24)^2}} = \frac{26}{\sqrt{676}} = \frac{26}{26} = 1$$



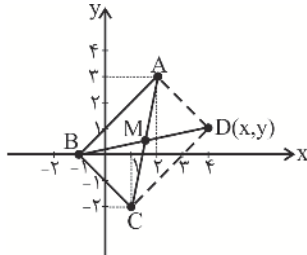
ب) نقطه‌ای دلخواه روی یک خط به‌دست می‌آوریم و فاصله آن را تا خط دیگر محاسبه می‌کنیم.

$$L_1 : y = 3x - 5 \xrightarrow{x=0} y = 3 \times 0 - 5 = -5 \Rightarrow A(0, -5)$$

$$\left. \begin{array}{l} A(0, -5) \\ L_2 : 6x - 2y - 23 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow d = \frac{|6 \times 0 - 2 \times (-5) - 23|}{\sqrt{6^2 + (-2)^2}} = \frac{13}{\sqrt{40}} = \frac{13\sqrt{40}}{40}$$

-۸

ابتدا مستطیل را رسم می‌کنیم.



می‌دانیم در هر مستطیل قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند. ابتدا مختصات نقطه M محل برخورد قطرهای را به‌دست می‌آوریم.

$$A(2, 3), C(1, -2) \Rightarrow M\left(\frac{2+1}{2}, \frac{3-2}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$B(-1, 0), D(x, y) \Rightarrow M\left(\frac{-1+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad \text{M وسط نقاط B و D نیز هست، پس:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-1+x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow -1+x=3 \Rightarrow x=4 \\ \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y=1 \end{cases} \Rightarrow \text{مختصات رأس چهارم به‌صورت } D(4, 1) \text{ است.}$$

-۹

$$2y - 4x = 5 \Rightarrow m = \frac{-(-4)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{شیب دو خط } y = 2x \text{ و } 2y - 4x = 5 \text{ را به‌دست می‌آوریم:}$$

$$y = 2x \Rightarrow m' = 2$$

دو خط موازی هستند. فاصله دو خط موازی برابر طول ضلع مربع است.

$$2y - 4x = 5 \xrightarrow{x=0} 2y - 4 \times 0 = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow A\left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} A\left(0, \frac{5}{2}\right) \\ y - 2x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{طول ضلع مربع} = d = \frac{\left|\frac{5}{2} - 2 \times 0\right|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$S = d \times d = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{5}{4}$$

## کاربرد تمرینی دانش آموز درس اول

۱- در هر قسمت، شیب دو خط داده شده را به دست آورید و مشخص کنید دو خط نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ (موازی، عمود یا متقاطع غیرعمود)

الف)  $L_1: x - y = 2$  ،  $L_2: y = x + 5$

ب)  $L_1: y = \frac{3}{4}x + 1$  ،  $L_2: -3x - 4y = 1$

پ)  $L_1: y = 2$  ،  $L_2: x = -1$

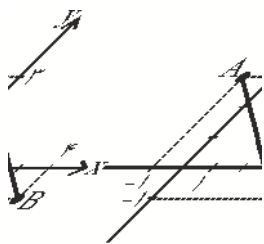
ت)  $L_1: y = 2x$  ،  $L_2: y = -4 + 3x$

۲- فاصله هر جفت از نقاط زیر را از یکدیگر به دست آورید.

الف)  $(3, -1), (4, 2)$

ب)  $(0, -3), (3, 0)$

۳- فاصله نقطه میانی پاره خط AB از مبدأ مختصات را به دست آورید.



۴- اگر  $A(-2, 3)$ ،  $B(2, 0)$  و  $C(0, -2)$  سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه AM را به دست آورید.

۵- اگر  $A(-1, 2)$ ،  $B(3, 0)$  و  $C(1, -2)$  سه رأس مثلث ABC باشند مثلث را رسم کنید و معادله ارتفاع AH را به دست آورید.

۶- طول قطر مربعی که یک ضلع آن واقع بر خط  $x + y = 5$  و مختصات یک رأس آن  $A(-2, 1)$  را به دست آورید.

۷- دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات از نقطه  $(-6, 8)$  عبور می‌کند. شعاع دایره را به دست آورید.

۸- به ازای کدام مقدار m فاصله نقطه  $(m, -m)$  از خط  $y = x$  برابر  $\sqrt{2}$  است؟

۹- جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

الف) با داشتن ..... نقطه از یک خط می توان معادله آن را به دست آورد.

ب) شرط موازی بودن دو خط آن است که دارای ..... باشند.

پ) شرط عمود بودن دو خط آن است که شیب هایشان ..... باشند.

ت) خط با شیب  $m$  و عرض از مبدأ  $h$  معادله ای به صورت .....  $y =$  دارد.

۱۰- شیب و عرض از مبدأ خط  $y = -3x + 5$  به ترتیب برابر است با:

(۱)  $-5, 3$       (۲)  $-3, 5$       (۳)  $5, -3$       (۴)  $3, -5$

۱۱- شیب و عرض از مبدأ خط  $4x - 8y + 1 = 0$  به ترتیب برابر است با:

(۱)  $\frac{1}{4}, 2$       (۲)  $4, -2$       (۳)  $-\frac{1}{8}, -\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{1}{8}, \frac{1}{2}$

۱۲- خط  $d: (m+1)y = x + 2$  بر خط  $d': y = (2m+1)x + 1$  عمود است. مقدار  $m$  را بیاید.

۱۳- معادله خطی را بنویسید که از نقطه  $(-1, -4)$  عبور کند و بر خط  $3x - 4y = 7$  عمود باشد.

۱۴- مثلث  $ABC$  با سه رأس  $A(1, 4)$ ،  $B(-2, 2)$  و  $C(4, 2)$  مفروض است.

الف) معادله میانه وارد بر ضلع  $BC$  را به دست آورید.

ب) طول میانه  $AM$  را محاسبه کنید.

پ) معادله ارتفاع  $BH$  را حساب کنید.

ت) نقطه تلاقی میانه  $AM$  و ارتفاع  $BH$  را به دست آورید.

۱۵- نقاط  $A(4, 2)$ ،  $B(1, -1)$  و  $C(6, -1)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $H$  و  $M$  به ترتیب پای ارتفاع

$AH$  و میانه  $AM$  باشند، طول  $MH$  را به دست آوید.

۱۶- نقاط  $A(4, 1)$ ،  $B(8, -2)$  و  $C(0, 0)$  سه رأس یک مثلث هستند. طول پاره خطی که وسطهای دو پاره خط

$AB$  و  $BC$  را به یکدیگر وصل می کند، به دست آورید.





### فهرست داخلی فصل دوم

۶۲	درس اول: ترسیم‌های هندسی
۶۸	سؤالات تشریحی درس اول
۶۹	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول
۷۱	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول
۷۲	درس دوم: استدلال و قضیهٔ تالس
۸۲	سؤالات تشریحی درس دوم
۸۳	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم
۸۵	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم
۸۶	درس سوم: تشابه مثلث‌ها
۹۴	سؤالات تشریحی درس سوم
۹۵	پاسخ سؤالات تشریحی درس سوم
۹۷	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس سوم
۹۸	تست‌های فصل دوم
۱۰۰	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل دوم



### فهرست داخلی فصل سوم

۱۰۴	درس اول: آشنایی با برخی از انواع توابع .....
۱۲۲	سؤالات تشریحی درس اول .....
۱۲۳	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول .....
۱۲۵	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول .....
۱۲۶	درس دوم: وارون یک تابع و تابع یکبه یک .....
۱۳۴	سؤالات تشریحی درس دوم .....
۱۳۵	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم .....
۱۳۷	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم .....
۱۳۸	درس سوم: اعمال جبری روی توابع .....
۱۴۶	سؤالات تشریحی درس سوم .....
۱۴۷	پاسخ سؤالات تشریحی درس سوم .....
۱۵۰	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس سوم .....
۱۵۱	تست‌های فصل سوم .....
۱۵۳	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل سوم .....

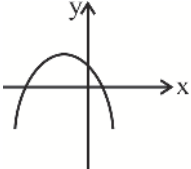


### فهرست داخلی فصل چهارم

۱۵۶	درس اول: واحدهای اندازه‌گیری زاویه
۱۶۲	سؤالات تشریحی درس اول
۱۶۳	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول
۱۶۵	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول
۱۶۶	درس دوم: روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی
۱۸۲	سؤالات تشریحی درس دوم
۱۸۳	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم
۱۸۵	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم
۱۸۶	درس سوم: توابع مثلثاتی
۱۹۴	سؤالات تشریحی درس سوم
۱۹۵	پاسخ سؤالات تشریحی درس سوم
۱۹۶	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس سوم
۱۹۷	بیش‌تر بدانیم
۱۹۸	تست‌های فصل چهارم
۲۰۰	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل چهارم

**آزمون**

**نوبت اول**

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) شیب خط <math>5 = 3x - 2y</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله یکسانی باشد، روی ..... است.</p> <p>پ) اگر هر خط موازی محور ..... نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آن‌گاه آن تابع یک‌به‌یک است.</p> <p>ت) ۱ رادیان تقریباً برابر ..... درجه است.</p>	۲
۲	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) معادله درجه دوم <math>x^2 - 2x - 3 = 0</math> دارای چند ریشه متمایز است؟                      (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳</p> <p>ب) اگر نسبت ارتفاع‌های دو مثلث متشابه برابر ۵ باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها کدام است؟                      (۱) ۲۵ (۲) <math>\frac{1}{25}</math> (۳) ۵ (۴) ۴</p> <p>پ) اگر <math>D_f = [0, 4]</math> و <math>D_g = (-1, 3]</math> آن‌گاه دامنه تابع <math>f - g</math> کدام است؟                      (۱) <math>(-1, 4]</math> (۲) <math>[0, 3]</math> (۳) <math>[-1, 4]</math> (۴) <math>(0, 3]</math></p> <p>ت) کدام یک از زاویه‌های زیر، زاویه‌های یک مثلث را تشکیل می‌دهند؟                      (۱) <math>\frac{\pi}{3}</math> رادیان و <math>\frac{\pi}{3}</math> رادیان و <math>\frac{\pi}{3}</math> رادیان                      (۲) <math>\frac{\pi}{4}</math> رادیان و <math>\frac{\pi}{3}</math> رادیان و <math>\frac{\pi}{6}</math> رادیان                      (۳) <math>\frac{2\pi}{3}</math> رادیان و <math>\frac{\pi}{9}</math> رادیان و <math>\frac{8\pi}{36}</math> رادیان                      (۴) <math>\frac{\pi}{2}</math> رادیان و <math>90^\circ</math> و <math>45^\circ</math></p>	۲
۳	<p>سه نقطه <math>A(-1, -1)</math>، <math>B(3, -1)</math> و <math>C(2, 2)</math> تشکیل یک مثلث می‌دهند.</p> <p>الف) مثلث را رسم کنید.</p> <p>ب) محیط مثلث را به دست آورید.</p>	۱/۵
۴	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> و <math>a \neq 0</math> رسم شده است. به کمک نمودار علامت <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را مشخص کنید.</p> 	۱



### فهرست دافلی فصل پنجم

۲۰۸	درس اول: تابع نمایی و ویژگی‌های آن
۲۱۶	سؤالات تشریحی درس اول
۲۱۷	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول
۲۱۹	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول
۲۲۰	درس دوم: تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن
۲۲۸	سؤالات تشریحی درس دوم
۲۲۹	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم
۲۴۱	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم
۲۴۲	درس سوم: نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی
۲۵۲	سؤالات تشریحی درس سوم
۲۵۳	پاسخ سؤالات تشریحی درس سوم
۲۵۴	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس سوم
۲۵۵	بیش‌تر بدانیم
۲۵۶	تست‌های فصل پنجم
۲۵۸	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل پنجم



#### فهرست داخلی فصل ششم

۲۶۲	درس اول: فرایندهای حدی
۲۷۰	سؤالات تشریحی درس اول
۲۷۱	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول
۲۷۳	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول
۲۷۴	درس دوم: محاسبه حد توابع
۲۸۴	سؤالات تشریحی درس دوم
۲۸۵	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم
۲۸۷	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم
۲۸۸	درس سوم: پیوستگی
۲۹۸	سؤالات تشریحی درس سوم
۲۹۹	پاسخ سؤالات تشریحی درس سوم
۳۰۱	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس سوم
۳۰۲	بیشتر بدانیم
۳۰۴	تست‌های فصل ششم
۳۰۶	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل ششم




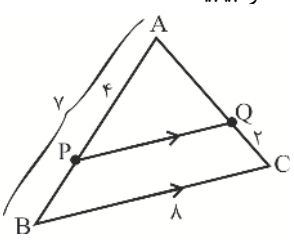
#### فهرست داخلی فصل هفتم

۳۱۰	درس اول: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل .....
۳۲۴	سؤالات تشریحی درس اول .....
۳۲۵	پاسخ سؤالات تشریحی درس اول .....
۳۲۶	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس اول .....
۳۲۸	درس دوم: آمار توصیفی .....
۳۴۸	سؤالات تشریحی درس دوم .....
۳۴۹	پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم .....
۳۵۰	کاربرگ تمرینی دانش آموز درس دوم .....
۳۵۱	تست‌های فصل هفتم .....
۳۵۳	پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی تست‌های فصل هفتم .....



**آزمون**

**نوبت دوم**

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) شرط عمود بودن دو خط آن است که دو خط دارای شیب‌های ..... و ..... یکدیگر باشند.</p> <p>ب) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط ..... است.</p> <p>پ) حاصل عبارت <math>[1 + \sqrt{2}]</math> برابر است با .....</p> <p>ت) اگر همه داده‌ها را در عدد ثابت C ضرب کنیم واریانس داده‌ها در ..... ضرب می‌شود.</p>	۱
۲	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = 3^x</math> در نقطه ..... محور عرض‌ها را قطع می‌کند.                      (۱) (۰, ۳)      (۲) (۰, -۳)      (۳) (۰, ۱)      (۴) (۱, ۰)</p> <p>ب) در معادله <math>x^2 + 3x - 1 = 0</math> حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟                      (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) ۳      (۴) ۴</p> <p>پ) اگر <math>A = \frac{3}{4}</math> و <math>B = \frac{4}{3}</math> حاصل <math>\log A + \log B</math> کدام گزینه است؟                      (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) صفر      (۴) غیرقابل محاسبه</p> <p>ت) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{[x]}</math> کدام گزینه است؟                      (۱) <math>\frac{1}{2}</math>      (۲) صفر      (۳) <math>\frac{1}{3}</math>      (۴) وجود ندارد.</p>	۲
۳	<p>قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه‌ای مستطیل شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده‌کشی شود. اگر تنها هزینه نصب ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیش‌ترین مقدار ممکن شود.</p> 	۱
۴	<p>در شکل زیر <math>PQ \parallel BC</math> می‌باشد طول پاره‌خط‌های AQ و PQ را بیابید.</p> 	۱

**پاسخ تشریحی**

**آزمون نوبت اول و دوم**

# لوچ برتر انتخاب برتر



فست بوک حسابان (۱)  
رشته ریاضی



فست بوک ریاضی دهم  
تجربی و ریاضی



تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، بین لبافی نژاد و جمهوری، پلاک ۱۲۱۳

۶۶۹۷۲۴۷۸ - ۶۶۹۷۱۸۰۴ - ۶۶۹۷۱۹۷۰ - ۶۶۱۷۵۰۵۳

Lohebartarpub Lohebartar www.Lohebartar.ir

سامانه پیامکی: ۰۵۳۶۴۰۰۰۰۵۳۶



QR code