



### فهرست داخلی فصل اول (جبر و معادله)

۶	درس اول: مجموع جملات دنباله حسابی
۱۲	درس دوم: مجموع جملات دنباله هندسی
۱۸	درس سوم: معادلات درجه دوم
۲۲	درس چهارم: صفرهای تابع
۴۰	درس پنجم: رسم نمودار تابع‌های قدر مطلق
۵۲	درس ششم: مختصات
۶۴	تست‌های فصل اول
۶۶	پاسخ تشریحی تست‌های فصل اول

## آموزش و تمرین

## مجموع جملات دنباله حسابی

در کتاب ریاضی دهم با مفهوم دنباله و انواع آن آشنا شدید. می‌دانید دنباله اعداد طبیعی به صورت  $1, 2, \dots, n$  یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d = 1$  است.

برای به دست آوردن مجموع  $n$  جمله اول این دنباله می‌توان به صورت زیر عمل نمود:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$$

جملات را از انتها به ابتدا نیز جمع می‌کنیم:

$$2S = \underbrace{(n+1) + (n+1) + \dots + (n+1)}_{n \text{ بار}}$$

حال جملات دو عبارت بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2S = n(n+1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

فرمول محاسبه مجموع  $n$  جمله اول اعداد طبیعی

**تمرین:** مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰ را حساب کنید.

$$S = \frac{10(10+1)}{2} = 55$$

پاسخ:

حال به شیوه بالا می‌خواهیم مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی  $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d$  را محاسبه کنیم که در آن  $a_1$  جمله اول و  $d$  قدرنسبت است:

$$S = a_1 + [a_1 + d] + \dots + [a_1 + (n-2)d] + [a_1 + (n-1)d]$$

$$S = [a_1 + (n-1)d] + [a_1 + (n-2)d] + \dots + [a_1 + d] + a_1$$

$$2S = \underbrace{[2a_1 + (n-1)d] + [2a_1 + (n-1)d] + \dots + [2a_1 + (n-1)d]}_{n \text{ بار}} + [2a_1 + (n-1)d]$$

$$2S = n[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

فرمول محاسبه مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی بر حسب جمله اول و قدرنسبت

همچنین با توجه به این که جمله عمومی دنباله حسابی  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است پس می‌توان نوشت:

$$S_n = \frac{n}{2} \left[ a_1 + \underbrace{a_1 + (n-1)d}_{a_n} \right] \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

فرمول محاسبه مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی بر حسب جمله اول و جمله آخر

## مثال و پاسخ

مثال (۱): مجموع ۱۰ جمله اول دنباله حسابی  $3, 7, 11, \dots$  را بیابید.

پاسخ: جمله اول این دنباله  $a_1 = 3$  و قدرنسبت آن  $d = a_2 - a_1 = 7 - 3 = 4$  و  $n = 10$  لذا:

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(3) + (10-1) \times 4] = 210$$

مثال (۲): در دنباله حسابی  $3, 9, 15, \dots$  حداقل چند جمله آن را باید جمع کنیم تا حاصل از  $300$  بیش‌تر شود؟ (نهایی دی)

پاسخ: جمله اول  $a_1 = 3$  و قدرنسبت  $d = 9 - 3 = 6$  می‌باشد. می‌خواهیم  $n$  را چنان بیابیم که  $S_n > 300$

$$S_n = \frac{n}{2} [2 \times 3 + (n-1) \times 6] > 300 \quad \text{شود:}$$

$$= \frac{n}{2} [2 + 6n - 6] > 300 \Rightarrow 3n^2 > 300 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow n \geq 11$$

لذا حداقل باید ۱۱ جمله را جمع کنیم تا مجموع از  $300$  بیش‌تر شود.

مثال (۳): مجموع جمله‌های هفتم و بیست و چهارم یک دنباله حسابی برابر  $100$  است. مجموع  $30$  جمله اول این دنباله را بیابید.

پاسخ:

$$a_7 + a_{24} = a_1 + 6d + a_1 + 23d = 100 \Rightarrow \underbrace{2a_1 + 29d}_{\checkmark} = 100$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2a_1 + (30-1)d] = 15(2a_1 + 29d) = 15 \times 100 = 1500$$

مثال (۴): در یک دنباله حسابی جمله  $n$ ام به صورت  $a_n = \frac{3}{2}n - 5$  است. مجموع  $15$  جمله اول این دنباله را بیابید. (سراسری)

پاسخ: برای محاسبه جمله اول و جمله پانزدهم در جمله عمومی به جای  $n$  عدد  $1$  و  $15$  را قرار می‌دهیم، داریم:

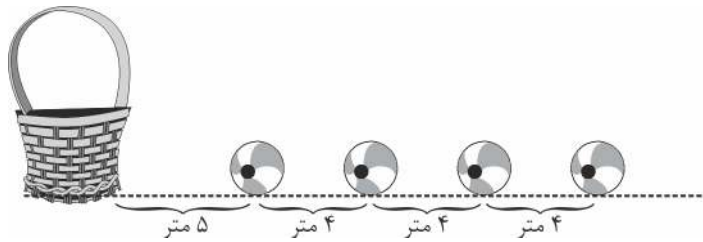
$$a_1 = \frac{3}{2}(1) - 5 = \frac{3}{2} - 5$$

$$a_{15} = \frac{3}{2}(15) - 5 = \frac{45}{2} - 5$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} \left[ \frac{3}{2} - 5 + \frac{45}{2} - 5 \right] = \frac{15}{2} (24 - 10) = 105$$

## سؤالات تشریحی درس اول

- ۱- در یک دنباله حسابی مجموع ۴ جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی ۳۰ است. جمله یازدهم دنباله را بیابید.  
(سراسری خارج)
- ۲- در دنباله حسابی  $2, 6, 10, \dots$  حداقل چند جمله را جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیش تر شود؟  
(نهایی)
- ۳- در دو دنباله حسابی  $2, 7, 12, \dots$  و  $8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟  
(سراسری خارج)
- ۴- در یک دنباله حسابی که ۲۰ جمله دارد، مجموع جملات با شماره زوج ۸۰ و مجموع همه جملات ۱۵۵ است. جمله پنجم دنباله کدام است؟  
(مشابه تمرین کتاب درسی)
- ۵- مجموع اعداد طبیعی فرد، بخش پذیر بر ۳ و کوچک تر از ۱۰۱ را بیابید.  
(مشابه تمرین کتاب درسی)
- ۶- در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول،  $\frac{1}{3}$  مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟  
(سراسری خارج)
- ۷- محصول تولید لوله های فولادی کارخانه ای، در آغاز سال ۱۳۹۰ برابر ۱۵ میلیون تن است. قرار است تولید این لوله ها هر سال نسبت به سال قبل ۴ میلیون تن افزایش یابد، مجموع تولید لوله ها را در دهه ۹۰ حساب کنید.
- ۸- در زندگی واقعی خود مسئله ای طرح کنید که بیانگر دنباله حسابی باشد.
- ۹- تعداد ۱۰ توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله ۴ متر از هم قرار دارند. دونه ای می خواهد از کنار یک سبد که تا اولین توپ ۵ متر فاصله دارد. شروع به حرکت کرده و هر توپ را برداشته و به سبد بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی برود و آن را تا سبد حمل و به داخل آن بیندازد. این دونه مجموعاً چند متر دویده است؟





## پاسخ سوالات تشریحی درس اول

۱-

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15 \\ a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{1}{2}, a_1 = 3 \Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} = 3 + 10 \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

۲-

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow \frac{n}{2}(4 + (n-1)4) > 200$$

$$\Rightarrow 4n^2 > 400 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10$$

حداقل ۱۱ جمله را باید جمع کرد.

۳-

$$\begin{aligned} 2, 7, 12, \dots & \quad d_1 = 5 \\ 8, 11, 14, \dots & \quad d_2 = 3 \end{aligned}$$

در دنباله جملات مشترک قدرنسبت برابر ک.م.م دو قدرنسبت  $d_1$  و  $d_2$  است.

دنباله جملات مشترک را می‌نویسیم:

$$17, 32, \dots$$

جمله عمومی این دنباله

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 17 + (n-1)5 = 15n + 2$$

برای یافتن تعداد اعداد سه رقمی باید تعداد اعدادی که بین ۱۰۰ و ۹۹۹ هستند را بیابیم.

$$100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997 \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

پس تعداد کل  $66 - 7 + 1 = 60$

۴-

$$\begin{cases} a_7 + a_8 + \dots + a_{20} = 80 \xrightarrow[\text{قدرنسبت } 2d]{\text{جمله } 10} S = \frac{10}{2}[2a_7 + 9(2d)] = 80 \\ S_{20} = \frac{20}{2}[2a + (20-1)d] = 155 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_7 + 18d = 16 \\ 20a + 190d = 155 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 20d = 16 \\ 20a + 190d = 155 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 10d = 8 \\ 2a + 19d = 15.5 \end{cases} \Rightarrow a = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_5 = a + 4d = 3 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 5$$

-۵-

در واقع باید مجموع جملات دنباله حسابی متناهی زیر را بیابیم:

$$3, 9, 15, \dots, 99$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 99 = 3 + (n-1)6 \Rightarrow n = 17$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] \Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2}(3 + 99) = 867$$

-۶-

$$S_\Delta = \frac{1}{3}(S_{10} - S_\Delta) \Rightarrow 3S_\Delta = S_{10} - S_\Delta \Rightarrow S_{10} = 4S_\Delta \quad (*)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow \begin{cases} S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) \\ S_\Delta = \frac{\Delta}{2}(2a_1 + \Delta d) \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow 5(2a_1 + 9d) = 10(2a_1 + \Delta d) \Rightarrow d = 2a_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$$

-۷-

تولید در سال اول یعنی آغاز سال ۹۰ تا آغاز سال ۹۱ برابر ۱۹ میلیون تن است.

$$a_1 = 19, \quad d = 4, \quad n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{10}{2}(2 \times 19 + 9 \times 4) = 370 \text{ میلیون تن}$$

-۸-

خانواده آقای احمدی برای خرید یک تلویزیون بدون پیش پرداخت در ماه اول ۵۰۰/۰۰۰ و ماه دوم ۷۰۰/۰۰۰ تومان و بدین ترتیب هر ماه ۲۰۰/۰۰۰ تومان بیش تر از ماه قبل چک داده اند. چقدر طول می کشد تا بهای تلویزیون را که ۶ میلیون تومان است، پرداخت کنند.

$$a = 500/000 \quad d = 200/000$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$6/000/000 = \frac{n}{2}[2(500/000) + (n-1)(200/000)]$$



$$12/000/000 = n[1/000/000 + 200/000 \cdot n - 200/000] = 800/000 \cdot n + 200/000 \cdot n^2$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } 200/000} 60 = 4n + n^2 \Rightarrow n^2 + 4n - 60 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4(1)(-60) = 256$$

$$n - \frac{-4 \pm 16}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = -10 & \text{غیرقابل قبول} \\ n = 6 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

-۹

دونده برای برداشتن توپ اول و قرار دادن آن در سبد مسافت  $5 \times 2 = 10$  متر را طی می‌کند و برای توپ دوم  $2(5 + 4) = 18$  متر و برای توپ سوم  $2(5 + 4 + 4) = 26$  بنابراین مسافت‌های طی شده تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند:

$$10, 18, 26, \dots \quad n = 10, \quad a_1 = 10, \quad d = 8$$

$$S = \frac{10}{2} [2 \times 10 + (10 - 1)8] = 5(20 + 72) = 5 \times 92 = 460 \text{ متر}$$

## آموزش و تمرین

## مجموع جملات دنباله هندسی

در سال گذشته با دنباله هندسی آشنا شدید. دنباله  $a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}, \dots$  (دنباله هندسی  $q \neq 1$ ) جمله اول  $a$  و قدرنسبت نامیده می‌شود و از تقسیم هر جمله بر جمله ماقبل به دست می‌آید. می‌خواهیم مجموع  $n$  جمله اول این دنباله را محاسبه کنیم:

$$S = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

حال  $Sq$  را تشکیل می‌دهیم و با محاسبه  $S - Sq$  به هدف خود که پیدا کردن فرمولی برای  $S$  می‌باشد، خواهیم رسید.

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$$

$$\Rightarrow S - Sq = a + \cancel{aq} + \dots + \cancel{aq^{n-1}} - \cancel{aq} - aq^2 - \dots - \cancel{aq^{n-1}} - aq^n$$

$$\Rightarrow S - Sq = a - aq^n$$

$$\Rightarrow S(1 - q) = a(1 - q^n)$$

$$\Rightarrow S = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

فرمول محاسبه مجموع  $n$  جمله اول دنباله هندسی

**نکته:** اگر  $|q| < 1$  حاصل  $a + aq + \dots + aq^{n-1} + \dots$  به  $S = \frac{a}{1 - q}$  نزدیک می‌شود که در آن  $a$  جمله اول

و  $q$  قدرنسبت است. به  $\frac{a}{1 - q}$  حد مجموع گفته می‌شود.

**تمرین (۱):** حاصل  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$  را بیابید.

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \quad (q = \frac{1}{2} < 1)$$

✓ پاسخ:

توجه کنید که در این حالت باید قدرمطلق قدرنسبت عددی کوچکتر از یک واحد باشد.

**تمرین (۲):** مجموع  $10$  جمله اول دنباله هندسی  $2, 8, 32, \dots$  را بیابید.

$$a = 2 \quad q = \frac{8}{2} = 4 \quad n = 10$$

✓ پاسخ:

$$S_{10} = \frac{2(1 - 4^{10})}{1 - 4} = \frac{-2}{3}(1 - 4^{10})$$



## مثال و پاسخ

مثال (۱): در دنباله هندسی ... ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶ جمله اول، چند برابر مجموع ۷ جمله اول آن است؟  
(سراسری خارج)

پاسخ: ✓

$$a = 1, q = 2$$

نسبت این دو جمله را محاسبه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} S_{14} &= \frac{1(1-2^{14})}{1-2} = 2^{14} - 1 \\ S_7 &= \frac{1(1-2^7)}{1-2} = 2^7 - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{14}}{S_7} = \frac{2^{14} - 1}{2^7 - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{14}}{S_7} = \frac{(2^7 - 1)(2^7 + 1)}{2^7 - 1} = 2^7 + 1 = 129$$

پس ۱۲۹ برابر است.

مثال (۲): کارمندی سالانه ۱۴ میلیون تومان حقوق دریافت می‌کند. اگر هر سال ۱۰٪ به حقوق او افزوده شود، مجموع حقوق دریافتی او پس از گذشت ۳۰ سال چه قدر است؟

پاسخ: ✓

$$a = 14 \text{ میلیون}$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{14,000,000 + 10\% \times 14,000,000}{14,000,000} = \frac{15,400,000}{14,000,000} = 1/1 \Rightarrow q = 1/1$$

$$S_{30} = \frac{14,000,000(1-(1/1)^{30})}{\underbrace{1-1}_{-0/1}} = 140,000,000((1/1)^{30} - 1)$$

مثال (۳): در یک دنباله هندسی جمله اول ۳ و جمله چهارم ۲۴ است. مجموع ۱۰ جمله اول دنباله را بیابید.

پاسخ: ✓

$$a_1 = a = 3, \quad a_4 = aq^3 = 24$$

$$\frac{a_4}{a_1} = \frac{aq^3}{a} = q^3 = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$S_{10} = \frac{3(1-2^{10})}{1-2} = -3(1-2^{10}) = -3 \times -1023 = 3069$$

مثال و پاسخ

مثال (۴): جمله عمومی یک دنباله هندسی  $a_n = 2^{n+1}$  می باشد. مجموع چند جمله از این دنباله هندسی ۱۲۴ است؟

پاسخ: جملات دنباله  $4, 8, 16, \dots$  است. لذا  $a_1 = 4$  و  $q = 2$ .

$$S_n = \frac{4(1-2^n)}{1-2} = 4(2^n - 1) \Rightarrow 4(2^n - 1) = 124 \Rightarrow 2^n - 1 = 31 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

مثال (۵): حاصل  $\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots}$  را بیابید.

پاسخ: صورت کسر مجموع جملات یک دنباله هندسی با  $a = 1$  و  $q = \frac{1}{2}$  است و در مخرج کسر نیز  $a = 1$  و  $q = \frac{1}{3}$  می باشد. لذا حد مجموع صورت و مخرج کسر را حساب می کنیم.

$$A = \frac{\frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}{\frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

مثال (۶): در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ است. تفاضل کوچکترین و بزرگترین این سه عدد چقدر است؟ (سراسری)

پاسخ: سه جمله را به صورت  $a, aq, aq^2$  در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} a \times aq \times \frac{a}{q} = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6 \\ \frac{a}{q} + a + aq = 19 \Rightarrow \frac{6}{q} + 6 + 6q = 19 \Rightarrow \frac{6}{q} + 6q - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 25 \quad q = \frac{13 \pm 5}{12} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \\ q = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$q = \frac{3}{2} \Rightarrow 4, 6, 9$$

$$q = \frac{2}{3} \Rightarrow 9, 6, 4$$

لذا این جملات به یکی از صورت های زیر است:

پس تفاضل کوچکترین و بزرگترین برابر ۵ است.

### سؤالات تشریحی درس دوم

۱- مجموع چند جمله از دنباله  $6, -12, 24, \dots$  (با شروع از جمله اول)  $126$ - است؟ (نهایی خرداد)

۲- در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول  $136$  و مجموع شش جمله اول  $153$  است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟ (سراسری)

۳- حاصل  $(1-x+x^2-x^3+x^4)(1+x+x^2+x^3+x^4)$  به ازای  $x = \sqrt{3}$  بیابید.

۴- مجموع جملات  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$  را بیابید.

۵- حاصل عبارت  $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$  را به ازای  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  بیابید. (سراسری ریاضی)

۶- در زندگی واقعی خود مثالی از یک دنباله هندسی طراحی کنید.

۷- بر محیط دایره‌ای  $10$  نقطه متمایز قرار دارد. از هر نقطه به نقاط دیگر وصل می‌کنیم. تعداد کل وترهای متمایز را بیابید.

۸- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله،  $3$  برابر مجموع جمله‌های با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آنرا بیابید.

## پاسخ سؤالات تشریحی درس دوم

-۱

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{6(1-(-2)^n)}{1-(-2)} = -126 \Rightarrow 1-(-2)^n = -63$$

$$(-2)^n = 64 \Rightarrow (-2)^n = (-2)^6 \Rightarrow n = 6$$

-۲

$$\begin{cases} S_3 = 136 \\ S_6 = 153 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \times \frac{1-q^3}{1-q} = 136 \\ a_1 \times \frac{1-q^6}{1-q} = 153 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_3}{S_6} = \frac{136}{153} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^3}{1-q^6} = \frac{1-q^3}{(1-q^3)(1+q^3)} = \frac{8}{9} \Rightarrow 1+q^3 = \frac{9}{8} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_1}{a_6} = \frac{1}{q^5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = 16$$

-۳

$$(1-x+x^2-x^3+x^4) = \frac{1(1-(-x)^\Delta)}{1-(-x)} = \frac{1+x^\Delta}{1+x} \quad (q = -x, a = 1)$$

$$1+x+x^2+x^3+x^4 = \frac{1(1-x^\Delta)}{1-x} \quad (a = 1, q = x)$$

$$\Rightarrow (1-x+x^2-x^3+x^4)(1+x+x^2+x^3+x^4) = \frac{1+x^\Delta}{1+x} \times \frac{1-x^\Delta}{1-x}$$

$$= \frac{1-x^{10}}{1-x^2} = \frac{1-(\sqrt{3})^{10}}{1-(\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}^{10} - 1)$$

-۴

$$\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} - \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$



۵-

$$\frac{t^1 + t^0 + t^1 + \dots + t + 1}{t^1 + t^0 + t^1 + \dots + t + 1} = \frac{1(1-t^{11})}{1-t} = \frac{1-t^{11}}{1-t} = \frac{(1+t+t^2)(1-t)}{1-t} = 1+t+t^2 = 1+1=2$$

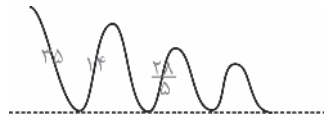
$$t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2t + 1 = \sqrt{5} \Rightarrow (2t + 1)^2 = 5 \Rightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 5 \Rightarrow t^2 + t = 1$$

۶-

یک توپ بسکتبال از ارتفاع ۳۵ متری رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد  $\frac{2}{5}$  ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. در مجموع این توپ تا هنگام توقف چند متر جابه‌جا شده است؟

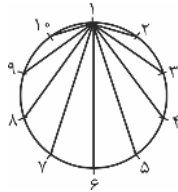
ارتفاع  $35, 14, \frac{28}{5}, \dots$

مسافت  $35, 28, \frac{56}{5}, \dots$



$$S = 35 + \frac{28}{1 - \frac{2}{5}} = 35 + \frac{28}{\frac{3}{5}} = 35 + \frac{140}{3} = \frac{245}{3}$$

۷-



نقطه اول را به هر یک از نقاط دیگر وصل می‌کنیم، مطابق شکل زیر ملاحظه می‌کنید که ۹ وتر پدید می‌آید. به همین ترتیب با وصل کردن نقطه دوم به سایر نقطه‌ها ۸ وتر پدید می‌آید و ...

$$\text{تعداد کل وترها} = 9 + 8 + \dots + 1 = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{9(9+1)}{2} = \frac{9}{2} \times 10 = 45$$

۸-

جملات دنباله که تعداد آن‌ها زوج است را به صورت  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  در نظر می‌گیریم و مجموع تمام جملات را

$$S_{2n} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q}$$

حساب می‌کنیم:

از طرفی جملات با ردیف فرد به صورت  $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}$  می‌باشند که دنباله هندسی با قدرنسبت  $(\frac{a_3}{a_1} = q^2)$

هستند. لذا مجموع آن‌ها به صورت  $S = \frac{a_1(1-(q^2)^n)}{1-q^2}$  است. پس داریم:

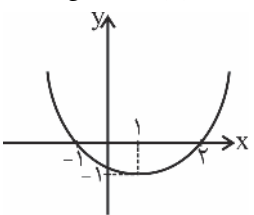
$$S_{2n} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} = 3 \times \frac{a_1(1-q^{2n})}{(1-q)(1+q)} \xrightarrow[\text{مسای از طرفین}]{\text{حذف جملات}} \frac{3}{1+q} = 1 \Rightarrow q = 2$$

۱۷

فصل (۱)، میر و معادله

**آزمون**

**نوبت اول**

ردیف	سؤالات	بارم
۱	مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب ۵ را بیابید.	۱
۲	جمله عمومی یک دنباله $a_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$ است. مجموع ده جمله اول این دنباله را بیابید.	۱
۳	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $1 \pm \sqrt{3}$ باشد.	۱
۴	سهمی $y = \frac{1}{4}(x-2)(x-6)$ را رسم کنید. صفرهای تابع را مشخص کنید.	۱/۵
۵	در شکل مقابل علامت و تعداد ریشه‌ها و علامت ضرایب را در معادله $f(x) = 0$ مشخص کنید. 	۱
۶	معادله $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$ را حل کنید.	۱
۷	اگر $x = 4$ جواب معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{ax-a}{x^2-4}$ باشد، $a$ را بیابید.	۱/۵

**آزمون**

**نوبت دوم**

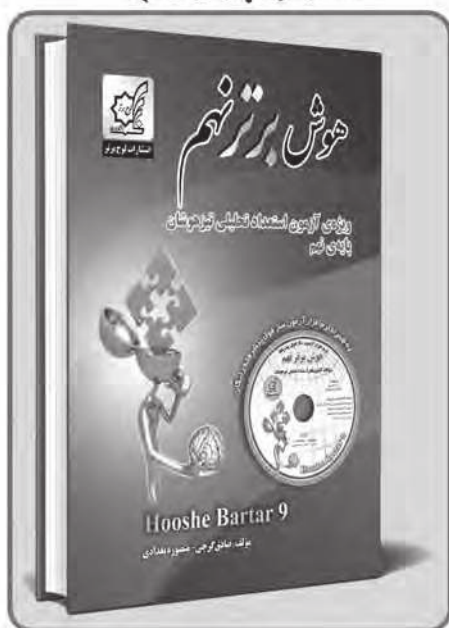


ردیف	سؤالات	بارم
۱	در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره‌های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص کنید.	۱/۲۵
۲	به روش هندسی معادله $x^2 - 2x =  x $ را حل کنید.	۱/۲۵
۳	معادله $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1$ را به روش جبری حل کنید.	۱
۴	اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟	۱/۵
۵	تابعی رسم کنید که در شرایط زیر صدق کند و ضابطه آن را بنویسید. الف) $f(2) = 3$ ب) دامنه تابع $\mathbb{R}$ باشد. ج) در بازه $[2, +\infty)$ ثابت باشد. د) برای اعداد کوچک‌تر از ۲، به صورت $\sqrt{ax + b}$ باشد.	۱
۶	نشان دهید تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ یک‌به‌یک نیست. سپس دامنه تابع را چنان محدود کنید که تابعی یک‌به‌یک شود و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.	۱/۵
۷	اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{x - 1}$ و $g(x) = x^2 + 12$ دامنه و ضابطه $f \circ g$ را به دست آورید.	۱/۵

**پاسخ تشریحی**

**آزمون نوبت اول و دوم**

## هوش برتر نهم



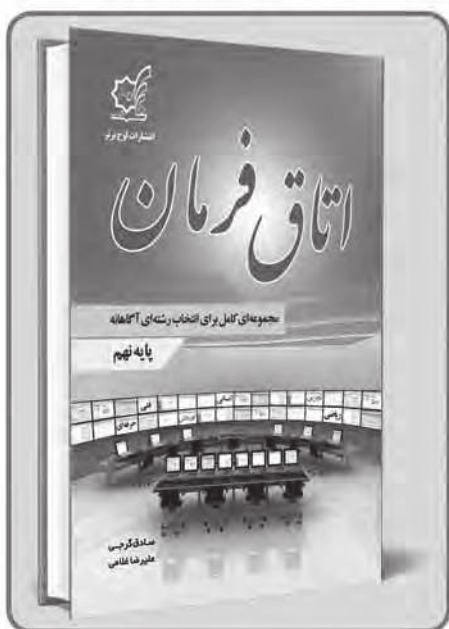
سوالات استعداد تحلیلی آزمون تیزهوشان نهم  
با نرم افزار آزمون ساز رایگان

## اسمارت نهم



آموزش ریاضی تیزهوشان و نمونه دولتی نهم  
با نرم افزار آزمون ساز رایگان

## اتاق فرمان نهم



انتخاب رشته آگاهانه و موفق در پایه نهم

## فست بوک ریاضی نهم

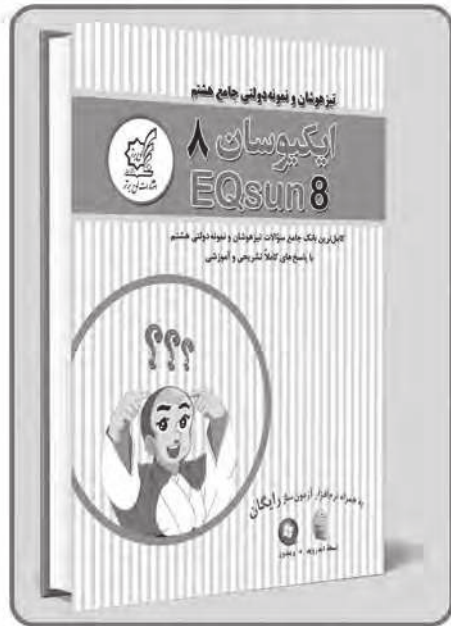


آموزش سریع، آسان و کامل ریاضی



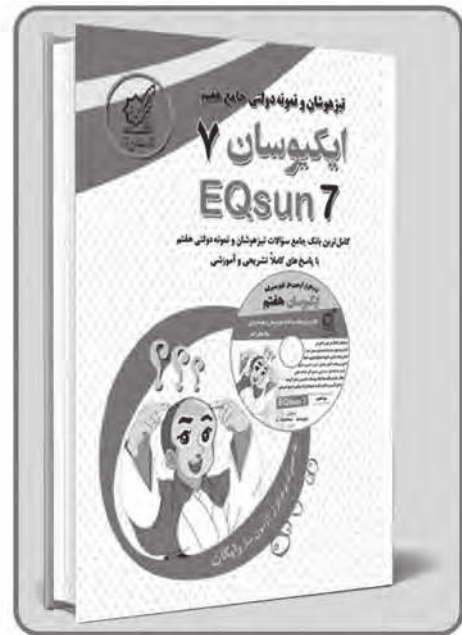
برای آشنایی بیشتر و دریافت بخشی از متن کتابها QRcode مقابل را اسکن کنید.

## ایکیوسان هشتم



کامل ترین بانک سؤالات تیزهوشان و نمونه دولتی  
تمام دروس پایه هشتم (با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

## ایکیوسان هفتم



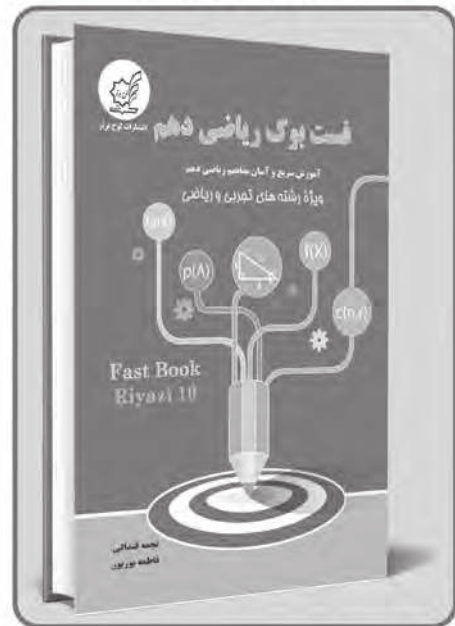
کامل ترین بانک سؤالات تیزهوشان و نمونه دولتی  
تمام دروس پایه هفتم (با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

## دکتر شو زیست دهم لوح برتر آموزش و تست کنکور



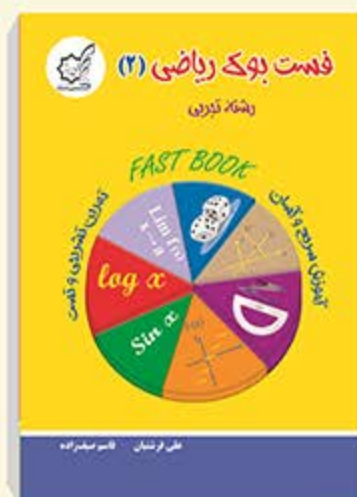
آموزش به سبک کنکور همراه با تست های جامع  
(با نرم افزار آزمون ساز رایگان)

## فست بوک ریاضی دهم تجربی و ریاضی

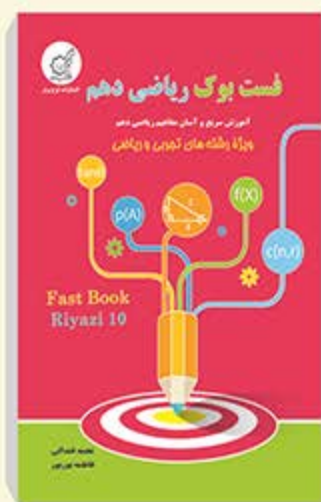


آموزش سریع، آسان و جامع ریاضی

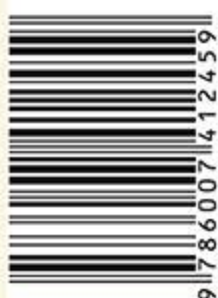
# لوچ برتر انتخاب برتر



فست بوک ریاضی (۲)  
(رشته تجربی)



فست بوک ریاضی دهم  
(رشته ریاضی و تجربی)



تهران انقلاب خیابان کارگر جنوبی بین لسانی نژاد و جمهوری پلاک ۱۲۱۴

۶۶۱۷۵۰۵۳ - ۶۶۹۷۱۹۷۰ - ۶۶۹۷۱۸۰۴

[www.Lohebartar.ir](http://www.Lohebartar.ir)

[Lohebartar@gmail.com](mailto:Lohebartar@gmail.com)

@Lohebartarpub



QRcode