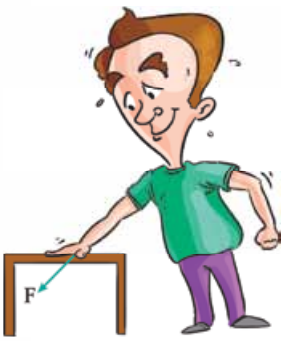
درس دوم: فشار

اگر نیروی F در راستای عمود بر سطح، به سطحی به مساحت A وارد شود، فشار وارد بر این سطح، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$P = \frac{F}{A}$$

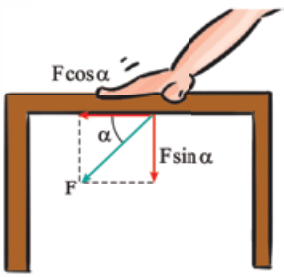
یکای فشار، «نیوتون بر متر مربع» (N/m^2) بود که به آن «پاسکال» (Pa) می‌گفتیم.

یادتان باشد که چون برای محاسبهٔ فشار، **بزرگی** نیرو را بر مساحت تقسیم می‌کنیم، کمیت حاصل، یعنی **فشار، کمیتی «نرده‌ای» است**؛ هم‌چنین، به دلیل مثبت‌بودن بزرگی نیرو و مساحت، **فشار، همیشه مثبت است.**



بیفشین! اگه یه وقت مثله شکل روبه‌رو، به صورت کج به سطح نیرو وارد کنیم، فشار چه جوری حساب می‌شه؟!

البته بعید است با چنین چیزی برخورد کنید؛ اما بد نیست بدانید که در چنین مواردی، همان‌گونه که در شکل روبه‌رو نشان داده‌ام، باید نیرو را به دو مؤلفه، یکی موازی سطح و دیگری عمود بر سطح، تجزیه کرد. مؤلفهٔ موازی سطح (یعنی $F\cos\alpha$ در شکل)، فشاری به سطح وارد نمی‌کند و برای محاسبهٔ فشار، باید مؤلفهٔ عمود بر سطح (یعنی $F\sin\alpha$) را بر مساحت تقسیم کرد.



چرا گفتین «بعید است» با چنین چیزی برخورد کنیم؟!

به خاطر این‌که در ادامهٔ این فصل، قصد داریم بر روی شاره‌ها (مایع‌ها و گازها)، تمرکز کنیم و آزمایش نشان می‌دهد که **شاره‌ها، با هر سطحی در تماس باشد، همیشه آن را در راستای عمود بر سطح، هل می‌دهند.** در شکل روبه‌رو، می‌بینید که وقتی در آب شنا می‌کنید، آب به نقاط مختلف بدن شما، چگونه نیروهایی عمود بر سطح وارد می‌کند.

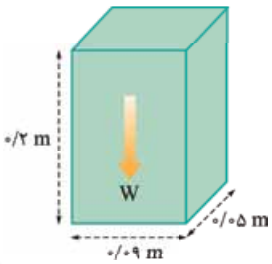
مثال ۱

من **وزن یک آجر ۱۸ N و ابعاد آن، ۰/۰۵ m × ۰/۰۹ m × ۰/۲ m است. حداقل چندتا از این آجرها را باید روی هم بگذاریم تا فشار حاصل از وزن آن‌ها با فشار جو (10^5 Pa) برابر شود؟ (g = ۱۰ N/kg)**

۱) ۵۰ ۲) ۴۵ ۳) ۱۲ ۴) ۲۵

پاسخ معمولاً در مسئله‌هایی که ما با آن‌ها سروکار داریم، به جای این‌که کسی با دست، سطحی را بفشارد، یک جسم را روی سطح می‌گذارند تا توسط وزن خود (یعنی همون W و یا mg) سطح را به پایین بفشارد. در این صورت، می‌توان رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ را به صورت $P = \frac{W}{A}$ نوشت.

نکتهٔ مهمی که در این تست، باید مورد توجه قرار گیرد، این است که چون **حداقل** (یعنی کم‌ترین) تعداد آجر را می‌خواهیم، باید آجرها را طوری بگذاریم که **بیشترین** فشار را به سطح وارد کنند. رابطهٔ $P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A}$ نشان می‌دهد که برای داشتن بیشترین فشار، باید آجر را از روی کوچک‌ترین سطحش (یعنی ۰/۰۵ m × ۰/۰۹ m) بر سطح قرار دهیم؛ یعنی: $P_{max} = \frac{W}{A_{min}}$



شکل روبه‌رو، نشان می‌دهد که هر آجر را باید چگونه قرار دهیم، تا بیشترین فشار را به سطح وارد کند. بیایید تعداد آجرهای مورد نیاز را با n نشان دهیم؛ در این صورت، اگر وزن یک آجر برابر W باشد، بدیهی است که وزن n آجر، برابر $n \times W$ است و می‌توان نوشت:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{n \times W}{A} \Rightarrow \frac{n \times ۱۸}{۰/۰۹ \times ۰/۰۵} = ۱۰^۵ \Rightarrow n = \frac{۰/۰۹ \times ۰/۰۵ \times ۱۰^۵}{۱۸} = ۲۵$$

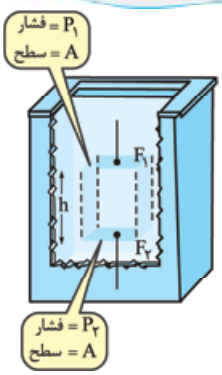
گزینهٔ ۴

تو **یک مکعب‌مستطیل به ابعاد ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر و چگالی ۷۸۰۰ kg/m^3 را روی یک میز افقی طوری قرار می‌دهیم که بیشترین فشار را وارد کند. این فشار چند پاسکال است؟**

۱) ۳۹۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۳۹۰۰۰ ۴) ۳۹

.....

.....

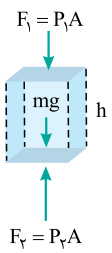


اکنون می‌خواهیم به محاسبهٔ فشار در مایعاتی بپردازیم که در حال تعادل‌اند و حرکت نمی‌کنند. همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، یک مکعب‌مستطیل از مایع را به دلخواه، انتخاب می‌کنیم و به بررسی نیروهایی می‌پردازیم که در راستای قائم، به آن وارد می‌شود. توجه کنید که این مکعب‌مستطیل، یک جسمِ فرورفته در مایع نیست؛ بلکه بخشی از خود مایع است که می‌خواهیم آن را مورد مطالعه قرار دهیم. سطح قاعدهٔ بالایی و پایینی این مکعب‌مستطیل را A و ارتفاع آن را h می‌نامیم.

مایعی که بالای این مکعب‌مستطیل است، آن را در راستای قائم، با نیروی F_1 به پایین هل می‌دهد؛ هم‌چنین، مایع زیر این مکعب‌مستطیل، سطح زیرین آن را با نیروی F_2، به بالا هل می‌دهد.

مگه نگفتین این مکعب‌مستطیل، یه بخشی از خود مایع است؟! ... مگه مایع به خودش هم نیرو وارد می‌کنه؟!

البته که وارد می‌کند! همان‌طور که مایع، به جسم شناور در خود نیرو وارد می‌کند، هر بخشی از یک مایع، به بخش دیگر مایع هم نیرو وارد می‌کند.



با «طرفین ـ وسطین» کردن رابطهٔ فشار (یعنی $P = \frac{F}{A}$)، می‌توان نیروهای F_1 و F_2 را به صورت $F_1 = P_1A$ و $F_2 = P_2A$ نوشت. به‌جز این دو نیرو، وزن مایع (یعنی mg) نیز در راستای قائم و به طرف پایین، به مایع وارد می‌شود. چون این مکعب‌مستطیل مایع، در راستای قائم، بالا یا پایین نمی‌رود، باید مجموع دو نیروی رو به پایینِ F_1 و mg، هم‌اندازه با نیروی رو به بالای F_2 باشد: $F_1 + mg = F_2 \Rightarrow P_1A + mg = P_2A$

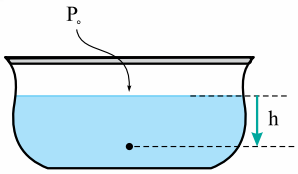
اگر چگالی مایع را ρ بنامیم و به جای جرم مکعب‌مستطیل، $m = \rho V$ و به جای V هم Ah را بگذاریم، خواهیم داشت:

$$P_1A + \rho Ahg = P_2A \Rightarrow P_2 = P_1 + \rho gh$$

رابطهٔ رنگی بالا، نشان می‌دهد که:

> وقتی در یک مایع، به اندازهٔ h در راستای قائم پایین می‌رویم، فشار مایع به اندازهٔ ρgh افزایش می‌یابد.

معمولاً فشار در هر نقطهٔ داخل مایع را با فشار در **سطح آزاد** آن مقایسه می‌کنند. فشار در سطح آزاد یک مایع، برابر فشار جو (یعنی P_0) است؛ بنابراین، فشار در عمق h زیر سطح آزاد مایع (شکل روبه‌رو)، برابر می‌شود با:



$$P = P_0 + \rho gh$$

فشار هوا (P_0)، تقریباً برابر 10^5 Pa است. این فشار را ۱ اتمسفر (1 atm) هم می‌نامند. در این‌جا باید توجه شما را به چند نکتهٔ بسیار مهم جلب کنم:

۱ در رابطهٔ $P = P_0 + \rho gh$، برای عبارت ρgh و P، نام‌های خاصی به کار برده می‌شود که باید آن‌ها را به خاطر بسپارید:

به P، «**فشار مطلق**»، «**فشار کل**» و یا به اختصار «**فشار**» می‌گوییم.
به عبارت ρgh، «**فشار مایع**» یا «**فشار پیمانه‌ای**» گفته می‌شود.

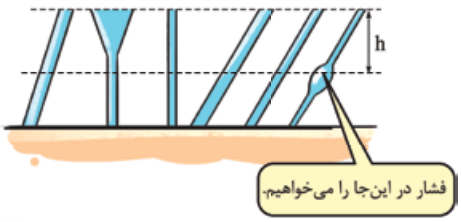
ببخشین! «پیمانه‌ای» یعنی چی؟!

اگر رابطهٔ $P = P_0 + \rho gh$ را به صورت $P - P_0 = \rho gh$ بنویسیم، می‌بینیم که ρgh، برابر است با اختلاف فشار یک نقطه با فشار هوای محیط. باید بدانید که:

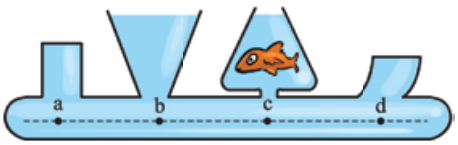
وسیله‌های اندازه‌گیری فشار (فشارسنج‌ها)، اختلاف فشار یک نقطه با فشار هوای محیط را نشان می‌دهند و به همین دلیل، به اختلاف فشار یک نقطه با فشار هوای محیط (یعنی $P - P_0$)، «فشار پیمانه‌ای» گفته می‌شود و آن را با نماد P_g نشان می‌دهند. وقتی فشار در یک نقطه، بیشتر از فشار هوای محیط باشد ($P > P_0$)، فشار پیمانه‌ای، مثبت و اگر فشار در یک نقطه، کم‌تر از فشار هوای محیط باشد ($P < P_0$)، فشار پیمانه‌ای، منفی است.

۲ یادتان بماند که برای محاسبهٔ فشار در یک نقطه داخل مایع، شکل ظرف بی‌اهمیت است و منظور از ارتفاع h، همیشه «ارتفاع قائم» است.

(منظورم اینه که اگه ظرف کج و کوله هم باشه، بازم «ارتفاع»، یه خط قائم و صافه!) شکل روبه‌رو، این موضوع را به خوبی نشان می‌دهد.

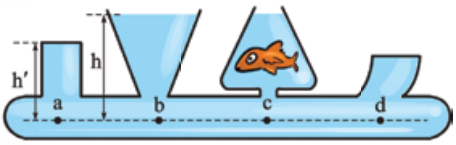


۳ به نقطه‌هایی از مایع که روی یک خط **افقی** واقع باشند، (مثل نقطه‌های a، b، c و d در شکل روبه‌رو)، اصطلاحاً «هم‌تراز» می‌گویند. **وقتی مایعی بی‌حرکت است، فشار در نقطه‌های هم‌تراز آن، مساوی است.** برای توجیه این برابری فشار، گفته می‌شود که اگر فشار در نقطه‌های هم‌تراز، برابر نبود، مایع باید از نقطه‌ای که فشار بیشتری داشت، به طرف نقطه‌ای با فشار کم‌تر، جریان می‌یافت. از آن‌جایی که مایع ساکن است و جریانی در آن وجود ندارد، نقطه‌های هم‌تراز آن، باید هم‌فشار باشند.



ولی اگه از فرمولی که گفتین استفاده کنیم؛ فشار توو این نقطه‌ها مساوی نمی‌شه که!

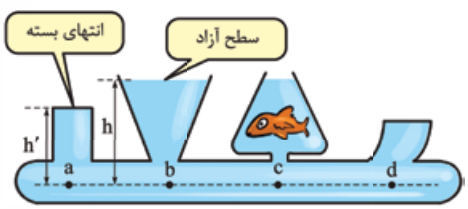
چرا؟!



مثلاً اگه ارتفاع مایعی که بالای نقطهٔ b قرار داره رو با h و ارتفاع مایعی رو که بالای نقطهٔ a قرار داره رو با h' نشون بدیم، واضحه که ρgh از $\rho gh'$ بیشتره!

چرا فقط به جملهٔ ρgh نگاه می‌کنید؟! ... واقعیت این است که فشار در نقطهٔ b برابر با مجموع فشار هوای بالای سطح آزاد مایع (یعنی P_0) با فشار ناشی از مایع (یعنی ρgh) است؛ در حالی که فشار در نقطهٔ a، برابر مجموع فشار ناشی از انتهای بستهٔ بالایی با $\rho gh'$ است. نکتهٔ جالب، این است که فشاری که توسط انتهای بستهٔ بالایی بر سطح بالایی مایع وارد می‌شود، از فشار هوای محیط بیشتر است.

از کجا معلوم؟!



کافی است تصور کنید که این دهانهٔ بسته را باز کنیم! در این صورت، خواهید دید که مایع از دهانهٔ بازشده، بیرون می‌پاشد. توجه دارید که پس از بازکردن دهانهٔ لوله، فقط هوای محیط است که بر سطح آب فشار می‌آورد و بیرون‌زدن آب از این دهانه، نشان می‌دهد که فشار هوا، قادر نیست مایع را در ارتفاع h' نگه دارد و لابد، دهانهٔ بسته، فشاری بیشتر از فشار هوا وارد می‌کرده است.

خلاصه این‌که، فشار در نقطهٔ b برابر $P_b = P_0 + \rho gh$ و فشار در نقطهٔ a، برابر $P_a = P_{\text{انتهای بسته}} + \rho gh'$ است. حتماً وقتی که h' کم‌تر از h است، انتهای بسته $P_{\text{انتهای بسته}}$ به اندازه‌ای از P_0 بیشتر است، که فشار در دو نقطهٔ a و b، برابر می‌گردد.

(گفته بودم که اگه فشار توو دو نقطهٔ هم‌تراز برابر نشه، مایع باید از جایی که فشار بیشتره، به حرکت دربیاد و بره به جایی که فشار، کم‌تره. چون چنین اتفاقی نمیفته و مایع ساکنه، مطمئنیم که فشار توو این نقاط برابره!)

بگذارید قبل از این‌که به حل چند مثال بپردازیم، این نکتهٔ آخر را یک بار خلاصه کنم! یادتان بماند که:

فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز مساوی است؛ به شرطی که: دو نقطه در یک مایع قرار داشته باشند و مایع، ساکن باشد و البته، شکل ظرف یا وجود یک جسم خارجی در مایع *(مثله اون ماهی توو شکلای بالا!)*، هیچ تأثیری در برابریِ فشار در نقاط هم‌تراز ندارد.

منو بزن ۲

من **عمیق‌ترین قسمت خلیج فارس، عمقی در حدود ۹۰ متر دارد و فشار پیمانه‌ای در این عمق، $۹/۲۷\times۱۰^۵\ \text{Pa}$ است. چگالی آب خلیج فارس در SI کدام است؟ $(g = ۱۰\ \text{N/kg})$**

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۱۰۳۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۱۵۰۰

پاسخ با استفاده از رابطهٔ $P = P_0 + \rho gh$، می‌توان نوشت:

$$\underbrace{P - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای } P_g} = \rho gh \Rightarrow ۹/۲۷\times۱۰^۵ = \rho\times۱۰\times۹۰ \Rightarrow \rho = \frac{۹/۲۷\times۱۰^۵}{۱۰\times۹۰} = ۱۰۳۰\ \text{kg/m}^۳$$

گزینهٔ ۲

تو **شناگری در عمق ۵ متری از سطح آب دریاچه‌ای شنا می‌کند. فشار ناشی از آب در این عمق، چند پاسکال است؟ (چگالی آب را $۱۰۰۰\ \text{kg/m}^۳$ و شتاب گرانش زمین را $۱۰\ \text{N/kg}$ در نظر بگیرید.)**

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۵۰۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰۰۰ ۴) ۱۰۵۰۰۰

.....

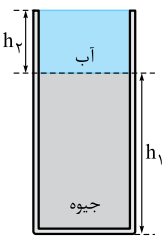
.....

منو بزن ۳

من **در لوله‌ای قائم به ارتفاع ۱ متر، مقداری جیوه (با چگالی $۱۳۵۰۰\ \text{kg/m}^۳$) و روی آن، آن‌قدر آب ریخته‌ایم تا لوله لبریز شود. اگر انتهای بالایی لوله باز باشد، ارتفاع جیوه باید چند سانتی‌متر باشد تا فشار کل در انتهای پایینی لوله ۲ برابر فشار هوای محیط گردد؟ (فشار هوای محیط $۱۰^۵$ پاسکال است.)**

۱) ۷۲ ۲) ۲۸ ۳) ۵۰ ۴) ۷/۲

پاسخ وقتی در ظرفی دو مایع بر روی هم می‌ریزیم، برای محاسبهٔ فشار کل در کف ظرف، باید فشار ناشی از دو مایع (یعنی ρghها) را با فشار هوا جمع کرد:



$$P = P_0 + \underbrace{\rho_۱gh_۱}_{\text{جیوه}} + \overbrace{\rho_۲gh_۲}^{\text{آب}}$$

بنا بر گفتهٔ سؤال، این فشار باید ۲ برابر فشار هوای محیط باشد:

$$P = P_0 + \rho_۱gh_۱ + \rho_۲gh_۲ = ۲P_0 \Rightarrow \rho_۱gh_۱ + \rho_۲gh_۲ = P_0$$

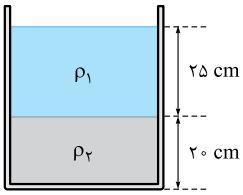
$$\Rightarrow ۱۳۵۰۰\times۱۰h_۱ + ۱۰۰۰\times۱۰h_۲ = ۱۰^۵ \Rightarrow ۱۳۵h_۱ + ۱۰h_۲ = ۱۰۰$$

چون ارتفاع لوله کلاً برابر ۱ متر است، اگر ارتفاع جیوه را $h_۱$ بنامیم، ارتفاع آب برابر $(۱-h_۱)$ متر خواهد بود و معادلهٔ رنگی بالا به صورت زیر درمی‌آید:

$$۱۳۵h_۱ + ۱۰(۱-h_۱) = ۱۰۰ \Rightarrow ۱۲۵h_۱ = ۹۰ \Rightarrow h_۱ = \frac{۹۰}{۱۲۵}\ \text{m} = \frac{۹۰}{۱۲۵}\times۱۰۰\ \text{cm} = ۷۲\ \text{cm}$$

گزینهٔ ۱

تو در شکل مقابل، اگر فشار هوا $10^5\ Pa$ و چگالی دو مایع $\rho_1 = 2000\ kg/m^3$ و ρ_2 و فشار کل در کف ظرف $1/1\times10^5\ Pa$ باشد، ρ_2 چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟



۱) ۱۵۰۰
۲) ۳۵۰۰
۳) ۲۵۰۰
۴) ۴۰۰۰

آماده‌این یه فرده مثلامونو سفت‌تر کنیم؟! ... یه نفس عمیق بکشین و برین سراغ زوج بعدی «منوتو»!

منوتو ۴

من در شکل مقابل، فشار در سطح مایع، برابر P_1 و فشار کل در کف ظرف برابر P_2 است. با پایین‌آوردن پیستون، فشار در سطح مایع را ۲ برابر می‌کنیم. فشار کل در کف ظرف در این حالت، P'_2 می‌شود. کدام گزینهٔ زیر درست است؟ *(سراسری تجربی ۸۰)*

۱) $P'_2 = 2P_2$
۲) $P'_2 = P_2$
۳) $2P_2 < P'_2 < 3P_2$
۴) $P_2 < P'_2 < 2P_2$

پاسخ پیش از پایین‌آوردن پیستون، می‌توان نوشت: $P_2 = P_1 + \rho gh$

و پس از پایین‌بردن پیستون، داریم: $P'_2 = 2P_1 + \rho gh$

برای آن‌که بفهمیم P'_2 چند برابر P_2 است، بهتر است دو عبارت بالا را بر هم تقسیم کنیم: $\frac{P'_2}{P_2} = \frac{2P_1 + \rho gh}{P_1 + \rho gh}$

واضح است که کسر رنگی از ۱ بزرگ‌تر است (چون صورتش از مخرج بیشتر است)، بنابراین $\frac{P'_2}{P_2}$ باید بزرگ‌تر از ۱ باشد: $P'_2 > P_2$

برای ادامهٔ کار، به یک ابتکار ریاضی نیاز داریم! صورت کسر رنگی را به صورت $2(P_1 + \rho gh) - \rho gh$ می‌نویسیم (در حقیقت به صورت کسر، یک جملهٔ ρgh را اضافه و کم می‌کنیم و بین دو جمله، از ۲ فاکتور می‌گیریم) و بالأخره، نوبت به تفکیک کسر می‌رسد:

$$\frac{P'_2}{P_2} = \frac{2P_1 + \rho gh}{P_1 + \rho gh} = \frac{2(P_1 + \rho gh) - \rho gh}{P_1 + \rho gh} = 2 - \frac{\rho gh}{P_1 + \rho gh}$$

می‌بینید که در عبارت نهایی بالا، عبارت $\frac{\rho gh}{P_1 + \rho gh}$ از ۲ کاسته می‌شود؛ یعنی حاصل عبارت، حتماً از ۲ کم‌تر است: $\frac{P'_2}{P_2} < 2 \Rightarrow P'_2 < 2P_2$

گزینهٔ ۴

ما که رفتیم توو شوک! ... از کجا باید به فکرمون می‌رسید که از این کارا بکنیم؟!

حق با شما است! ... این تست به ابتکاری نیاز داشت که اگر دانش‌آموزی مشابه آن را ندیده بود، بعید بود به فکر انجامش می‌افتاد! ... البته این راه، تنها راه‌حل ممکن نیست و ممکن است شما با استدلال دیگری، به همین نتیجه برسید. (البته استدلال‌های دیگر هم ساده‌تر از چیزی که گفتم نیستند!!) ... عیبی ندارد! حالا که شما هم این استدلال را دیدید، باید بتوانید تست بعدی را خودتان حل کنید!

تو اگر فشار کل در عمق h از سطح دریا، برابر P_1 و در عمق $2h$ برابر P_2 باشد، کدام گزینه درست است؟ *(سراسری ریاضی ۷۷)*

۱) $P_2 = P_1$
۲) $2P_1 > P_2 > P_1$
۳) $P_2 = 2P_1$
۴) $2P_1 \geq P_2 > P_1$

من در شکل مقابل، اختلاف فشار آب بین نقاط A و B چند پاسکال است؟

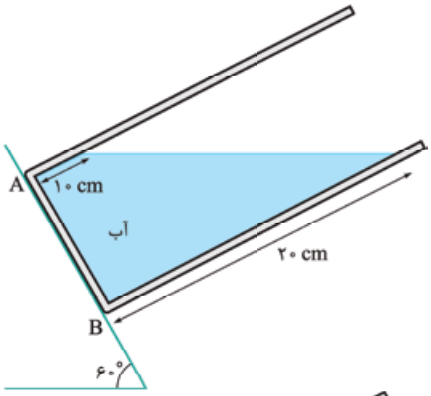
$(\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳ , g = ۱۰\,N/kg)$

۱) ۵۰۰

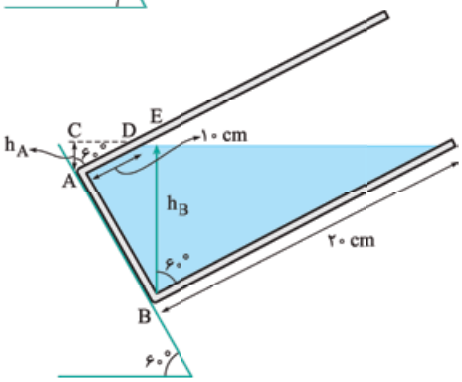
۲) $۵۰۰\sqrt{۳}$

۳) ۲۵۰

۴) $۲۵۰\sqrt{۳}$

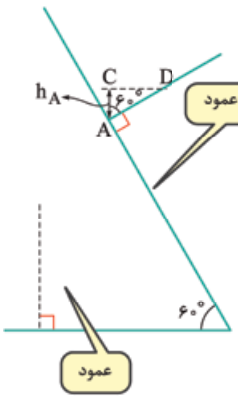


پاسخ یادتان باشد که وقتی می‌خواهید فشار در یک نقطه را از رابطهٔ $P = P_۰ + \rho gh$ به دست آورید، منظور از h، طول خطی است که از آن نقطه، بر سطح آزاد مایع عمود می‌شود. به این ترتیب، چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، برای نقطهٔ A، باید طول خط AC و برای نقطهٔ B، باید طول خط BE را به دست آورد.



اون دوتا زاویهٔ ۶۰ درجهٔ بالایی رو از کجا فهمیدین ۶۰ درجه‌ان؟!

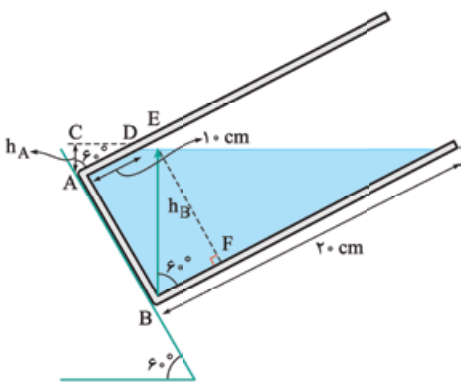
سؤال خوبی پرسیدی! در شکل روبه‌رو، می‌بینید که دو ضلع AC و AD بر دو ضلع سطح شیب‌دار عمودند و در هندسه ثابت می‌شود که وقتی دو ضلع دو زاویه، همانند این شکل، بر هم عمودند، این دو زاویه برابرند. *(این قضیه رو حفظ کنین و هر وقت حوصله داشتین، سعی کنین به عنوان یه قضیهٔ هندسه، اثباتش کنین! ... با تشکر فراوان! ...)* با این استدلال، می‌توان فهمید که هر دو زاویهٔ بالایی در شکل قبل، ۶۰ درجه‌اند.



حالا به مثلث ACD در شکل زیر نگاه کنید! وتر این مثلث ۱۰ cm است و ضلع مجاور به زاویهٔ ۶۰ درجه را می‌خواهیم. مطمئنم با دیدن «ضلع مجاور» و «وتر»، همگی به یاد «کسینوس» افتاده‌اید! می‌توان نوشت:

$$\cos ۶۰^\circ = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_A}{۱۰} \Rightarrow h_A = ۵\,cm = ۰/۰۵\,m$$

به همین روش، می‌توان ارتفاع h_B را هم حساب کرد! به مثلث BEF نگاه کنید:



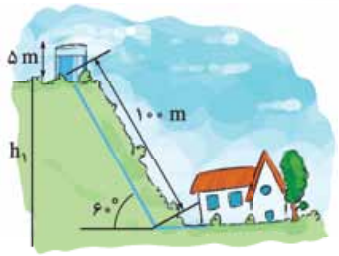
$$\cos ۶۰^\circ = \frac{BE}{BF} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_B}{۲۰} \Rightarrow h_B = ۱۰\,cm = ۰/۱\,m$$

بعد از این کارهای هندسی، باید به سراغ رابطه‌های فیزیک برویم! فشار در نقطهٔ A، برابر $P_A = P_۰ + \rho gh_A$ و در نقطهٔ B، برابر $P_B = P_۰ + \rho gh_B$ است؛ بنابراین اختلاف فشار در این دو نقطه، برابر می‌شود با:

$$P_B - P_A = (P_۰ + \rho gh_B) - (P_۰ + \rho gh_A) = \rho g(h_B - h_A) = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times (۰/۱ - ۰/۰۵) = ۵۰۰\,Pa$$

گزینهٔ ۱

تو آب مصرفی یک خانه، مطابق شکل از مخزنی در بالای یک بلندی، تأمین می‌شود. وقتی مخزن پر از آب است، فشار پیمانه‌ای آب در کف این خانه چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی آب را $1000\ kg/m^3$، شتاب گرانش را $10\ N/kg$ و $\sqrt{3}$ را برابر $1/7$ بگیرید.)



۱) ۳۰۰

۲) ۸۵۰

۳) ۹۰۰

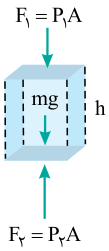
۴) ۷۵۰

منوتو ۶

من اختلاف فشار بین دو نقطه از مایعی در حال سکون، ΔP است. اگر ظرف محتوی این مایع با شتاب رو به پایین $\frac{g}{3}$ در راستای قائم، به حرکت درآید، اختلاف فشار بین این دو نقطه، کدام خواهد شد؟ *(سراسری ریاضی ۸۴)*

۱) ΔP ۲) $\frac{1}{3}\Delta P$ ۳) $\frac{2}{3}\Delta P$ ۴) $\frac{4}{3}\Delta P$

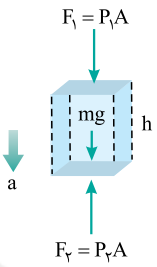
پاسخ بیایید یک بار دیگر، کاری را که در ابتدای این درس، برای مقایسهٔ فشار در دو نقطه از یک مایع انجام دادیم، تکرار کنیم. مکعب‌مستطیلی از مایع را مطابق شکل در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را در راستای قائم نمایش می‌دهیم.



وقتی ظرف ساکن است، نیروی خالص وارد بر این مکعب‌مستطیل باید برابر صفر باشد؛ یعنی جمع دو نیروی رو به پایین F_1 و mg، باید با نیروی رو به بالای F_2 برابر باشد:

$$F_1 + mg = F_2 \Rightarrow P_1A + mg = P_2A \Rightarrow A(P_2 - P_1) = mg \Rightarrow \Delta P = \frac{mg}{A}$$

وقتی ظرف با شتاب $\frac{g}{3}$ به طرف پایین به حرکت درمی‌آید، باید نیروی خالص وارد بر مکعب‌مستطیل نشان داده‌شده را طبق قانون دوم نیوتون، برابر ma قرار داد.



برای تعیین نیروی خالص، با توجه به **رو به پایین بودن شتاب**، باید دو نیروی رو به پایین را با هم جمع کرده و آن را منهای نیروی رو به بالا کرد:

$$F_1 + mg - F_2 = ma \Rightarrow P_2'A - P_1'A = mg - m\frac{g}{3} \Rightarrow A(P_2' - P_1') = \frac{2}{3}mg \Rightarrow \Delta P' = \frac{2}{3} \times \frac{mg}{A}$$

می‌بینید که در این حالت، اختلاف فشار $\frac{2}{3}$ حالت قبل است.

گزینهٔ ۳

تو اختلاف فشار بین دو نقطهٔ درون سطل پر از آبی، در حال سکون برابر ΔP می‌باشد. اگر سطل آب با شتاب گرانش (g) سقوط کند، اختلاف فشار بین این دو نقطه، ..... *(سراسری ریاضی ۱۳۴۹)*

۱) برابر صفر می‌شود.

۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از ΔP می‌شود.

۳) برابر ΔP می‌ماند.

۴) بزرگ‌تر از ΔP می‌شود.

(سال ۱۳۴۹، سه تا ویژگی خاص داره! اولیش، فرود فضاپیمای آمریکایی بر سطح کرهٔ ماهه. دومیش، تاریخ قدیمی‌ترین تستای کنکور سراسری ایرانه که به دست بشر امروزی رسیده و بالأخره، سومیش، سال تولد خودمه!)

(ناگفته نماند که کتاب درسی شما، فشار مایع‌ها را فقط در حالتی بررسی کرده که ظرف حاوی مایع، ساکن باشد و ما فقط با بیان این دو تست، خواستیم کمی افق دید شما را گسترده‌تر کنیم و در بانک تست، اصلاً چنین نمونه‌هایی را برایتان نیاورده‌ایم!)

پیش از به پایان‌رساندن این درس‌نامه، باید کمی هم در مورد فشار در گازها صحبت کنیم! دیدیم که اگر درون یک مایع، فشار در یک نقطه، برابر P_1 و در نقطه‌ای که به اندازهٔ h پایین‌تر است، برابر P_2 باشد، داریم: $P_2 = P_1 + \rho gh$

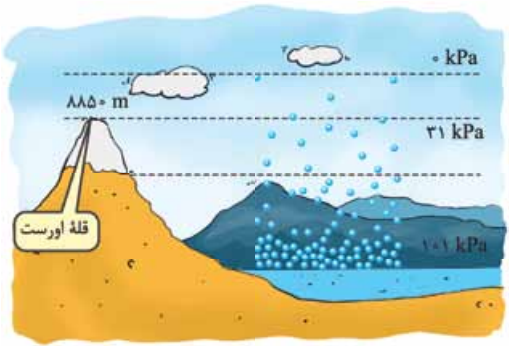
این رابطه، در مورد گازها نیز قابل استفاده است؛ اما نکتهٔ قابل توجه، این است که چگالی گازها بسیار کوچک است و اگر ارتفاع هم زیاد نباشد، می‌توان گفت که عبارت ρgh قابل چشم‌پوشی و $P_2 = P_1$ است؛ یعنی:

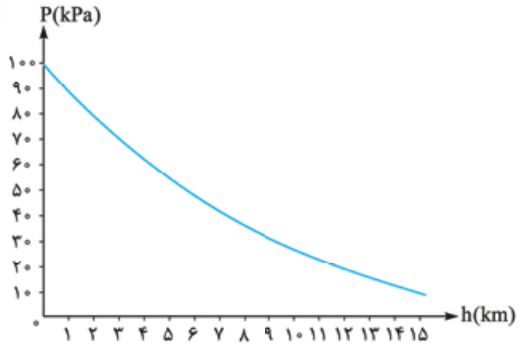
> در یک مخزن گاز که ارتفاع خیلی زیادی نداشته باشد، فشار گاز در تمام نقاط، مساوی است.

به این ترتیب، در بیشتر مواردی که با یک گاز سروکار داریم، فشار در تمام نقاط را برابر می‌گیریم؛ اما در صورتی که ارتفاع گاز، خیلی زیاد باشد (که بسیار به ندرت با آن سروکار داریم)، دیگر نمی‌توان فشار در همهٔ نقاط را برابر گرفت. به عنوان یک نمونهٔ واقعی از چنین حالتی، می‌توان به جو زمین اشاره کرد. اگر ارتفاع، چندان زیاد نباشد (مثلاً ارتفاع یک اتاق معمولی)، می‌توان فشار جو را ثابت در نظر گرفت؛ اما در صورتی که مثلاً بخواهیم فشار در قلهٔ اِورست را بدانیم، دیگر نمی‌توان این فشار را با فشار در سطح دریا، برابر گرفت.

اون‌وقت باید از رابطهٔ $P_2 = P_1 + \rho gh$ استفاده کنیم؟!

متأسفانه خیر! این رابطه هم قابل استفاده نیست! واقعیت این است که به دلیل جاذبهٔ زمین، همان‌گونه که شکل زیر (سمت چپ) نشان می‌دهد، مولکول‌های هوا در ارتفاعات پایین، متراکم‌ترند و به همین دلیل، چگالی هوا در ارتفاع‌های مختلف، یکسان نیست. بیان یک رابطهٔ ریاضی برای چنین حالتی، از محدودهٔ دبیرستان خارج است و در کتاب‌های دانشگاهی به آن پرداخته می‌شود. در شکل سمت راست، نموداری رسم شده که محور قائم آن، فشار هوا و محور افقی‌اش، ارتفاع از سطح زمین را نشان می‌دهد. بد نیست شکل این نمودار در ذهنتان بماند!



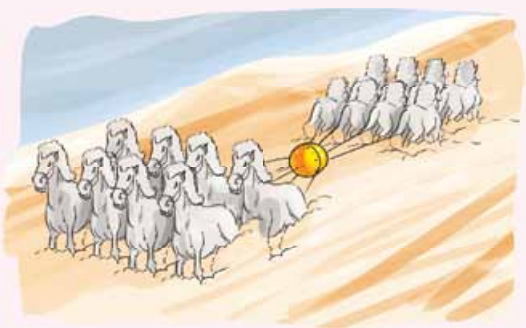


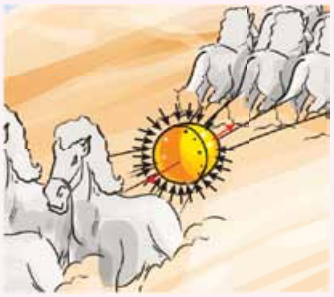
موضوع جالب زیر و بفونین و هر وقت خستگی‌تون در رفت، تمرین‌های تشریحی و تست‌های مربوط به درس دوم را حل کنین.

به این می‌گن «شهردار»!

جلوی اسم اندک افرادی، می‌توان این واژه‌ها را دید:
دانشمند، مخترع و سیاستمدار!

(به خصوص این آخریه، با دوتای اولی، یه خرده ناهماهنگ به نظر میاد!) شخص موردنظر ما، اُتو فن گریکه، یک آلمانی در قرن هفدهم میلادی است. او در سال ۱۶۵۴ میلادی، یک پمپ خلأ ابداع کرد که وقتی به یک محفظه وصل می‌شد، می‌توانست هوای داخل آن را تخلیه کند. او سپس برای آن‌که نشان دهد، هوا به اجسام فشار می‌آورد، آزمایش جالبی در شهر «ماگدبورگ»، در شمال شرقی آلمان، ترتیب داد. او، خود، شهردار این شهر نیز بود! آزمایش جالبی که او برای نمایش فشار هوا به مردم شهرش انجام داد به این صورت بود:





دو نیم‌کرهٔ توخالی مسی، به قطر تقریبی ۵۰ سانتی‌متر را در کنار هم قرار داد تا یک کره پدید آید. سپس، توسط پمپ خلأ خود، هوای درون این کره را خارج کرد. با این کار، نیرویی که هوای خارج، بر دو نیم‌کره وارد می‌کرد، سبب به هم چسبیدن آن‌ها می‌شد. او هشت اسب را توسط زنجیرهایی به یک طرف و هشت اسب دیگر را به طرف دیگر کره وصل کرد و همهٔ تماشاگران دیدند که با وجود کشش اسب‌ها از دو طرف، نیم‌کره‌ها از هم جدا نمی‌شوند! نیم‌کره‌هایی که او در این آزمایش به کار برد، هم‌اکنون در موزهٔ علم و فناوری مونیخ، نگه‌داری می‌شوند.

درس دوم

۸- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (جلوی هر کدام، بنویسید «درست» یا «نادرست».)

۸-۱) یک نیروی معین، هر چه به سطح کوچک‌تری در راستای عمود بر سطح وارد شود، فشار وارد بر سطح بیشتر است.

۸-۲) هر چه در یک مایع ساکن پایین‌تر برویم، فشار مایع کاهش می‌یابد.

۸-۳) فشار پیمانه‌ای هرگز منفی نمی‌شود.

۸-۴) در یک مخزن گاز که ارتفاع خیلی‌زیادی نداشته باشد، فشار گاز در تمام نقاط یکسان است.

۸-۵) چگالی و فشار هوا در نزدیکی سطح زمین، بیشترین مقدار را دارد.

۹- در هر یک از موارد زیر، عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب کنید و آن را در انتهای هر مورد بنویسید.

۹-۱) فشار یک کمیت (نرده‌ای ـ برداری) است.

۹-۲) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا (کاهش ـ افزایش) می‌یابد.

۹-۳) در شاره‌ای که فشار آن کم‌تر از فشار جو است، فشار پیمانه‌ای (منفی ـ مثبت) است.

۹-۴) یک شارهٔ ساکن به هر سطحی که با آن در تماس باشد، نیرویی (موازی آن سطح ـ عمود بر آن سطح) وارد می‌کند.

۱۰- در هر یک از موارد زیر، جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید:

۱۰-۱) یکای فشار در SI، پاسکال نام دارد که برحسب یکاهای اصلی به صورت ..... نوشته می‌شود.

۱۰-۲) نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین، خطی نیست و دلیل آن، یکسان‌نبودن ..... در ارتفاعات مختلف است.

۱۰-۳) در نقاطی از یک مایع که روی ..... قرار داشته باشند، فشار یکسان است.

۱۰- به هر یک از پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

۱۰-۱) یکای فشار برحسب یکاهای اصلی SI به چه صورت نوشته می‌شود؟

۱۰-۲) چرا نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین، یک نمودار خطی نیست؟

۱۰-۳) در چه نقاطی از یک مایع، فشار یکسان است؟

۱۱- یک ستون از هوا به سطح مقطع $1\,m^2$ را در نظر می‌گیریم که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. اگر فشار هوا در سطح دریا، $1\,bar$ باشد، چند کیلوگرم هوا در این ستون وجود دارد؟ $(g = 10\,N/kg, 1\,bar = 10^5\,Pa)$

۱۲- مکعبی شیشه‌ای به ضلع $a = ۵\ cm$، دارای جرم $m = ۰/۳۲۵\ kg$ می‌باشد. چگالی شیشه را برحسب $g/cm^۳$ به دست آورده و حساب کنید فشاری که مکعب به سطح افقی وارد می‌کند، چند پاسکال است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱۳- نشان دهید در شاره‌ای به چگالی ρ که در حال تعادل است، اگر فشار در یک نقطه، برابر $P_۱$ و در نقطهٔ دیگری که به اندازهٔ h در راستای قائم، پایین‌تر از آن است، برابر $P_۲$ باشد، داریم: $P_۲ = P_۱ + \rho gh$

۱۴- فشار کل در چه عمقی از یک دریاچه، ۵ برابر فشار هوا است؟ (فشار هوا $۱۰^۵\ Pa$، چگالی آب $۱\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ N/kg$ است.)

۱۵- پیستونی به وزن $۱۰۰\ N$ و سطح مقطع $۱۰۰\ cm^۲$، بر روی مایعی مطابق شکل روبه‌رو قرار دارد. فشار کل را در عمق ۳ متری زیر پیستون، به دست آورید. (فشار هوا را $۱۰^۵\ Pa$ و چگالی مایع را، $۲۰۰۰\ kg/m^۳$ بگیرید؛ هم‌چنین $g = ۱۰\ N/kg$ است.)

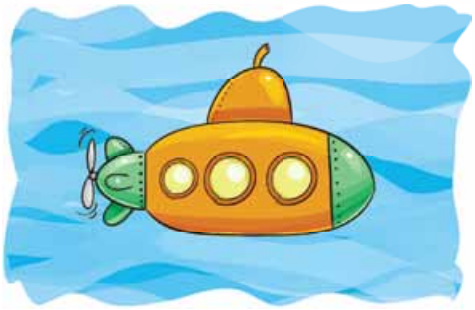
بانک تست درس دوم

از این‌جا به بعد، بانک تست به روال معمول برمی‌گردد! تست‌های هر بخش با «دست‌گرمی» آغاز می‌شود و پس از آن، «تمرین» در انتظار شما است. این دو بخش باید بدون زمان‌گرفتن حل شوند و در آخر، یک آزمون داریم که برای آن، باید زمان خود را محدود کنید.

دست‌گرمی

۱۷۷- فشار و نیرو، چه نوع کمیت‌هایی هستند؟ (به ترتیب از راست به چپ)

۱) نرده‌ای، نرده‌ای
۲) نرده‌ای، برداری
۳) برداری، نرده‌ای
۴) برداری، برداری



۱۷۸- یک زیردریایی تفریحی، همانند شکل روبه‌رو، در اعماق اقیانوسی به آرامی حرکت می‌کند. این زیردریایی، پنجره‌های کوچک دایره‌ای، به شعاع $0/4\ m$ دارد. اگر فشار آب در محل هر یک از پنجره‌ها، $9\times10^5\ Pa$ باشد، بزرگی نیروی عمودی‌ای که آب بر سطح خارجی یکی از این پنجره‌ها وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(\pi = 3)$

آشنایی با کتاب درسی

۱) $4/32\times10^4$
۲) $4/32\times10^5$
۳) $3/6\times10^5$
۴) $3/6\times10^4$

۱۷۹- شکل روبه‌رو، غواصی را نشان می‌دهد که با قراردادن یک سر شلنگی در دهان خود، در حالی که سر دیگر آن از آب بیرون است، تا عمق ۶ متر در آب فرو رفته است. فشار پیمانه‌ای وارد بر قفسهٔ سینهٔ او از طرف آب، چند اتمسفر است؟ (چگالی آب $1000\ kg/m^3$، فشار هوای محیط $1\ atm = 10^5\ Pa$ و $g = 10\ m/s^2$ است.)

آشنایی با کتاب درسی

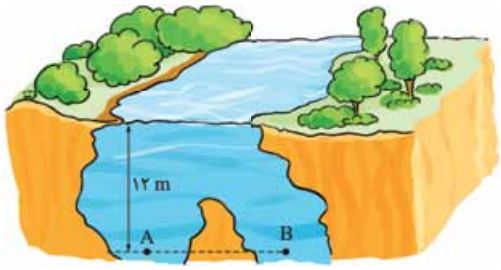
۱) ۱
۲) ۶
۳) ۰/۶
۴) ۰/۳

۱۸۰- در شکل روبه‌رو، محلولی به چگالی $1040\ kg/m^3$ در کیسهٔ پلاستیکی وجود دارد. سوزن سرنگی در قسمت خالی از مایع بالای این کیسه وارد شده و فشار هوای این قسمت، با فشار هوای محیط مساوی است. اگر فشار پیمانه‌ای در سیاهرگ، $1300\ Pa$ باشد، کمینهٔ ارتفاع h چند سانتی‌متر باشد تا محلول، در سیاهرگ نفوذ کند؟ $(g = 10\ N/kg)$

آشنایی با کتاب درسی

۱) ۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۷۵
۴) ۱/۲۵

۱۸۱- در شکل روبه‌رو، چگالی آب برابر $10^3\ kg/m^3$ و فشار هوا در سطح دریاچه، $10^5\ Pa$ است. فشار در نقطهٔ A برابر ..... پاسکال و در نقطهٔ B، ..... فشار در نقطهٔ A است. $(g = 10\ N/kg)$



آشنایی با کتاب درسی

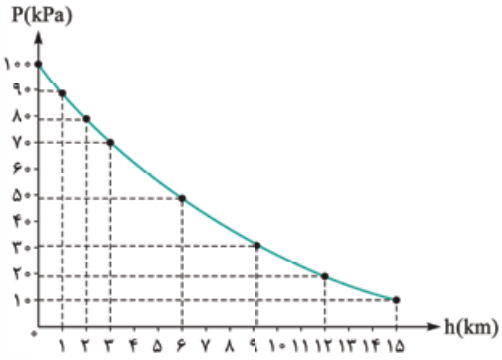
۱) $2/2\times10^5$، کم‌تر از
۲) $2/2\times10^5$، برابر
۳) $1/2\times10^5$، برابر
۴) $1/2\times10^5$، کم‌تر از

۱۸۲- با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا، ..... و فشار هوا ..... می‌یابد. (به ترتیب از راست به چپ)

آشنایی با کتاب درسی

۱) کاهش، افزایش
۲) افزایش، کاهش
۳) کاهش، نیز کاهش
۴) افزایش، نیز افزایش

۱۸۳- نمودار روبه‌رو، ارتباط فشار هوا را با ارتفاع از سطح زمین نشان می‌دهد. با استفاده از این نمودار، می‌توان نتیجه گرفت که به ازای هر ۱ کیلومتر که از سطح زمین دور می‌شویم، فشار هوا چند کیلوپاسکال کاهش می‌یابد؟



۱) ۱
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) بستگی به ارتفاع اولیه دارد.

۱۸۴- اگر ارتفاع برج آزادی، ۴۵ m باشد و چگالی هوا را ثابت و برابر $1\ kg/m^3$ بگیریم، اختلاف فشار هوا در بالا و پایین این برج، چند اتمسفر است؟ ($g = 10\ N/kg$ و $1\ atm = 10^5\ Pa$)

آشنایی با کتاب درسی

۱) $4/5\times10^{-3}$
۲) $4/5\times10^{3}$
۳) $4/5\times10^{-1}$
۴) $4/5$

تمرین

۱۸۵- دو استوانهٔ هم‌جنس و توپر از طرف قاعده، روی یک سطح افقی قرار دارند. اگر سطح قاعده و ارتفاع یکی از آن‌ها به ترتیب ۲ برابر سطح قاعده و ارتفاع دیگری باشد، فشار وارد از استوانهٔ بزرگ‌تر بر سطح افقی، چند برابر فشار وارد از استوانهٔ کوچک‌تر بر سطح افقی است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۸۶- دو استوانهٔ توپر و هم‌وزن A و B به طور قائم روی یک سطح افقی قرار دارند. اگر مساحت قاعدهٔ A، ۴ برابر مساحت قاعدهٔ B باشد، فشار A بر سطح چند برابر فشار B خواهد بود؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

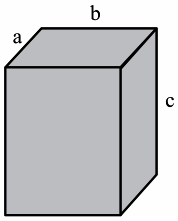
۱۸۷- ابعاد ظرف استوانه‌ای B، دو برابر ابعاد ظرف استوانه‌ای A است. ظرف A را پر از آب می‌کنیم و هم‌جرم با آب، در استوانهٔ B، جیوه می‌ریزیم. فشاری که آب بر کف ظرف A وارد می‌کند، چند برابر فشاری است که جیوه بر کف ظرف B وارد می‌کند؟ ($\rho_{جیوه} = 13/6\rho_{آب}$)

۱) $\frac{1}{13/6}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $13/6$ ۴) ۴ (سراسری خارج از کشور تجربی ۹۶)

۱۸۸- وزن آجری ۱۰ N و ابعاد آن $20\ cm\times10\ cm\times5\ cm$ است. حداقل چند عدد از همین آجر را باید روی هم بگذاریم تا فشاری برابر با فشار هوا (یعنی $10^5\ Pa$) به سطح وارد کنند؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۲۵ ۴) ۴۰

۱۸۹- در مکعب‌مستطیل شکل روبه‌رو، اگر ابعاد a، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ باشد و مکعب را روی وجوه مختلف روی سطح افقی قرار دهیم، بیشترین فشاری که به سطح وارد می‌کند، چند برابر کم‌ترین فشار است؟ *(خارج از کشور ریاضی ۹۷)*



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶

توجه! توجه! دو تست بعدی، تست‌هایی ترکیبی هستن و بچه‌های دهمی و یازدهمی نمی‌تونن بهش پاسخ بِدَن و باید اون‌ها رو علامت بزنن و خلشو بذارن برای یکی دو سال بعد! واقعیت اینه که بعضی وقت‌ها توو کنکور تست‌ها رو با استفاده از ترکیب مطالبی که توو سال‌های مختلف می‌خونین، طرح می‌کنن. ما چنین تست‌هایی رو هم توو این کتاب آوردیم که از هر نظر به کامل‌بودن کتاب‌های شگفت‌انگیز فیزیک ایمان بیارید! تست بعدی، با ترکیب مطالب فصل دوم فیزیک دوازدهم و این فصل از فیزیک دهم ساخته شده؛ البته این تست، یه تست تألیفیه و مربوط به کنکورهای سراسری گذشته نیست. بچه‌های دوازدهم و داوطلبای کنکور امسال، اگه فصل دوم فیزیک دوازدهم رو خوندن، می‌تونن روی این تست کار کنن؛ در غیر این صورت اون رو علامت بزنین و یادتون باشه بعداً که این فصل از دوازدهم رو خوندین، بهش برگردین!

۱۹۰- مکعب‌مستطیل توپری به چگالی $۹۰۰۰\ kg/m^3$ و ابعاد $۵\ cm \times ۱۰\ cm \times ۲۰\ cm$ در کف آسانسوری که با شتابی ثابت به اندازهٔ $۲\ m/s^2$ بالا می‌رود، قرار دارد. بیشترین فشاری که این مکعب‌مستطیل ممکن است بر کف آسانسور وارد کند، چند کیلوپاسکال با کم‌ترین فشاری که ممکن است وارد کند، اختلاف دارد؟ $(g = ۱۰\ m/s^2)$

۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۸

۱۹۱- آجری به جرم $۱/۵\ kg$ و ابعاد $۵\ cm \times ۱۰\ cm \times ۲۰\ cm$ بر کف آسانسوری قرار گرفته است. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابتی به اندازهٔ $۱\ m/s^2$ به طرف پایین به حرکت درمی‌آید. بیشترین فشاری که این آجر می‌تواند بر کف آسانسور وارد کند، چند پاسکال است؟ $(g = ۱۰\ m/s^2)$

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۲۷۰۰ ۳) ۴۵۰۰ ۴) ۱۲۰۰

۱۹۲- اگر در عمق ۵ سانتی‌متری مایعی فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال و در عمق ۲۰ سانتی‌متری آن فشار ۱۰۶ کیلوپاسکال باشد، فشار هوا در محیط چند کیلوپاسکال است؟ $(g = ۱۰\ m/s^2)$ *(ریاضی ۱۴۰۰)*

۱) ۹۶ ۲) ۹۷ ۳) ۹۸ ۴) ۹۹

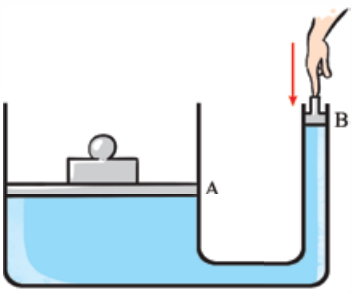
۱۹۳- در مکانی که فشار هوا $۱/۰۲۶ \times ۱۰^۵\ Pa$ است، اگر از عمق ۱۰ سانتی‌متری مایعی، به عمق ۵۳ سانتی‌متری برویم، فشار ۱/۵ برابر می‌شود. چگالی مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(g = ۱۰\ m/s^2)$ *(تجربی ۱۴۰۰)*

۱) ۲/۵ ۲) ۲/۶ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۱۳/۸

۱۹۴- مکعبی به ضلع $۶۰\ cm$، پر از آب است. اگر همهٔ آب این مکعب را درون استوانه‌ای که مساحت قاعدهٔ آن ۰/۳۶ متر مربع است، بریزیم، فشاری که این آب در کف استوانه ایجاد می‌کند، چند برابر فشاری است که در کف مکعب ایجاد می‌کند؟ *(سراسری تجربی ۹۶)*

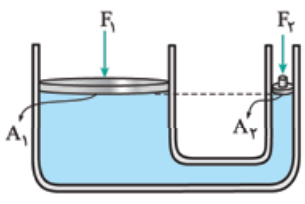
۱) π ۲) $\frac{\pi}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۱

۱۹۵- در شکل روبه‌رو، جرم پیستون B ناچیز است و از همهٔ اصطکاک‌ها چشم‌پوشی می‌شود. اگر این پیستون را بسیار آرام پایین ببریم، فشار مایع در نقطه‌ای درست زیر این پیستون، .....



۱) پیوسته کاهش می‌یابد.
۲) پیوسته افزایش می‌یابد.
۳) ثابت می‌ماند.
۴) تا هم‌ترازشدن دو پیستون، افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد.

۱۹۶- در شکل روبه‌رو، به دو پیستون که روی یک مایع قرار دارند، نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ وارد می‌شود و فشار $P_۱$ و $P_۲$ را روی دو سطح هم‌تراز $A_۱$ و $A_۲$ ایجاد می‌کنند. اگر پیستون‌ها تحت تأثیر این نیروها حرکت نکنند (در تعادل باشند)، نتیجه می‌گیریم که ..... *(سراسری خارج از کشور ریاضی ۸۷)*



۱) $F_۱ = F_۲$
۲) $F_۱ = (\frac{A_۱}{A_۲})F_۲$
۳) $P_۱ = (\frac{A_۱}{A_۲})P_۲$
۴) $F_۱ = (\frac{A_۲}{A_۱})F_۲$

۱۹۷- یک ستون از هوا به سطح مقطع $1\,m^2$ را همانند شکل مقابل در نظر می‌گیریم که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. با توجه به نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح دریای آزاد، چند درصد از جرم هوای موجود در این ستون، تا ارتفاع ۹ کیلومتری آن قرار دارد؟ $(g = 10\,N/kg)$

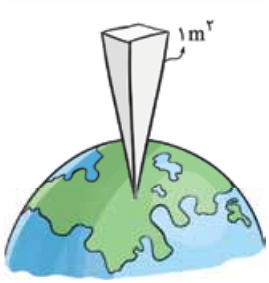
آشنایی با کتاب درسی

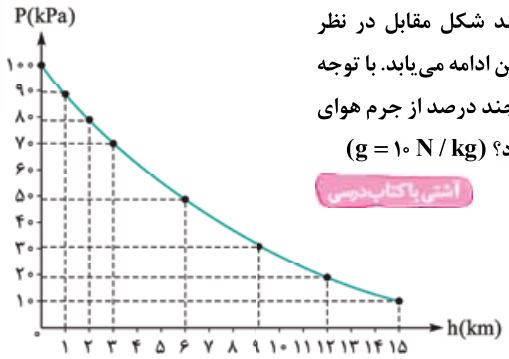
۱) ۳۰

۲) ۷۰

۳) ۴۰

۴) ۶۰





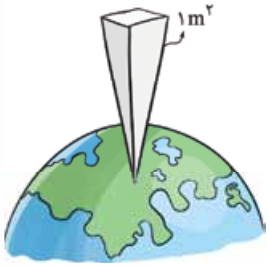
۱۹۸- ستونی از هوا به سطح مقطع $1\,m^2$ را همانند شکل مقابل در نظر می‌گیریم که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. با توجه به نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح دریای آزاد، جرم هوایی که در این ستون از سطح دریای آزاد تا ارتفاع $3\,km$ وجود دارد، چند کیلوگرم است؟

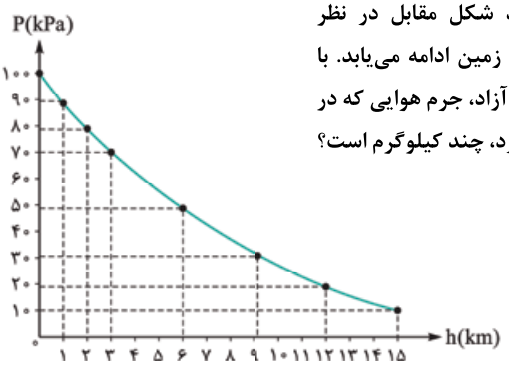
۱) ۳۰۰۰

۲) ۲۰۰۰

۳) ۱۰۰۰

۴) ۷۰۰۰





۱۹۹- سطح مقطع یک ظرف استوانه‌ای $20\,cm^2$ است و در آن تا ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر آب ریخته شده است. روی آب چند گرم روغن با چگالی $0/6\,g/cm^3$ بریزیم تا فشار حاصل از این دو مایع در کف استوانه برابر ۲۰۰۰ پاسکال شود؟ ($g = 10\,m/s^2$ و چگالی آب $= 1\,g/cm^3$) (سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۵)

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۴۰

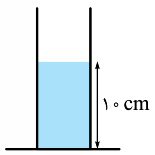
۲۰۰- مطابق شکل روبه‌رو، در یک استوانهٔ بلند به سطح مقطع $20\,cm^2$ تا ارتفاع $10\,cm$ از یک مایع به چگالی ۱۲۵۰ گرم بر لیتر قرار دارد و فشار در ته لوله P_1 است. چند سانتی‌متر مکعب از مایع دیگری به چگالی ۸۰۰ گرم بر لیتر به مایع داخل لوله اضافه کنیم، تا فشار در ته لوله به $1/02P_1$ برسد؟ $(P_0 = 75\,cmHg$ و $\rho_{جیوه} = 13/5\,g/cm^3$ و $g = 10\,N/kg)$ (سراسری تجربی ۹۹)

۱) ۵۱/۲۵

۲) ۲۵۶/۲۵

۳) ۵۱۲/۵

۴) ۲۵۶۲/۵



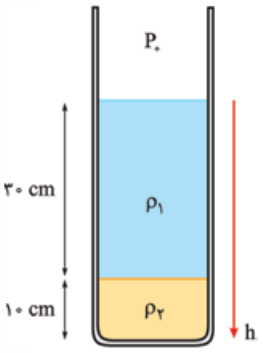
۲۰۱- در ظرفی مطابق شکل مقابل، دو مایع مخلوط‌نشدنی وجود دارد. اگر نمودار تغییرات فشار برحسب عمق دو مایع، مطابق شکل روبه‌رو باشد و $\tan\theta_2 = 17\tan\theta_1$ باشد، ρ_1 و ρ_2 در SI کدام‌اند؟ $(g = 10\,m/s^2)$ (سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۶)

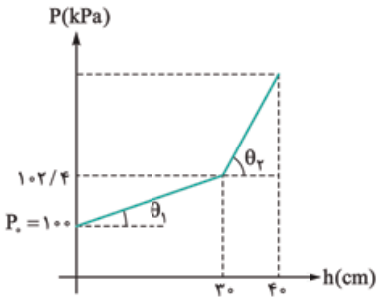
۱) ۶۰۰ و ۱۰۲۰۰

۲) ۷۵۰ و ۱۲۷۵۰

۳) ۸۰۰ و ۱۳۵۰۰

۴) ۸۰۰ و ۱۳۶۰۰





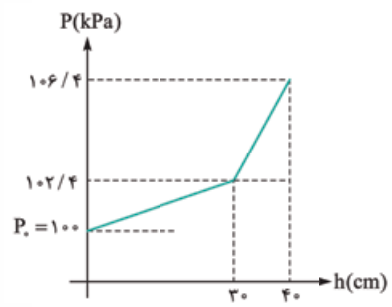
۲۰۲- دو مایع مخلوط‌نشدنی را در ظرفی ریخته‌ایم و نمودار فشار برحسب عمق به شکل روبه‌رو است. اختلاف چگالی دو مایع چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $(g = 10\,N/kg)$

۱) ۴۰۰۰

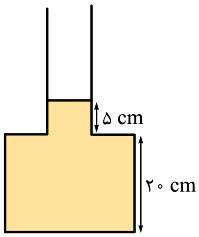
۲) ۳۲۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۱۲۰۰

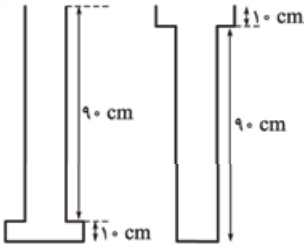


۲۰۳- در ظرفی مطابق شکل، روغنی به چگالی $0/8\ g/cm^3$ ریخته شده است. $100\ g$ آب به چگالی $1\ g/cm^3$ را در همین ظرف می‌ریزیم و دو مایع را که مخلوط نمی‌شوند، به هم می‌زنیم و صبر می‌کنیم تا مایع‌ها از هم جدا شوند و در حال تعادل قرار گیرند. افزایش فشار در کف ظرف چند پاسکال می‌شود؟ (مساحت کف ظرف $10\ cm^2$ و مساحت دهانهٔ آن $2\ cm^2$ و $g = 10\ N/kg$ است و مایعی از ظرف بیرون نمی‌ریزد.)



۱) ۷۲۰۰
۲) ۳۶۰۰
۳) ۴۲۰۰
۴) ۶۴۰۰

۲۰۴- دو ظرف به شکل‌های روبه‌رو در اختیار داریم که سطح مقطع قسمت باریک هر کدام $5\ cm^2$ و سطح مقطع قسمت پهن‌تر، $10\ cm^2$ است. در هر دو ظرف $450\ g$ گلیسیرین به چگالی $0/9\ g/cm^3$ می‌ریزیم. اختلاف فشار در کف دو ظرف چند پاسکال می‌شود؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۴۵۰
۲) ۶۵۰
۳) ۸۴۰
۴) ۴۴۰

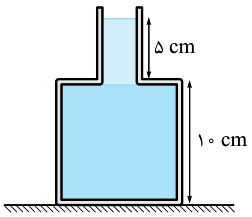
۲۰۵- نصف حجم استوانه‌ای از یک مایع با چگالی ρ_1 پر شده و نیمهٔ بالایی آن از مایعی با چگالی ρ_2 پر شده است و فشار حاصل از دو مایع در کف استوانه برابر P_1 است. اگر این دو مایع را به هم بزنیم و مخلوط کنیم، فشار حاصل از مخلوط در کف استوانه برابر P_2 می‌شود. کدام رابطه درست است؟ (حجم هر یک از مایع‌ها پس از مخلوط‌شدن تغییری نمی‌کند.) (خارج از کشور تجربی ۹۷)

۱) $P_2 = P_1$
۲) $P_2 > P_1$
۳) $P_2 < P_1$
۴) $P_2 = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2(\rho_1 - \rho_2)} P_1$

۲۰۶- دو مایع A و B را که چگالی آن‌ها $\rho_A = 1/2\ g/cm^3$ و $\rho_B = 0/6\ g/cm^3$ است را با یکدیگر مخلوط کرده و در یک ظرف استوانه‌ای می‌ریزیم. اگر $\frac{1}{3}$ حجم مخلوط از مایع A و بقیهٔ آن، از مایع B و ارتفاع مخلوط در ظرف ۷۵ سانتی‌متر باشد، فشار وارد از ظرف مخلوط بر کف ظرف چند پاسکال است؟ $(g = 10\ m/s^2)$ (سراسری ریاضی ۹۵)

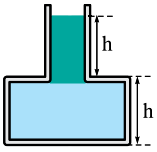
۱) ۶۰۰۰
۲) ۶۷۵۰
۳) ۹۰۰۰
۴) ۹۷۵۰

۲۰۷- در ظرفی مطابق شکل مقابل، دو مایع ریخته‌ایم. چگالی مایع پایینی برابر ρ_1 و چگالی مایع بالایی برابر $\rho_2 = \frac{1}{2}\rho_1$ است و فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف را P_1 می‌نامیم. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و تغییر حجمی برای هر کدام رخ ندهد، فشار ناشی از مخلوط دو مایع در کف ظرف برابر P_2 می‌شود. نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟ (مساحت مقطع کف ظرف، ۲ برابر مساحت مقطع دهانهٔ آن است.)



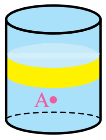
۱) ۱
۲) $\frac{۲۷}{۲۵}$
۳) $\frac{۲۱}{۱۹}$
۴) $\frac{۱۸}{۱۱}$

۲۰۸- دو مایع مطابق شکل در یک ظرف قرار دارند. چگالی مایع بالایی برابر ρ و چگالی مایع پایینی برابر 2ρ است. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و تغییر حجمی برای مایع‌ها رخ ندهد، فشار مایع در کف ظرف چه تغییری می‌کند؟ (مساحت مقطع کف ظرف، ۲ برابر مساحت مقطع دهانهٔ آن است.)



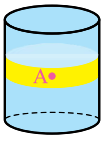
۱) ثابت می‌ماند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) هر یک از سه گزینهٔ قبل امکان‌پذیر است.

۲۰۹- دو مایع مطابق شکل روبه‌رو، در ظرفی به شکل استوانه ریخته شده‌اند و چگالی مایع پایینی بیشتر است. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و بر اثر مخلوط‌شدن، تغییر حجمی برای هر مایع رخ ندهد، فشار در نقطهٔ A چه تغییری می‌کند؟



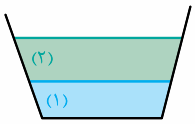
۱) ثابت می‌ماند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) هر یک از سه گزینهٔ قبل امکان‌پذیر است.

۲۱۰- دو مایع مطابق شکل روبه‌رو، در ظرفی به شکل استوانه ریخته شده‌اند و چگالی مایع پایینی بیشتر است. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و بر اثر مخلوط‌شدن، تغییر حجمی برای هر مایع رخ ندهد، فشار در نقطهٔ A چه تغییری می‌کند؟



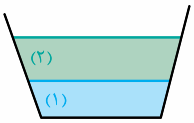
۱) ثابت می‌ماند.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) کاهش می‌یابد.
۴) هر یک از سه گزینهٔ قبل امکان‌پذیر است.

۲۱۱- جرم یکسانی از دو مایع (۱) و (۲) مطابق شکل زیر، در ظرفی ریخته شده است. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و بر اثر مخلوط‌کردن، تغییر حجمی برای هر مایع رخ ندهد، فشار مایع در کف ظرف چه تغییری می‌کند؟ (ارتفاع نشان داده شده در شکل برای دو مایع لزوماً منطبق بر داده‌های سؤال نیست.)



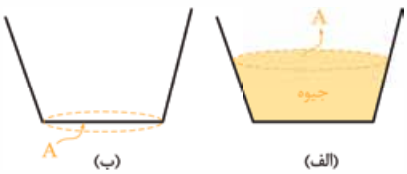
۱) ثابت می‌ماند.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد.
۴) هر یک از سه گزینهٔ قبل می‌تواند رخ دهد.

۲۱۲- حجم یکسانی از دو مایع (۱) و (۲) مطابق شکل زیر، در ظرفی ریخته شده است. اگر دو مایع را با هم مخلوط کنیم و بر اثر مخلوط‌کردن، تغییر حجمی برای هر مایع رخ ندهد، فشار مایع در کف ظرف چه تغییری می‌کند؟ (ارتفاع نشان داده شده در شکل برای دو مایع لزوماً منطبق بر داده‌های سؤال نیست.)



۱) ثابت می‌ماند.
۲) کاهش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد.
۴) هر یک از سه گزینهٔ قبل می‌تواند رخ دهد.

۲۱۳- در شکل روبه‌رو، در ظرف (الف) ۱ kg جیوه ریخته‌ایم. مساحت سطح آزاد جیوهٔ این ظرف، با مساحت کف ظرف (ب) مساوی است. اگر در ظرف (ب)، ۱ kg آب که چگالی‌اش کم‌تر از جیوه است، بریزیم و آبی از ظرف بیرون نریزد، فشار آب در کف ظرف (ب) نسبت به فشار جیوه در کف ظرف (الف) .....



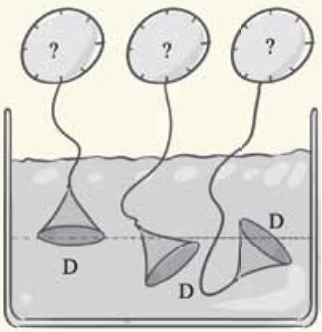
۱) بیشتر است.
۲) کم‌تر است.
۳) یکسان است.
۴) قابل مقایسه نیست.

آزمون

برای آزمون آماده‌اید یا نه؟! بد نیست پیش از این‌که این آزمون را از خودتان بگیرید، یک بار دیگر به حل تست‌های مهم در بخش «تمرین» نگاهی بیندازید. این را هم فراموش نکنید که در بخش «آزمون»، تست‌ها از ساده به سخت چیده نشده‌اند و شما باید یاد بگیرید که یک شکارچی تست باشید! تست‌هایی را که فکر می‌کنید زمان بیشتری لازم دارند، ابتدا کنار بگذارید و اگر وقت اضافه داشتید، به آن‌ها برگردید. برای ۲۰ تست این آزمون، باید ۳۰ دقیقه به خودتان زمان بدهید. هر وقت آماده بودید، شروع کنید؛ موفق باشید!

221-A | **فیزیک** | **صفحه ۱۰۹**

۲۱۴- در شکل روبه‌رو، سه فشارسنج، فشاری را اندازه می‌گیرند که بر غشای کوچک D در عمق معینی از یک دریاچه وارد می‌شود. کدام رابطه بین فشارهای اندازه‌گیری‌شده، درست است؟

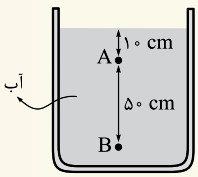


۱) $P_A = P_B = P_C$
۲) $P_A = P_B > P_C$
۳) $P_A < P_B < P_C$
۴) $P_A = P_C < P_B$

۲۱۵- یک استوانهٔ توپر به ارتفاع ۴۰ سانتی‌متر از قاعده‌اش روی یک سطح افقی ساکن است. اگر چگالی استوانه ۸۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد، فشاری که به سطح افقی وارد می‌کند، چند پاسکال است؟ ($g = 10\ N/kg$)

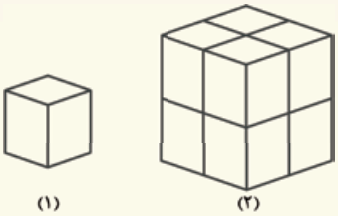
۱) ۳۲۰۰
۲) ۲۴۰۰
۳) ۱۶۰۰
۴) بستگی به مساحت قاعدهٔ استوانه دارد.

۲۱۶- در شکل مقابل، فشار در نقطهٔ B چند برابر فشار در نقطهٔ A است؟ ($P_0 = 9/9 \times 10^4\ Pa$ و چگالی آب ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است.)



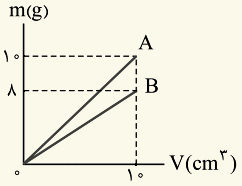
۱) $\frac{5}{4}$
۲) $\frac{6}{5}$
۳) $\frac{20}{19}$
۴) $\frac{21}{20}$

۲۱۷- در شکل روبه‌رو، مکعب شکل (۱) مشابه هر یک از مکعب‌های شکل (۲) است. فشاری که مکعب‌های شکل (۲) بر سطح افقی وارد می‌کنند، چند برابر فشار حاصل از مکعب شکل (۱) است؟



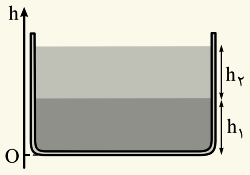
۱) ۴
۲) ۸
۳) ۲
۴) ۱

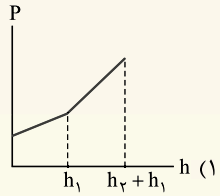
۲۱۸- نمودار جرم برحسب حجم برای دو مایع A و B به شکل روبه‌رو است. اگر ۲۵۰ g از مایع A و ۲۰۰ g از مایع B را با هم مخلوط کنیم و مخلوط را در ظرفی بریزیم تا ارتفاع آن ۲۵ cm شود، فشار مخلوط دو مایع در کف ظرف چند پاسکال می‌شود؟ ($g = ۱۰ N/kg$ و هر یک از مایع‌ها بر اثر مخلوط‌شدن تغییر حجم نمی‌دهند.)

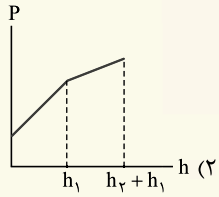


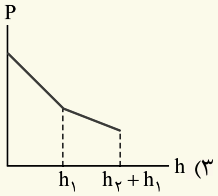
۱) ۱۲۵۰
۲) ۲۵۰۰
۳) ۲۲۵۰
۴) ۴۵۰۰

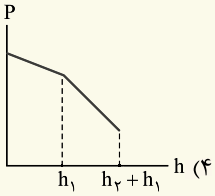
۲۱۹- دو مایع مخلوط‌نشدنی مطابق شکل، در ظرفی ریخته شده‌اند و چگالی مایع پایینی بیشتر از مایع بالایی است. کدام گزینه نمودار فشار کل برحسب ارتفاع از کف ظرف را درست نشان می‌دهد؟



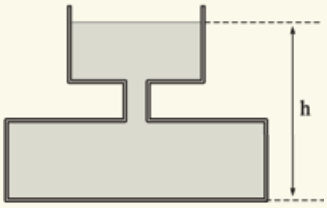
۱)


۲)


۳)


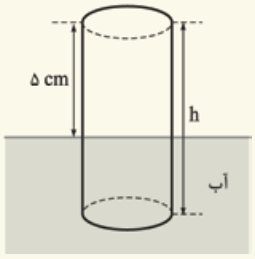
۴)


۲۲۰- در شکل روبه‌رو، ظرف تا ارتفاع h از آب پر شده و سطح مقطع قسمت‌های مختلف استوانه‌ای‌شکل آن برحسب متر مربع، از بالا به پایین، به ترتیب ۰/۰۴، ۰/۰۱ و ۰/۰۸ است. اگر ۲ لیتر آب بر آب ظرف اضافه کنیم و آبی از ظرف بیرون نریزد، فشار در کف ظرف چند پاسکال افزایش می‌یابد؟ (چگالی آب را ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب فرض کنید.)



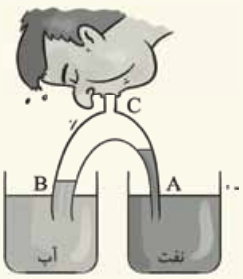
۱) ۲۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۴۰۰
۴) ۵۰۰

۲۲۱- لوله‌ای با دو انتهای باز مطابق شکل، به طور قائم در آب استخری شناور و ارتفاع ۵ سانتی‌متر از آن خارج آب است. از بالا، به آرامی داخل لوله روغن می‌ریزیم؛ در نتیجه سطح آب در لوله، به آرامی پایین می‌رود. ریختن روغن در لوله را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا کل لوله با روغن پر شود. ارتفاع لوله (h) چند سانتی‌متر بوده است؟ (چگالی روغن و آب، به ترتیب ۰/۹ و ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است و از تغییر ارتفاع آب استخر چشم‌پوشی می‌شود.)



۱) ۱۰۰
۲) ۲۵
۳) ۵۰
۴) ۶۰

۲۲۲- در شکل روبه‌رو، قطر مقطع لوله در قسمت A نصف قسمت B است. اگر مقداری از هوای لوله‌ها از قسمت C مکیده شده و سپس از این قسمت، لوله را مسدود کنیم، نسبت ارتفاع آب در لولهٔ B به ارتفاع نفت در لولهٔ A چه‌قدر می‌شود؟ (چگالی نفت ۰/۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب است و دو مایع بر اثر مکیدن هوا، به دهانهٔ C نمی‌رسند.)

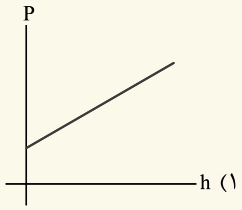


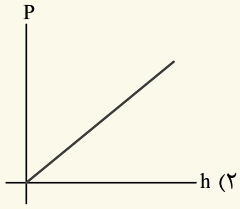
۱) $\frac{۱۰}{۸}$
۲) ۰/۸
۳) $\frac{۵}{۸}$
۴) ۰/۴

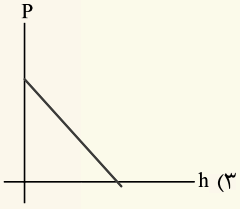
۲۲۳- در دو ظرف استوانه‌ای‌شکل که سطح قاعدهٔ اولی A و سطح قاعدهٔ دومی $\frac{۳}{۲}$A می‌باشد، به مقدار مساوی آب می‌ریزیم. اگر فشار کلی که از طرف هوا و آب به کف ظرف اول وارد می‌شود، $P_۱$ و برای ظرف دوم $P_۲$ باشد، کدام گزینه درست است؟

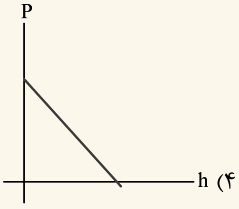
۱) $\frac{۳}{۲}P_۱ > P_۲ > P_۱$
۲) $P_۱ = \frac{۳}{۲}P_۲$
۳) $\frac{۳}{۲}P_۲ > P_۱ > P_۲$
۴) $P_۲ = \frac{۳}{۲}P_۱$

۲۲۴- داخل ظرفی مقداری مایع ریخته‌ایم و از سوراخ ریزی که در کف ظرف وجود دارد، مایع به تدریج از ظرف خارج می‌شود. کدام گزینه، نمودار فشار کل در کف ظرف را برحسب ارتفاع مایع، درست نشان می‌دهد؟

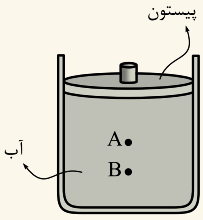
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۲۵- در شکل زیر، دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ معینی از هم درون آب قرار دارند. اگر وزنه‌ای روی پیستون قرار دهیم و از تغییر چگالی آب صرف نظر کنیم، .....



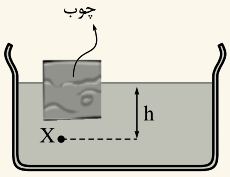
۱) افزایش فشار در نقطهٔ A بیشتر از نقطهٔ B است و اختلاف فشار دو نقطه کم می‌شود.

۲) فشار در A و B به یک‌اندازه زیاد می‌شود و اختلاف آن‌ها ثابت می‌ماند.

۳) اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B زیاد می‌شود.

۴) اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B کم می‌شود.

۲۲۶- مطابق شکل زیر، یک مکعب چوبی به وزن W و سطح قاعدهٔ A، در مایعی به چگالی ρ شناور است. اگر فشار هوا را P_0 بنامیم، فشار کل در نقطهٔ X در عمق h از سطح آزاد مایع، کدام است؟



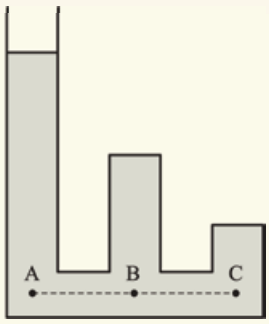
۱) $P_0 + \frac{W}{A}$

۲) $P_0 + \rho gh + \frac{W}{A}$

۳) $\rho gh + \frac{W}{A}$

۴) $P_0 + \rho gh$

۲۲۷- در ظرفی مطابق شکل، آب ریخته شده است. فشار در نقاط A، B و C را به ترتیب با P_A، P_B و P_C نشان می‌دهیم. کدام گزینه صحیح است؟



۱) $P_A = P_B = P_C$

۲) $P_A > P_B > P_C$

۳) $P_A < P_B < P_C$

۴) $P_A > P_B = P_C$

۲۲۸- در شکل روبه‌رو، مساحت روزنهٔ خروج بخار آب، روی در زودپزی $4\ mm^2$ است. وزنه‌ای روی این روزنه می‌گذاریم تا فشار داخل آن در ۲ atm نگه داشته شود. اگر فشار هوای بیرون دیگ ۱ atm باشد، جرم وزنه چند گرم بوده است؟ ($1\ atm = 10^5\ Pa$ و $g = 10\ m/s^2$ است.)

۱) ۴۰

۲) ۰/۴

۳) ۰/۰۴

۴) ۴۰۰

۲۲۹- شخصی به جرم ۷۵ kg، همانند شکل روبه‌رو، روی یک توپ بزرگ نشسته است. اگر وزن توپ ناچیز و فشار پیمانه‌ای داخل توپ، $0/25 \times 10^5\ Pa$ باشد، شعاع دایرهٔ تماس توپ با سطح افقی زمین، چند متر است؟ ($g = 10\ N/kg$ و $\pi = 3$)

۱) ۰/۰۳

۲) ۰/۳

۳) ۰/۱

۴) ۰/۵

۲۳۰- فشار ۱۰ نیوتون بر سانتی‌متر مربع، معادل چند کیلوپاسکال است؟

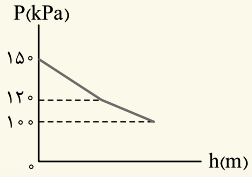
۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۲۳۱- مخروط ناقصی مطابق شکل، روی سطح افقی قرار دارد و شعاع قاعدهٔ بزرگ آن ۲ برابر شعاع قاعدهٔ کوچک است. اگر آن را روی قاعدهٔ بزرگ بگذاریم و بخواهیم فشار وارد بر سطح افقی تغییر نکند، وزنه‌ای چند برابر وزن مخروط باید روی آن قرار دهیم؟

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

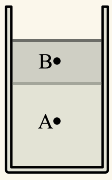
۲۳۲- در ظرفی به شکل استوانه، حجم مساوی از دو مایع مخلوط‌نشدنی ریخته‌ایم و نمودار فشار کل برحسب ارتفاع از کف ظرف به شکل روبه‌رو است. اگر مایع بالاتر، آب به چگالی $1000\ kg/m^3$ باشد، چگالی مایع دیگر چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟



۱) ۱۸۰۰ ۲) ۳۲۰۰

۳) ۲۲۰۰ ۴) ۱۵۰۰

۲۳۳- در ظرف استوانه‌ای‌شکلی دو مایع مخلوط‌نشدنی به شکل روبه‌رو ریخته شده است و چگالی مایع پایینی بیشتر از مایع دیگر است. دو نقطهٔ A و B را در ارتفاع معینی از کف ظرف در نظر می‌گیریم. اگر دو مایع را مخلوط کنیم و تغییر حجمی رخ ندهد، فشار در نقطهٔ A، ..... و در نقطهٔ B، ..... می‌یابد. (به ترتیب از راست به چپ)



۱) افزایش، افزایش ۲) افزایش، کاهش

۳) کاهش، کاهش ۴) کاهش، افزایش

۸-۱) درست
۸-۲) نادرست
۸-۳) نادرست
۸-۴) درست
۸-۵) درست
۹-۱) نرده‌ای
۹-۲) کاهش
۹-۳) منفی
۹-۴) عمود بر آن سطح

۱۰-۱) یکای فشار در SI، پاسکال نام دارد که برحسب یکاهای اصلی به صورت $\frac{kg}{ms^2}$ نوشته می‌شود.

۱۰-۲) نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین، خطی نیست و دلیل آن، یکسان‌نبودن چگالی هوا در ارتفاعات مختلف است.

۱۰-۳) در نقاطی از یک مایع که روی یک سطح افقی قرار داشته باشند، فشار یکسان است.

۱۱- اگر جرم هوای موجود در این ستون را m بنامیم، با استفاده از تعریف فشار، خواهیم داشت:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A} \Rightarrow ۱۰^۵=\frac{m\times ۱۰}{۱} \Rightarrow m=۱۰^۴\ kg$$

۱۲- وقتی چنین مسئله‌ای را در آزمون‌های مدرسه دیدید، حتماً باید یکاها و تبدیل‌های آن‌ها را نیز، در برگهٔ خود بنویسید و از هرگونه فعالیت «ذهنی»، جداً خودداری کنید! چون چگالی را برحسب g/cm^3 از ما خواسته است، ابتدا جرم را برحسب گرم به دست می‌آوریم و حجم جسم را هم برحسب سانتی‌متر مکعب، محاسبه می‌کنیم:

$$m=۰/۳۲۵\ kg=۰/۳۲۵\ \cancel{kg}\times\frac{۱۰^۳\ g}{۱\ \cancel{kg}}=۳۲۵\ g$$

$$V=a^۳=(۵\ cm)^۳=۱۲۵\ cm^۳$$

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۳۲۵\ g}{۱۲۵\ cm^۳}=۲/۶\ g/cm^۳$$

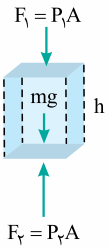
برای محاسبهٔ فشاری که مکعب به سطح افقی وارد می‌کند، توجه کنید که سطح قاعدهٔ مکعب، برابر $a^۲$ است:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{a^۲}=\frac{۰/۳۲۵\ kg\times ۱۰\ N/kg}{(۵\ \cancel{cm}\times\frac{۱۰^{-۲}\ m}{۱\ \cancel{cm}})^۲}=۱۳۰۰\ \underbrace{N/m^۲}_{Pa}$$

ببخشین! ما فشارو از رابطهٔ $P=\rho gh$ حساب کردیم و همین جواب به دست اومد!

اشکالی نداره! گفته بودم برای شکل‌هایی که سطح قاعده‌شان از پایین تا بالا، یکسان است، دو رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ و $P=\rho gh$، معادل‌اند.

۱۳- در شکل روبه‌رو، بخشی از شاره را می‌بینید که بین دو سطح فرضی به مساحت A قرار دارند. نیروهایی که در راستای قائم به این بخش از شاره وارد می‌شوند، رسم شده‌اند. چون شاره در حال تعادل است، باید جمع دو نیرویی که به طرف پایین‌اند (یعنی $F_۱$ و mg) با نیروی رو به بالای $F_۲$ برابر شود:



$$\underbrace{F_۲}_{P_۲A}=\underbrace{F_۱}_{P_۱A}+mg$$

با استفاده از رابطهٔ چگالی (یعنی $\rho=\frac{m}{V}$) و رابطهٔ حجم $(V=Ah)$، می‌توان نوشت:

$$P_۲A=P_۱A+\rho\underbrace{Ah}_{V}g \Rightarrow P_۲=P_۱+\rho gh$$

۱۴- کافی است محاسباتی به صورت زیر انجام دهیم:

$$\rho=۱\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱\ cm^۳}{۱۰^{-۶}\ m^۳}\times\frac{۱\ kg}{۱۰^۳\ g}=۱۰۰۰\ kg/m^۳$$

$$P=P_۰+\rho gh=۵P_۰ \Rightarrow ۴P_۰=\rho gh \Rightarrow ۴\times۱۰^۵=۱۰۰۰\times۱۰h$$
$$\Rightarrow h=۴۰\ m$$

۱۵- فشار ناشی از وزن پیستون، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A}=\frac{۱۰۰\ N}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}\ m^۲}=۱۰^۴\ Pa$$

حالا می‌توان فشار کل در عمق ۳ متری را به راحتی محاسبه کرد:

$$P=(P_۰+P_{\text{پیستون}})+\rho gh=۱۰^۵+۱۰^۴+۲۰۰۰\times۱۰\times۳$$
$$=۱۰\times۱۰^۴+۱۰^۴+۶\times۱۰^۴=۱۷\times۱۰^۴\ Pa$$

۱۷۷- گزینهٔ ۲ گفته بودیم که نیرو یک کمیت برداری است اما برای تعیین فشار، بزرگی (اندازهٔ) آن را در رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ می‌گذاریم و به همین دلیل، فشار، کمیتی نرده‌ای است.

۱۷۸- گزینهٔ ۲ کافی است رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ را طرفین ـ وسطین کنیم:

$$F = PA = P(\pi r^2) = (9\times10^5 \underbrace{Pa}_{N/m^2})\times3\times(0/4\,m)^2 = 43200\,\frac{N}{m^2}\times m^2 = 4/32\times10^5\,N$$

همان‌طور که در فصل‌های گذشته هم گفتیم، برای سادگی در محاسبه‌ها، معمولاً موقعی که همهٔ یکاها در SI هستند، آن‌ها را نمی‌نویسیم. *(فقط همین یه بار نوشتم، که دوباره یادتون بیاد که یکاها هم مثله عدد ا ضرب و تقسیم می‌شن!)*

۱۷۹- گزینهٔ ۳ کافی است داده‌های تست را در رابطهٔ فشار پیمانه‌ای بگذاریم:

$$P_g = \rho gh = 1000\times10\times6 = 6\times10^4\,Pa\times\frac{1\,atm}{10^5\,Pa} = 0/6\,atm$$

همین اختلاف فشار، سبب می‌شود که غواص نتواند به هر اندازهٔ دلخواه در آب فرو رود، در حقیقت، فشاری که از طرف آب بر قفسهٔ سینه‌اش وارد می‌شود، نفس‌کشیدن را برای او سخت می‌کند.

۱۸۰- گزینهٔ ۲ برای این‌که محلول در سیاهرگ نفوذ کند، باید فشار پیمانه‌ای آن، حداقل برابر با فشار پیمانه‌ای در سیاهرگ باشد:

$$P_g = \rho gh = P_{\text{سیاهرگ}} \Rightarrow 1040\times10\times h = 1300 \Rightarrow h = \frac{1300}{10400} = 0/125\,m\times\frac{100\,cm}{1\,m} = 12/5\,cm$$

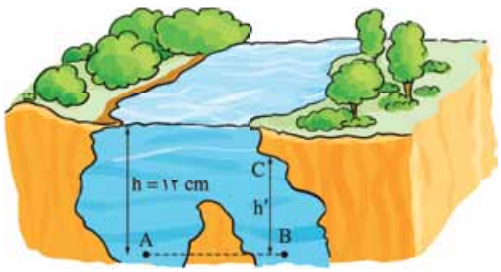
ما نمی‌دونستیم سرنگو توی سیاهرگ تزریق می‌کنن! ... چرا تو سرفرگ نمی‌زنن؟!

سؤال خوبی است! خونی که در سیاهرگ جریان دارد، در حال بازگشت از بافت‌های بدن است و به همین دلیل، فشار آن بسیار کم‌تر از فشار خون داخل سرخرگ است و تزریق یک مایع به داخل آن، به فشار کم‌تری نیاز دارد.

۱۸۱- گزینهٔ ۲ ابتدا، فشار در نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 10^3\times10\times12 = 10^5 + 1/2\times10^5 = 10^5\times(1+1/2) = 2/2\times10^5\,Pa$$

چون نقطهٔ B با نقطهٔ A «هم‌تراز» است، باید فشار در نقطهٔ B نیز برابر با فشار در نقطهٔ A باشد.



اما ارتفاع آبی که بالای نقطهٔ B وجود داره، کم‌تر از ارتفاع آب بالای نقطهٔ A است!

بله! ... در این مورد، در درس‌نامهٔ (۵)، مفصلاً صحبت کردیم! در این‌جا فقط برای بار آخر، یک توضیح کوتاه می‌دهم. گفتیم که اگر بخواهید فشار در نقطهٔ B را با توجه به ارتفاع مایع بالای آن (یعنی h') بنویسید، رابطه‌ای به صورت زیر خواهید داشت:

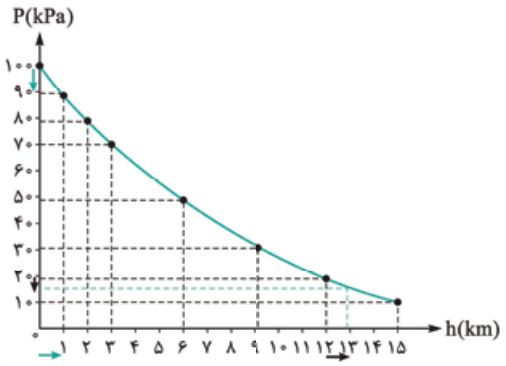
$$P = P_C + \rho gh'$$

اگر این رابطه را با رابطهٔ $P = P_0 + \rho gh$ مقایسه کنید، می‌بینید که h' کم‌تر از h است؛ اما لابد، P_C به حدی از P_0 بیشتر است که فشار در دو نقطهٔ A و B، برابر به دست می‌آید.

۱۸۲- گزینهٔ ۳ هر چه از زمین دور می‌شویم، هوا رقیق‌تر می‌شود و چگالی و فشارش، هر دو کاهش می‌یابند.

۱۸۳- گزینهٔ ۴ با کمی دقت به نمودار داده‌شده، درستی گزینهٔ (۴) آشکار است!

به عنوان نمونه، ببینید که وقتی از ارتفاع صفر به ارتفاع ۱ km می‌رویم، فشار هوا از ۱۰۰ kPa به ۹۰ kPa می‌رسد؛ یعنی ۱۰ kPa کاهش می‌یابد. (به دو پیکان رنگی روی شکل دقت کنید.) این در حالی است که، اگر از ارتفاع ۱۲ km به ارتفاع ۱۳ km برویم، فشار هوا، کم‌تر از حالت قبل تغییر می‌کند. (دو پیکان سیاه را ببینید.)



۱۸۴- گزینهٔ ۱ اگر فشار در بالای برج را P_1 و در پایین آن را P_2 بنامیم، با توجه به این‌که در صورت تست، چگالی هوا را ثابت فرض کرده است، اجازه داریم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم:

$$P_2 = P_1 + \rho gh \Rightarrow \underbrace{P_2 - P_1}_{\text{اختلاف فشار}} = \rho gh = 1 \times 10 \times 45 = 450\ Pa$$

باید پاسکال را به اتمسفر تبدیل کنیم:

$$450\ Pa = 450\ \cancel{Pa} \times \frac{1\ atm}{10^5\ \cancel{Pa}} = 4/5 \times 10^{-3}\ atm$$

۱۸۵- گزینهٔ ۳ وقتی می‌گوید دو استوانه هم‌جنس‌اند، می‌توان فهمید که چگالی دو استوانه برابر بوده است. (لطفاً به دو واژهٔ رنگی در عبارتی که خواندید توجه ویژه‌ای داشته باشید!) در پاسخ تست قبل، نشان دادیم که فشاری که یک استوانهٔ ساکن به یک سطح افقی وارد می‌کند، از رابطهٔ $P = \rho gh$ به دست می‌آید. توجه کنید که ρg برای دو استوانه مساوی است و از این رابطه می‌توان نتیجه گرفت که فشار در این تست، «فقط» با ارتفاع استوانه‌ها متناسب است و سطح قاعدهٔ آن‌ها بی‌اهمیت است. استوانهٔ بزرگ‌تر که ارتفاعش ۲ برابر دیگری است، فشاری ۲ برابر دیگری به سطح وارد می‌کند.

$$P = \underbrace{\rho g}_{\text{یکسان}}\ \overbrace{h}^{\text{۲ برابر}}$$

پس می‌شه گفت که فشار هیچ وقت به مساحت قاعده بستگی نداره؟!

لطفاً نتیجه‌ای را که از یکی دو تست می‌گیرید، «تعمیم» ندهید! در تست بعدی به این موضوع پی خواهید برد!

۱۸۶- گزینهٔ ۳

۱۸۷- گزینهٔ ۴ چون جرم آب و جیوه برابر است، بهتر است برای مقایسهٔ فشار این دو، از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ استفاده کنیم. درست مثل تست قبل، با توجه به یکسان‌بودن mg برای دو مایع، می‌توان نتیجه گرفت که فشار آن‌ها با مساحت کف ظرف‌ها، نسبت عکس دارد.

در صورت تست گفته شده که «ابعاد» ظرف استوانه‌ای B، دو برابر ابعاد ظرف استوانه‌ای A است. منظور از «ابعاد»، معمولاً «ابعاد طولی» است که در مورد استوانه، شعاع قاعده و ارتفاع آن است: (البته در این تست، از ارتفاع ظرف‌ها، استفاده‌ای نمی‌کنیم.)

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi R_B^2}{\pi R_A^2} = \frac{(2R_A)^2}{R_A^2} = 4$$

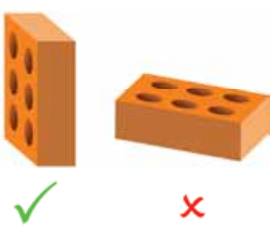
همان‌طور که می‌بینید، از ارتباط چگالی جیوه و آب، استفاده‌ای نشد!

۱۸۸- گزینهٔ ۱ اگر تعداد آجرهایی را که باید روی هم قرار گیرند، n بنامیم، وزن کل آجرها n برابر وزن یک آجر می‌شود و می‌توان نوشت:

$$P = \frac{nmg}{A} = P_\circ \Rightarrow n = \frac{P_\circ A}{mg}$$

در رابطه‌ای که به دست آوردیم، $P_\circ$ و mg ثابت‌اند و می‌توان نتیجه گرفت که تعداد آجرها (n) با مساحت تماس (A) متناسب است؛ بنابراین برای این‌که تعداد آجرها حداقل شود، باید پایین‌ترین آجر را از روی کوچک‌ترین سطحش روی سطح قرار داد:

$$n_{min} = \frac{P_\circ A_{min}}{mg} = \frac{10^5 \times 0/05 \times 0/1}{10} = 50$$



۱۸۹- گزینهٔ ۳

۱۹۰- گزینهٔ ۴ ابتدا جرم مکعب‌مستطیل را محاسبه می‌کنیم:

$$m = \rho V = ۹۰۰۰ \times ۰/۲ \times ۰/۱ \times ۰/۰۵ = ۹\ kg$$

بچه‌هایی که فصل دوم از فیزیک دوازدهم را خوانده‌اند (به ویژه اگر آن را هم از روی کتاب شگفت‌انگیز خوانده باشند!) به خوبی می‌دانند که وقتی جسمی روی یک سطح قرار دارد، نیرویی که از طرف جسم به سطح وارد می‌شود، واکنش نیروی عمودی سطحی است که سطح به آن وارد می‌کند. اگر جسم و سطح ساکن باشند، (چنان‌که در اغلب مسئله‌های فیزیک دهم می‌بینید.) اندازهٔ نیروی عمودی سطح (F_N) با اندازهٔ وزن جسم (mg) مساوی است؛ اما در صورتی که جسم و سطح در راستای قائم شتابی داشته باشند، دیگر چنین نیست و می‌توان اندازهٔ نیروی عمودی سطح را از رابطهٔ $F_N = m(g+a)$ به دست آورد. نکتهٔ مهمی که در این تست باید مورد توجه قرار گیرد، این است که جهت شتاب آسانسور معلوم نیست و صرفاً گفته شده که آسانسور بالا می‌رود (یعنی جهت حرکت آن داده شده است.) که کاربردی در حل این تست ندارد. با این توضیحات، شتاب آسانسور می‌تواند رو به بالا (یعنی مثبت) و یا رو به پایین (یعنی منفی) باشد و می‌توان بیشترین و کم‌ترین اندازهٔ نیروی عمودی سطح را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$F_N = m(g+a) \Rightarrow \begin{cases} F_{N_{max}} = ۹(۱۰+۲) = ۱۰۸\ N \\ F_{N_{min}} = ۹(۱۰-۲) = ۷۲\ N \end{cases}$$

بیشترین فشار مربوط به زمانی است که اندازهٔ نیروی عمودی سطح بیشترین مقدار و سطح تماس آجر با کف آسانسور، کم‌ترین مقدار ممکن باشد؛ هم‌چنین، کم‌ترین فشار را در حالتی داریم که اندازهٔ نیروی عمودی سطح کم‌ترین مقدار و سطح تماس، بیشترین مقدار ممکن باشد:

$$P_{max} = \frac{F_{N_{max}}}{A_{min}} = \frac{۱۰۸}{۰/۰۵ \times ۰/۱} = ۲۱۶۰۰\ Pa$$

$$P_{min} = \frac{F_{N_{min}}}{A_{max}} = \frac{۷۲}{۰/۲ \times ۰/۱} = ۳۶۰۰\ Pa$$

$$P_{max} - P_{min} = ۲۱۶۰۰ - ۳۶۰۰ = ۱۸۰۰۰\ Pa = ۱۸\ kPa$$

۱۹۱- گزینهٔ ۲

۱۹۲- گزینهٔ ۳ کافی است داده‌ها را دو بار در رابطهٔ فشار بگذاریم و دستگاه دو معادله ـ دو مجهول حاصل را حل کنیم:

$$P = P_۰ + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰ \times ۱۰^۳ = P_۰ + \rho \times ۱۰ \times ۰/۰۵ \\ ۱۰۶ \times ۱۰^۳ = P_۰ + \rho \times ۱۰ \times ۰/۲ \end{cases}$$

$$-۴ \times \begin{cases} ۱۰۰ \times ۱۰^۳ = P_۰ + ۰/۵\rho \\ ۱۰۶ \times ۱۰^۳ = P_۰ + ۲\rho \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} -۲۹۴ \times ۱۰^۳ = -۳P_۰ \Rightarrow P_۰ = ۹۸ \times ۱۰^۳\ Pa = ۹۸\ kPa$$

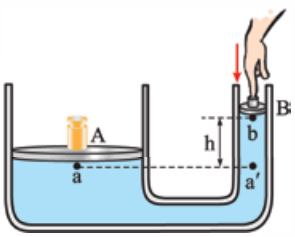
۱۹۳- گزینهٔ ۲

۱۹۴- گزینهٔ ۴ حجم آب داخل مکعب، $۰/۶^۳$ متر مکعب است. وقتی آب را داخل استوانه می‌ریزیم، حجمش همین مقدار است و اگر این حجم را بر مساحت قاعدهٔ استوانه تقسیم کنیم، ارتفاع آب به دست می‌آید:

$$h_{\text{استوانه}} = \frac{۰/۶^۳}{۰/۳۶} = ۰/۶\ m$$

می‌بینید که ارتفاع آب داخل استوانه، درست برابر ارتفاع آب داخل مکعب شد؛ یعنی فشار آب در کف هر دو ظرف نیز یکسان است.

۱۹۵- گزینهٔ ۲ با توجه به شکل، زمانی که پیستون B بالاتر از پیستون A است، می‌توان نوشت:



$$P_a = P_{a'} = P_b + \rho gh \Rightarrow P_b = P_a - \rho gh$$

می‌بینید که به دلیل وجود جملهٔ $-\rho gh$، فشار در نقطهٔ b کم‌تر از فشار در نقطهٔ a است. اکنون توجه کنید که فشار در زیر پیستون A ثابت (و برابر $P_a = P_۰ + \frac{mg}{A}$) است؛ در نتیجه با پایین‌رفتن پیستون B (و در نتیجه بالارفتن پیستون A)، اختلاف ارتفاع دو پیستون (یعنی h) کاهش می‌یابد و باید فشار در زیر پیستون B افزایش یابد:

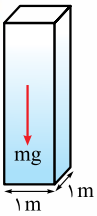
$$P_b = \overbrace{P_a}^{\text{ثابت}} - \rho g h$$

فشار در زیر پیستون B مدام افزایش می‌یابد تا آن‌که در لحظهٔ هم‌ترازشدن دو پیستون، با فشار در زیر پیستون دیگر برابر می‌گردد. از آن پس، با پایین‌تر رفتن پیستون B فشار در زیر آن باز هم بیشتر و بیشتر می‌گردد. *(اگه قبول ندارین، خودتون یه شکل براش بکشین و یه رابطه براش بنویسین!)*

حواست باشه! *امیدوارم از گزینهٔ (۴) زهر نخورده باشین!* توجه کنید که اگر از شما می‌خواست فشار در زیر پیستون B را با فشار در زیر پیستون A مقایسه کنید، آن‌وقت با توجه به توضیحاتی که دادم، می‌توانستید نتیجه بگیرید که فشار در زیر پیستون B، ابتدا کم‌تر از فشار در زیر پیستون A است و پس از هم‌ترازشدن دو پیستون، از فشار در زیر پیستون A بیشتر می‌گردد.

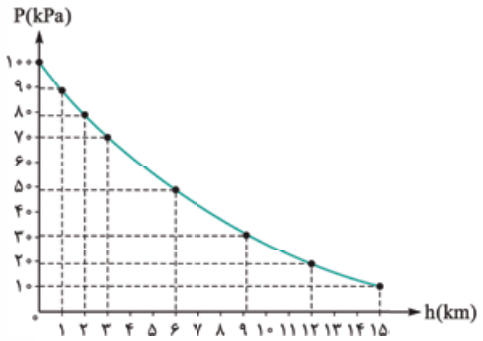
۱۹۶- گزینهٔ ۲

۱۹۷- گزینهٔ ۲ ابتدا به این نکته توجه کنید که نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع، نشان می‌دهد که فشار هوا در سطح دریا برابر ۱۰۰ kPa است و اگر جرم کل هوای داخل ستون را m بنامیم، خواهیم داشت:



$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A} \Rightarrow ۱۰۰\times ۱۰^{۳}_{\text{کیلو}}=\frac{m\times ۱۰}{۱} \Rightarrow m=۱۰^{۴}\ kg$$

نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع، هم‌چنین نشان می‌دهد که فشار هوا در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح دریا، برابر ۳۰ kPa است. این فشار، ناشی از وزن ستون هوایی است که بالای این ارتفاع وجود دارد. اگر جرم هوای بالای این ارتفاع را m' بنامیم، خواهیم داشت:

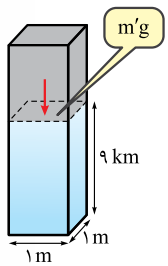


$$P'=\frac{F'}{A}=\frac{m'g}{A} \Rightarrow ۳۰\times ۱۰^{۳}_{\text{کیلو}}=\frac{m'\times ۱۰}{۱} \Rightarrow m'=۳\times ۱۰^{۳}\ kg$$

به این ترتیب، جرم هوای موجود در ارتفاع ۹ km از این ستون هوا برابر $m-m'$ است:

$$m-m'=۱۰^{۴}-۳\times ۱۰^{۳}=۱۰\times ۱۰^{۳}-۳\times ۱۰^{۳}=۷\times ۱۰^{۳}\ kg$$

برای تعیین درصد جرم هوای موجود در این ۹ km، کافی است جرم هوای موجود در این ارتفاع را بر جرم کل هوای داخل ستون تقسیم کنیم و حاصل را در عدد ۱۰۰ ضرب کنیم:



$$\frac{۷\times ۱۰^{۳}\ kg}{۱۰\times ۱۰^{۳}\ kg}\times ۱۰۰=٪۷۰$$

۱۹۸- گزینهٔ ۱

۱۹۹- گزینهٔ ۳ مجموع فشار دو مایع را برابر با ۲۰۰۰ پاسکال قرار می‌دهیم و چون جرم روغن را می‌خواهیم، برای تعیین فشار آن، به جای استفاده از رابطهٔ ρgh از رابطهٔ mg/A استفاده می‌کنیم:

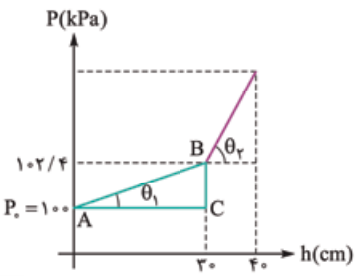
$$P=\rho_۱gh_۱+\frac{m_۲g}{A} \Rightarrow ۲۰۰۰=۱۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۱+\frac{m_۲\times ۱۰}{۲۰\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow m_۲=۰/۲\ kg=۲۰۰\ g$$

بیفشین! چرا برای محاسبهٔ فشار در کف ظرف، فشار هوا رو در نظر نگرفتیم؟

توجه کنید که وقتی می‌گوید: فشار حاصل از این «دو مایع»، نباید فشار هوا را در نظر گرفت. همان‌گونه که در درس‌نامه هم اشاره کردیم، اگر صرفاً بگوید «فشار» یا از عبارت‌هایی مثل «فشار کل» یا «فشار مطلق» استفاده کند، فشار هوا را هم در نظر می‌گیریم و با فشار مایع جمع می‌کنیم.

۲۰۰- گزینهٔ ۳

۲۰۱- گزینهٔ ۲ وقتی از سطح آزاد مایعی که چگالی‌اش $\rho_۱$ است، به اندازهٔ h در همین مایع، پایین برویم، فشار، برابر $P=P_۰+\rho_۱gh$ می‌شود. اگر این رابطه را با معادلهٔ کلی یک خط راست (یعنی $y=ax+b$) مقایسه کنیم، (P همان y و h همان x است). متوجه می‌شویم که شیب نمودار، برابر $\rho_۱g$ است. با توجه به شکل روبه‌رو، می‌توان نوشت:



$$\tan\theta_۱=\frac{BC}{AC}=\frac{(۱۰۲/۴-۱۰۰)\times ۱۰^{۳}}{۰/۳}=۸۰۰۰=\rho_۱g \Rightarrow \rho_۱=۸۰۰\ kg/m^{۳}$$

برای قسمت دوم نمودار هم، می‌توان شیب را برابر $\rho_۲g$ قرار داد:

$$\tan\theta_۲=۱۷\tan\theta_۱ \Rightarrow \rho_۲g=۱۷\times ۸۰۰=۱۳۶۰۰\ kg/m^{۳}$$

۲۰۲- گزینهٔ ۲

۲۰۳- گزینهٔ ۳ پیش از اضافه‌کردن آب در ظرف، فشار روغن در کف ظرف را محاسبه می‌کنیم: (فراموش نکنید که برای به دست آوردن فشار برحسب پاسکال، باید چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب و ارتفاع برحسب متر باشد!)

$$P_۱=\rho_۱gh_۱=۸۰۰\times ۱۰\times ۰/۲۵=۲۰۰۰\ Pa$$

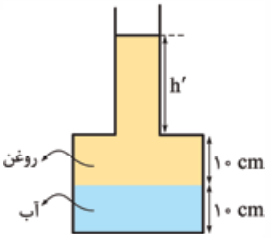
در همین حالت، حجم کل روغن موجود در ظرف را هم به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{روغن}}=A_{\text{کف}}h_۱+A_{\text{دهانه}}h_۲=۱۰\times ۲۰+۲\times ۵=۲۱۰\ cm^{۳}$$

وقتی آب در ظرف می‌ریزیم و مایع‌ها را به هم می‌زنیم، چون آب چگالی بیشتری دارد، پس از برقراری تعادل، زیر روغن قرار می‌گیرد. اکنون باید حجم آب و ارتفاع آن را پیدا کنیم:

$$V_{آب}=\frac{m_{آب}}{\rho_{آب}}=\frac{۱۰۰}{۱}=۱۰۰\,cm^۳$$

$$V_{آب}=A_{کف}h_{آب} \Rightarrow ۱۰۰=۱۰h_{آب} \Rightarrow h_{آب}=۱۰\,cm$$



به این ترتیب، وضعیت دو مایع به شکل روبه‌رو خواهد بود. برای تعیین ارتفاع h' در این شکل، کافی است حجم روغنی را که در قسمت باریک ظرف است، پیدا کنیم و از رابطهٔ حجم استوانه کمک بگیریم: $V_{روغن\,پایین}=A_{کف}h=۱۰\times۱۰=۱۰۰\,cm^۳$

$$V_{روغن\,بالا}=۲۱۰-۱۰۰=۱۱۰\,cm^۳$$

$$V_{روغن\,بالا}=A_{دهانه}h' \Rightarrow ۱۱۰=۲h' \Rightarrow h'=۵۵\,cm$$

و در آخر، فشار دو مایع در کف ظرف را محاسبه کرده و با داشتن فشار در حالت اول، افزایش فشار را محاسبه می‌کنیم:

$$P'=\rho_{آب}gh_{آب}+\rho_{روغن}gh_{روغن}=۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۱+۸۰۰\times۱۰\times۰/۶۵ \Rightarrow P'=۶۲۰۰\,Pa$$

$$\text{افزایش فشار}=۶۲۰۰-۲۰۰۰=۴۲۰۰\,Pa$$

۲۰۴- گزینهٔ ۱

۲۰۵- گزینهٔ ۱ پیش از آن‌که دو مایع با هم مخلوط شوند، فشار حاصل از دو مایع در کف ظرف برابر است با:

$$P_۱=\rho_۱g\frac{h}{۲}+\rho_۲g\frac{h}{۲}=\frac{۱}{۲}gh(\rho_۱+\rho_۲)$$

پس از آن‌که دو مایع با هم مخلوط شوند، دیگر دو مایع نداریم؛ بلکه یک مایع با چگالی $\rho_{مخلوط}$ داریم:

$$P_۲=\rho_{مخلوط}gh \Rightarrow P_۲=(\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲})gh \Rightarrow P_۲=(\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۱}{V_۱+V_۲})gh \Rightarrow P_۲=\frac{\rho_۱\frac{\not V}{۲}+\rho_۲\frac{\not V}{۲}}{\not V}gh \Rightarrow P_۲=(\rho_۱+\rho_۲)\frac{۱}{۲}gh$$

می‌بینید که فشار مایع در دو حالت یکسان شد.

چه جالب! پس می‌تونیم نتیجه بگیریم که وقتی دو مایع داریم، فشار اون‌ها ربطی به این نداره که دو مایع مخلوط باشن یا جدا از هم، درسته؟!

لطفاً مواظب باشید! هرگز نتیجه‌ای را که از حل یک مسئله به دست می‌آید، تعمیم (عمومیت) ندهید! به زودی خواهید دید که این موضوع همیشه درست نیست و نباید به عنوان یک نکته آن را به خاطر بسپارید.

۲۰۶- گزینهٔ ۱

۲۰۷- گزینهٔ ۲ پیش از آن‌که دو مایع مخلوط شوند، می‌توان نوشت:

$$P_۱=\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲=\rho_۱g\times۰/۱+\frac{۱}{۲}\rho_۱g\times۰/۰۵=\frac{۱}{۸}\rho_۱g$$

پس از مخلوط‌کردن دو مایع، باید ابتدا چگالی مخلوط و سپس فشار مایع در کف ظرف را به دست آوریم: (مساحت مقطع قسمت باریک‌تر را A نامیده‌ایم.)

$$\rho_{مخلوط}=\frac{P_۱V_۱+P_۲V_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{\rho_۱\times۲A\times۰/۱+\frac{۱}{۲}\rho_۱\times A\times۰/۰۵}{۲A\times۰/۱+A\times۰/۰۵}=\frac{۲۲/۵}{۲۵}\rho_۱$$

$$P_۲=\rho_{مخلوط}gh=\frac{۲۲/۵}{۲۵}\rho_۱g\times۰/۱۵=\frac{۲۷}{۲۰۰}\rho_۱g$$

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{۲۷}{۲۰۰}\rho_۱g}{\frac{۱}{۸}\rho_۱g}=\frac{۲۷}{۲۵}$$

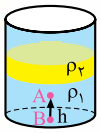
همان‌گونه که می‌بینید که برخلاف آن‌چه شما از حل تست مهم قبلی نتیجه گرفتید، این بار فشار پس از مخلوط‌کردن دو مایع، تغییر کرد!

خُب پس حالا می‌تونیم بگیم هر وقت ظرفمون استوانه بود، فشار بر اثر مخلوط‌کردن تغییری نمی‌کنه!

این کار خوبی نیست! توجه کنید که این موضوع را شما وقتی به نکتهٔ خود اضافه کردید که با تستی مثل این مواجه شدید! از آن‌جایی که متغیرهای یک مسئلهٔ فیزیک بسیار متنوع‌اند، ممکن است نتوان انواع حالت‌هایی را که ممکن است برای یک مسئله بدهند، از پیش تشخیص داد. به همین دلیل بهتر است از حل تمرین‌ها، نکته در نیاورید و هر مسئله‌ای را با توجه به شرایطی که در آن مسئله داده شده است، حل کنید.

۲۰۸- گزینهٔ ۲

۲۰۹- گزینهٔ ۲ برای حل این تست به یک ابتکار عمل نیاز داریم! بهتر است از نقطهٔ B در کف ظرف کمک بگیریم. *(دلیلش رو تا چند دقیقهٔ دیگه می‌فهمین.)* همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، نقطهٔ A در ارتفاع h بالاتر از کف ظرف قرار دارد و فشار در این نقطه باید به اندازهٔ $\rho_1 gh$ کم‌تر از فشار در نقطهٔ B باشد:



$$P_A = P_B - \rho_1 gh$$

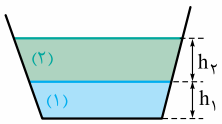
یادتان باشد که اصولاً وقتی دو مایع را با هم مخلوط می‌کنیم، مایعی حاصل می‌شود که چگالی‌اش مقداری بین چگالی دو مایع (در این‌جا کم‌تر از ρ_1 و بیشتر از ρ_2) است. نکتهٔ مهم این است که اگر رابطهٔ فشار مایع را به صورت $\frac{mg}{A}$ بنویسیم، چون وزن کل دو مایع قبل و بعد از مخلوط‌شدن یکسان است، فشار در کف ظرف هم پس از مخلوط‌کردن دو مایع تغییری نمی‌کند *(حالا فهمیدین چرا از نقطهٔ B کمک گرفتیم؟!)* و می‌توان فشار در نقطهٔ A را پس از مخلوط‌شدن دو مایع به صورت روبه‌رو نوشت: $P'_A = P_B - \rho_{مخلوط} gh$ می‌بینید که در دو حالت، فشار در کف ظرف منهای عبارت‌های $\rho_1 gh$ و $\rho_{مخلوط} gh$ می‌شود. چون $\rho_{مخلوط}$ کم‌تر از ρ_1 است، انتظار داریم که حاصل تفاضل $P_B - \rho_{مخلوط} gh$ بزرگ‌تر از $P_B - \rho_1 gh$ شود؛ یعنی $P'_A > P_A$ است.

۲۱۰- گزینهٔ ۲

۲۱۱- گزینهٔ ۲ پیش از آن‌که حل این تست را برایتان توضیح دهم، خواهش می‌کنم به دو نکتهٔ مهم توجه کنید. اول این‌که با دیدن پاسخ طولانی این تست، به‌هیچ‌وجه از خواندن آن صرف نظر نکنید؛ نفسی عمیق بکشید و با دقت تمام، همهٔ آن‌چه را برایتان نوشته‌ام، بخوانید. دوم این‌که نمی‌دانم چرا وقتی در صورت تستی خبری از مقدارهای عددی نیست و صرفاً قرار است قضاوتی در مورد افزایش یا کاهش یک کمیت کنیم، اغلب بچه‌ها فکر می‌کنند نیازی به نوشتن «راه‌حل» نیست و پاسخ تست را باید با احساس و شهود داد! به همین دلیل است که وقتی چنین تست‌هایی در یک آزمون داده می‌شود، تعداد بچه‌هایی که آن‌ها را نزده رها می‌کنند، اندک‌اند و اغلب خود را قانع می‌کنند که گزینه‌ای را بزنند. یادتان باشد که اتفاقاً چنین تست‌هایی، اغلب بسیار دشوارند و خطر غلط‌زدن آن‌ها بسیار زیاد است و اگر راه‌حل قانع‌کننده‌ای نیافتید، بهتر است آن‌ها را نزنید!

آخه وقتی توو تست هیچ مقداری بهمون نداده، چه‌جوری باید راه‌حل براش بنویسیم!

بسیار ساده است! کافی است مقدار کمیت‌هایی را که لازم داریم با یک نماد نشان دهید! مثلاً در این‌جا که چگالی و ارتفاع دو مایع را به شما نداده است، آن‌ها را با نمادهای ρ_1، ρ_2، h_1 و h_2 نشان دهید. همین الان به شما نشان می‌دهم که چنین تستی را باید چگونه حل کنیم. با من همراه باشید:



ابتدا که دو مایع با هم مخلوط نیستند، فشار مایع در کف ظرف، برابر است با:

$$P = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$

پس از مخلوط‌کردن دو مایع، مایع جدیدی با چگالی $\rho_{مخلوط}$ خواهیم داشت:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m+m}{V_1+V_2} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1}+\frac{m}{\rho_2}} = \frac{2m}{m(\frac{\rho_2+\rho_1}{\rho_1\rho_2})} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}$$

چون حجم مخلوط برابر مجموع حجم دو مایع است، ارتفاع مخلوط هم باید برابر مجموع ارتفاع دو مایع در حالت اول باشد و فشار مخلوط در کف ظرف، به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$P' = \rho_{مخلوط} gh_{مخلوط} = (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}) g(h_1+h_2) = (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})gh_1 + (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})gh_2$$

اکنون باید P' را با P مقایسه کنیم. بد نیست برای این منظور، بنویسیم: $P' \bigcirc P$ و باید داخل دایره، یکی از علامت‌های $<$، $>$ و یا $=$ را قرار دهیم! فعلاً کار را با همان نماد $\bigcirc$ پیش می‌بریم:

$$P' \bigcirc P \Rightarrow (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})gh_1 + (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})gh_2 \bigcirc \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$

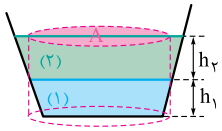
اکنون g را از دو طرف ساده می‌کنیم و جمله‌هایی را که h_1 دارند، در یک طرف و جمله‌هایی را که h_2 دارند، در طرف دیگر قرار می‌دهیم. باید با صبوری و دقت تمام، محاسبات لازم را به صورت زیر انجام دهید:

$$(\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})h_1 - \rho_1 h_1 \bigcirc \rho_2 h_2 - (\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2})h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1(\frac{2\rho_2}{\rho_1+\rho_2} - 1) \bigcirc \rho_2 h_2(1 - \frac{2\rho_1}{\rho_1+\rho_2})$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1(\frac{2\rho_2 - \rho_1 - \rho_2}{\rho_1+\rho_2}) \bigcirc \rho_2 h_2(\frac{\rho_1+\rho_2-2\rho_1}{\rho_1+\rho_2})$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1(\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1+\rho_2}) \bigcirc \rho_2 h_2(\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1+\rho_2}) \Rightarrow \rho_1 h_1 \bigcirc \rho_2 h_2$$

می‌بینید که همه‌چیز در گرو آن است که بفهمیم $\rho_1 h_1$ چه ارتباطی با $\rho_2 h_2$ دارد! برای این منظور به یک ابتکار هولناک (!) نیاز داریم. اگر همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، در ذهن خود استوانه‌ای بکشیم که سطح قاعدهٔ آن برابر سطحی باشد که در مرز جدایی دو مایع داریم، حتماً قبول دارید که جرمی از مایع (۱) که در این استوانه قرار دارد (m_1) ، قطعاً از جرمی از مایع (۲) که در این استوانه قرار دارد (m_2)، بیشتر است. (فراموش نکنید که جرم کل دو مایع یکسان بود!) به این ترتیب می‌توان نوشت:

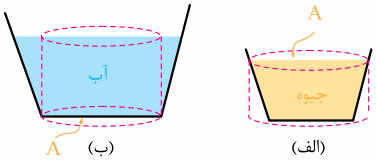


$$m_1 > m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 > \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 Ah_1 > \rho_2 Ah_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 > \rho_2 h_2$$

بالأخره تمام شد! حالا فهمیدیم که داخل دایره باید علامت $>$ قرار گیرد؛ یعنی: $P' \bigcirc P$

۲۱۲- گزینهٔ ۳

۲۱۳- گزینهٔ ۲ قبول دارید خط فکری مربوط به حل این تست، همان است که در تست مهم قبلی دیدیم؟! در شکل زیر، باز هم به عنوان یک ابتکار عمل، دو استوانهٔ خیالی رسم کرده‌ایم. سطح قاعدهٔ این استوانه در هر دو شکل، برابر سطح آزاد جیوه (و یا مساحت کف ظرف ب) است.



توجه کنید که ارتفاع آب لزوماً بیشتر از جیوه نیست؛ چون با آن‌که حجم ۱ kg آب بیشتر از ۱ kg جیوه است، اما مساحت مقطع ظرف‌ها یکسان نیست. چون جرم کل جیوه و آب برابر است، قطعاً با توجه به شکل می‌پذیرید که جرم آبی که داخل استوانهٔ شکل ب قرار می‌گیرد، قطعاً کم‌تر از جرم جیوه‌ای است که داخل استوانهٔ شکل الف جای می‌گیرد:

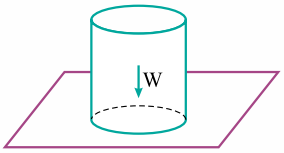
$$m_{آب} < m_{جیوه} \Rightarrow \rho_{آب}V_{آب} < \rho_{جیوه}V_{جیوه} \Rightarrow \rho_{آب}Ah_{آب} < \rho_{جیوه}Ah_{جیوه} \Rightarrow \rho_{آب}h_{آب} < \rho_{جیوه}h_{جیوه}$$

با ضرب‌کردن دو طرف در g، می‌توان به فشار مایع رسید:

$$\rho_{آب}gh_{آب} < \rho_{جیوه}gh_{جیوه} \Rightarrow P_{آب} < P_{جیوه}$$

۲۱۴- گزینهٔ ۱ گفته شده که غشای (پوستهٔ) D در عمق **معینی** از یک دریاچه قرار دارد، چنان‌که می‌دانید فشار در یک عمق داخل مایع، یکسان است. هم‌چنین، به دلیل آن‌که فشار کمیتی نرده‌ای است، به طرز قرارگرفتن غشا وابسته نیست.

۲۱۵- گزینهٔ ۱ نیرویی که این استوانه به سطح افقی زیر خود وارد می‌کند، هم‌اندازه با وزن آن است. برای محاسبهٔ فشار، به جای وزن، ابتدا mg را می‌گذاریم و چون چگالی استوانه را به ما داده است، به فکر استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ (البته به صورت $m = \rho V$) می‌افتیم:



$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A}$$

حجم استوانه

$$P = \frac{\rho \cancel{A} h\, g}{\cancel{A}} = \rho gh = ۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ = ۳۲۰۰\ Pa$$

می‌بینید که مساحت قاعدهٔ استوانه، تأثیری در پاسخ ندارد!

۲۱۶- گزینهٔ ۴ با استفاده از فشار هوا، می‌توان فشار در هر یک از دو نقطهٔ A و B را جداگانه به دست آورد؛ فقط توجه کنید که نقطهٔ B در عمق ۶۰ سانتی‌متری (یا ۰/۶ متری) از سطح آزاد آب قرار دارد. چگالی آب را هم باید با یکای SI (یعنی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب) در رابطه قرار داد.

$$P_A = P_۰ + \rho gh_A = ۹/۹ \times ۱۰^۴ + \underbrace{۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱}_{۱۰۰۰ = ۰/۱ \times ۱۰^۴} = ۱۰ \times ۱۰^۴ = ۱۰^۵\ Pa$$

$$P_B = P_۰ + \rho gh_B = ۹/۹ \times ۱۰^۴ + \underbrace{۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶}_{۶ \times ۱۰۰ = ۰/۶ \times ۱۰^۴} = ۱۰/۵ \times ۱۰^۴\ Pa$$

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{۱۰/۵ \times ۱۰^۴}{۱۰^۵} = \frac{۱۰/۵}{۱۰} = \frac{۲۱}{۲۰}$$

۲۱۷- گزینهٔ ۳ اگر وزن هر مکعب را W و مساحت هر وجه آن را A بنامیم، در شکل (۲)، وزن کل برابر ۸W و مساحت کف شکل برابر ۴A است:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\frac{۸W}{۴A}}{\frac{W}{A}} = ۲$$

۲۱۸- گزینهٔ ۳ ابتدا با استفاده از شیب نمودارهای داده‌شده، چگالی دو مایع را به دست می‌آوریم:

$$\rho_A = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱\ g/cm^۳\ ,\ \rho_B = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸\ g/cm^۳$$

اکنون می‌توان چگالی مخلوط و فشار آن را به دست آورد:

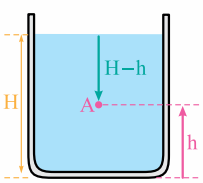
$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{۲۵۰ + ۲۰۰}{\frac{۲۵۰}{۱} + \frac{۲۰۰}{۰/۸}} = ۰/۹\ g/cm^۳$$

$$P = \rho_{مخلوط} gh = ۹۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲۵ = ۲۲۵۰\ Pa$$

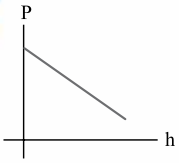
۲۱۹- گزینهٔ ۳ قرار بود برای تشخیص نمودار درست، به دنبال یک رابطهٔ ریاضی بین کمیت‌های روی دو محور باشیم.

بله! اما شما قبلاً این کار رو برامون کرده بودین و با استفاده از رابطهٔ $P = P_۰ + \rho gh$ نتیجه گرفته بودین که برای هر کدوم از مایع‌ها، نمودارمون به شکل یه خط با شیب مثبته؛ یعنی گزینهٔ (۲) درسته نه گزینهٔ (۳)!!

باید کمی دقتتان را بالا ببرید! در رابطهٔ $P = P_۰ + \rho gh$ منظور از h در حقیقت «عمق» نقطهٔ مورد نظر از سطح آزاد مایع بود؛ اما در این تست، یک شیطنت کوچک وجود دارد! این بار h را نمایش ارتفاع نقطهٔ مورد نظر نسبت به کف ظرف گرفته است. همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، اگر ارتفاع کل مایع را با H نشان دهیم و نقطهٔ A در ارتفاع h بالاتر از کف ظرف باشد، عمق این نقطه نسبت به سطح آزاد مایع برابر $(H-h)$ خواهد بود و رابطهٔ $P = P_۰ + \rho gh$ به صورت زیر درمی‌آید:

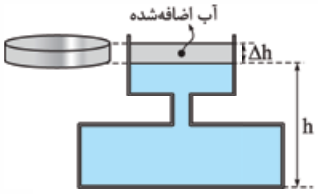


$$P = P_۰ + \rho g(H-h) \Rightarrow P = \underbrace{(P_۰ + \rho gH)}_{\text{مقدار ثابت (عرض از مبدأ)}} - \underbrace{\rho gh}_{\text{مقدار ثابت (شیب)}}$$



رابطهٔ آخر، نشان می‌دهد که نمودار مورد نظر، خط راستی است با عرض از مبدأ مثبت و شیب منفی؛ درست مثل شکل روبه‌رو.
وقتی در ظرف دو مایع داریم، دوتا از همین خط‌ها داریم که به دنبال هم قرار می‌گیرند و چون از نظر قدرمطلق، شیب نمودار برابر ρg است، شیب نمودار برای مایعی که چگالی بیشتری دارد، بیشتر است.

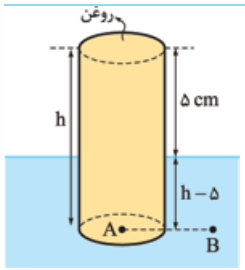
۲۲۰- گزینهٔ ۴ امیدوارم از شکل عجیب و غریب ظرف نترسیده باشید! خواهید دید چیزی که برای ما اهمیت دارد، سطح مقطع قسمت بالایی ظرف است. اگر ارتفاع آب اضافه‌شده را با Δh نشان دهیم، افزایش فشار به دلیل آب اضافه‌شده برابر $\Delta P = \rho g \Delta h$ می‌شود؛ به این ترتیب، چیزی که نیاز داریم، Δh است. توجه کنید که حجم مایع اضافه‌شده را می‌دانیم (۲ لیتر و یا ۲×۱۰^{-۳} متر مکعب) و با توجه به استوانه‌ای‌بودن آب اضافه‌شده می‌توان نوشت:



$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = A\Delta h = ۲\times۱۰^{-۳} = ۰/۰۴\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۰۴} = ۰/۰۵\ m$$

$$\text{افزایش فشار در کف ظرف} = \Delta P = \rho g \Delta h = ۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۰۵ = ۵۰۰\ Pa$$

۲۲۱- گزینهٔ ۳ فرض کنید همانند شکل روبه‌رو، روغن سرتاسر لوله را پر کرده است. نقطهٔ A را در پایین‌ترین سطح روغن (یعنی مرز جدایی روغن و آب) در نظر می‌گیریم. این نقطه در عمق h زیر سطح آزاد روغن است و اگر چگالی روغن را $\rho_۱$ بنامیم، فشار در این نقطه برابر می‌شود با:



$$P_A = P_۰ + \rho_۱ gh$$

نقطهٔ B نیز نقطه‌ای هم‌تراز با نقطهٔ A، اما خارج لوله و داخل آب است. این نقطه در عمق $(h-۵)$ سانتی‌متر زیر سطح آزاد آب قرار دارد:

$$P_B = P_۰ + \rho_۲ g(h-۵)$$

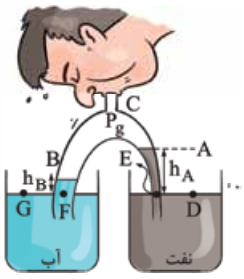
چون دو نقطهٔ A و B روی یک خط افقی قرار دارند (هم‌ترازند)، فشار در این دو نقطه باید برابر باشد:

$$P_A = P_B \Rightarrow \cancel{P_۰} + \rho_۱ gh = \cancel{P_۰} + \rho_۲ g(h-۵) \Rightarrow \rho_۱ \cancel{g} h = \rho_۲ \cancel{g}(h-۵) \Rightarrow ۰/۹\,h = ۱(h-۵) \Rightarrow ۰/۱\,h = ۵ \Rightarrow h = ۵۰\ cm$$

بیفشین! نیازی به تبدیل واحد نبود؟!

چون می‌خواستیم دو فشار را برابر قرار دهیم، کافی بود کمیت‌های مانند هم در دو طرف رابطه، با واحدهای مثل هم گذاشته شوند؛ مثلاً ارتفاع‌ها با واحد سانتی‌متر و چگالی‌ها با واحد گرم بر سانتی‌متر مکعب گذاشته شدند.

۲۲۲- گزینهٔ ۲ با مکیدن مقداری از هوای داخل لوله، فشار آن کاهش می‌یابد و به همین دلیل، دو مایع در لوله‌ها بالا می‌روند. این فشار هوای کاهش‌یافتهٔ داخل لوله را P_g می‌نامیم و کار خود را از سمت راست شکل روبه‌رو شروع می‌کنیم! فشار در نقطهٔ E از یک طرف برابر $P_E = P_g + \rho_{نفت} g h_A$ و از طرف دیگر، برابر با فشار در نقطهٔ D (یعنی برابر فشار هوا) است:



$$P_D = P_۰ = P_E = P_g + \rho_{نفت} g h_A$$

همین کار را می‌توان برای طرف دیگر و دو نقطهٔ F و G تکرار کرد و به این نتیجه رسید: $P_G = P_۰ = P_F = P_g + \rho_{آب} g h_B$

با مقایسهٔ دو رابطه‌ای که نوشتیم، به راحتی نتیجه می‌شود که طرف رنگی آن‌ها باید برابر باشند:

$$\cancel{P_g} + \rho_{نفت} g h_A = \cancel{P_g} + \rho_{آب} g h_B \Rightarrow ۰/۸\,h_A = ۱\,h_B \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = ۰/۸$$

توجه دارید که قطر مقطع لوله‌ها، تأثیری در پاسخ ندارد!

۲۲۳- گزینهٔ ۳ چون در دو ظرف به «مقدار مساوی» آب ریخته‌ایم، می‌توانیم حجم آب دو ظرف را برابر قرار دهیم:

$$Ah_۱ = \frac{۳}{۲}Ah_۲ \Rightarrow h_۱ = \frac{۳}{۲}h_۲$$

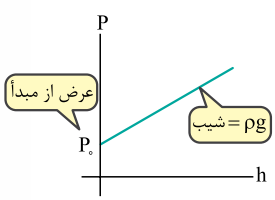
حالا می‌توان نسبت فشار کل در کف دو ظرف را تشکیل داد:

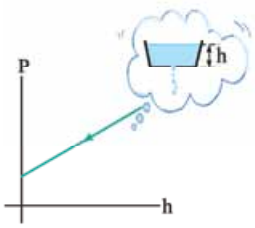
$$\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{P_۰ + \rho g h_۱}{P_۰ + \rho g h_۲} = \frac{P_۰ + \frac{۳}{۲}\rho g h_۲}{P_۰ + \rho g h_۲} > ۱ \Rightarrow P_۱ > P_۲$$

با بازی با صورت کسر رنگی، (شبیه مثال‌هایی که در درس دیدید.) می‌توان مقایسهٔ دو فشار را تکمیل کرد:

$$\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{P_۰ + \frac{۳}{۲}\rho g h_۲}{P_۰ + \rho g h_۲} = \frac{\frac{۳}{۲}(P_۰ + \rho g h_۲) - \frac{۱}{۲}P_۰}{P_۰ + \rho g h_۲} = \frac{۳}{۲} - \frac{\frac{۱}{۲}P_۰}{P_۰ + \rho g h_۲} < \frac{۳}{۲} \Rightarrow P_۱ < \frac{۳}{۲}P_۲$$

۲۲۴- گزینهٔ ۱ قرار بود برای انتخاب نمودار صحیح، بدون آن‌که تحت تأثیر احساسات خود قرار بگیرید، به دنبال یک رابطهٔ ریاضی بین کمیت‌های دو محور باشید! اگر رابطهٔ $P = P_۰ + \rho g h$ را با معادلهٔ ریاضی $y = ax + b$ مقایسه کنید، متوجه می‌شوید که نمودار مورد نظر، خط راستی با عرض از مبدأ $P_۰$ و شیب ρg است. (شکل مقابل، سمت چپ)

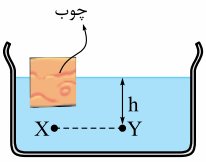




برای تطبیق این نمودار با احساستان (!) به شکل مقابل (سمت راست) توجه کنید. در این شکل می‌بینید که با بیرون‌ریختن مایع و کاهش ارتفاع، در حقیقت روی این نمودار از راست به چپ خواهیم رفت.

۲۲۵- گزینهٔ ۲ اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع که در راستای قائم به اندازهٔ h از هم فاصله دارند، همیشه برابر ρgh است. در حقیقت با افزایش فشار بر سطح آزاد مایع، فشار در تمام نقطه‌های مایع به یک‌اندازه افزایش می‌یابد و اختلاف فشار بین دو نقطه ثابت می‌ماند.

۲۲۶- گزینهٔ ۲ بیایید به جای نقطهٔ X به نقطهٔ Y نگاه کنیم! چون نقطهٔ Y در عمق h زیر سطح آزاد مایع است، فشار در آن برابر $P = P_0 + \rho gh$ است، از طرفی چون نقطهٔ X با نقطهٔ Y هم‌تراز است، (یعنی دو نقطه روی یک خط افقی قرار دارند.) فشار در آن دو مساوی است.



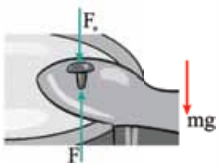
یعنی وجود چوب هیچ تأثیری روی فشار نداره؟! ... اگه چوب نبود که بازم فشار همین می‌شد!

در حقیقت، وجود چوب، بر روی h تأثیر گذاشته است! توجه کنید که با شناورکردن چوب در مایع، سطح آزاد مایع بالاتر می‌رود.

۲۲۷- گزینهٔ ۱ گفته بودیم که اگر نقطه‌های هم‌تراز، متعلق به یک مایع باشند، فشار در آن‌ها برابر است.

۲۲۸- گزینهٔ ۱ پیش از هر چیز، یادآوری می‌کنم که طبق تعریف فشار $(P = \frac{F}{A})$، نیرو را می‌توان با ضرب‌کردن فشار در مساحت به دست آورد:

$$F = PA$$



اکنون توجه کنید که به وزنه، همانند شکل روبه‌رو، دو نیروی رو به پایین و یک نیروی رو به بالا وارد می‌شود: نیروی F_0، از طرف هوای بیرون دیگ، وزنه را به پایین هل می‌دهد و وزن وزنه، نیز رو به پایین است. نیروی F هم از طرف بخار داخل دیگ، وزنه را به بالا هل می‌دهد. چون وزنه ساکن است، جمع دو نیروی رو به پایین، باید با نیروی رو به بالا برابر باشد:

$$F_0 + mg = F \Rightarrow P_0A + mg = PA \Rightarrow \underbrace{1}_{atm} \times \underbrace{10^5}_{\frac{10^5\,Pa}{atm}} \times \underbrace{4}_{mm^2} \times \underbrace{10^{-6}}_{\frac{10^{-6}\,m^2}{mm^2}} + m \times 10 = 2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow m \times 10 = \underbrace{8 \times 10^{-1} - 4 \times 10^{-1}}_{0/4} \Rightarrow m = 0/04\,kg = 0/04\,kg \times \frac{1000\,g}{1\,kg} = 40\,g$$

آشنایی با کتاب درسی

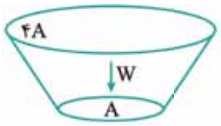
۲۲۹- گزینهٔ ۳ فشار پیمانه‌ای داده‌شده، ناشی از وزن شخص است و کافی است از رابطهٔ فشار، استفاده کنیم:

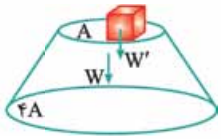
$$P_g = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow 0/25 \times 10^5 = \frac{75 \times 10}{\underbrace{3 \times R^2}_{\pi R^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{\overset{25}{\cancel{75}} \times 10}{\underset{1}{\cancel{3}} \times 0/25 \times 10^5} \Rightarrow R = 0/1\,m$$

۲۳۰- گزینهٔ ۳ *تبدیل زنجیره‌ای یکاها رو که خوب یادتونه؟!* ... با توجه به این‌که «پاسکال»، یعنی «$\frac{\text{نیوتون}}{\text{مترمربع}}$»، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$10\,\frac{N}{\cancel{cm^2}} \times \frac{1\,\cancel{cm^2}}{10^{-4}\,m^2} = 10^5\,N/m^2 = 10^5\,Pa = 10^5\,\cancel{Pa} \times \frac{kPa}{10^3\,\cancel{Pa}} = 100\,kPa$$

۲۳۱- گزینهٔ ۲ توجه کنید که طبق فرمول مساحت دایره $(A = \pi R^2)$ این مساحت با مجذور شعاع متناسب است؛ بنابراین اگر مساحت قاعدهٔ کوچک را A بنامیم، مساحت قاعدهٔ بزرگ برابر $4A$ خواهد بود. این نوع قضاوت را می‌توان به صورت مقابل خلاصه کرد:



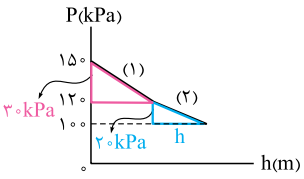


$$A \underset{\text{برابر } 2^2}{=} \overset{\text{ثابت}}{\pi} \underset{\text{برابر } 2}{(R)^2}$$

اگر وزن خود مخروط را W و وزن وزنهٔ روی آن را W' بنامیم، با استفاده از برابری فشار در دو حالت، خواهیم نوشت:

$$P = \frac{W}{A} = \frac{W + W'}{4A} \Rightarrow 4W = W + W' \Rightarrow W' = 3W$$

۲۳۲- گزینهٔ ۴ دیده بودیم که شیب نمودار برابر $-\rho g$ است؛ بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو، می‌توان نوشت:



$$\text{قدرمطلق شیب} = \rho g \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 g = \frac{30 \times 10^3}{h} \\ \rho_2 g = \frac{20 \times 10^3}{h} \end{cases}$$

با تقسیم دو طرف رابطه‌های بالا بر یکدیگر، خواهیم داشت:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{1000} = \frac{3}{2} \Rightarrow \rho_1 = 1500\,kg/m^3$$

۲۳۳- قبلاً در بخش «تمرین»، در قالب دو تست به این موضوع پرداختیم و دیدیم برای قضاوت در مورد فشار در نقطهٔ A، بهتر است از ثابت‌ماندن فشار در کف ظرف کمک بگیریم و برای قضاوت در مورد فشار در نقطهٔ B، بهتر است از ثابت‌ماندن فشار در سطح آزاد استفاده کنیم. *(یادتون اومد کدوم تست‌ها رو می‌گم یا نه؟!)*