

iQ

# رياضی

پایهٔ نهم

مؤلف: بهزاد اسداله

## فصل اول

# مجموعه‌ها

 درسنامه  
**1**

## معرفی مجموعه

به هر دسته کاملاً مشخص و غیرتکراری (تمایز) از اشیاء یا افراد یک مجموعه می‌گویند و هر یک از آن اشیاء یا افراد را عضو مجموعه می‌نامند. عضوهای یک مجموعه باید کاملاً مشخص باشند. به طور مثال عبارت سه عدد اول متوالی، یک مجموعه منحصر به فرد (یکتا) را مشخص نمی‌کند زیرا هر ۳ عدد اول متمایزی مورد قبول است. اما مجموعه سه عدد اول متوالی با شروع از عدد ۳ دقیقاً یک مجموعه را به صورت  $A = \{3, 5, 7\}$  مشخص می‌کند. نماد عضو بودن با  $\in$  و عضو نبودن با  $\notin$  نمایش داده می‌شود. به طور مثال برای مجموعه  $A = \{3, 5, 7\}$  داریم:  $3 \in A, 9 \notin A$

### ویژگی‌های یک مجموعه

مجموعه‌ها دارای ویژگی‌های زیر هستند.

- در هر مجموعه با جا به جایی اعضا، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود. به طور مثال:  $\{2, 5, 7\} = \{5, 7, 2\}$
- عضو تکراری در مجموعه یک بار به حساب می‌آید و تکرار اعضا مجموعه جدیدی نمی‌سازد. به طور مثال:  $\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$   
تکراری      تکراری

### مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی است، مجموعه متناهی نام دارد و به مجموعه‌ای که متناهی نباشد، نامتناهی می‌گویند. به عبارتی دیگر مجموعه‌هایی که عضوهایشان قابل شمارش باشد، متناهی و به مجموعه‌هایی که عضوهایشان قابل شمارش نباشد، نامتناهی می‌گویند. در واقع مجموعه‌ای را متناهی می‌گویند که شمارش اعضای آن بالاخره تمام شود، هر چند ساعت‌ها و روزها طول بکشد. اما در مجموعه‌های نامتناهی شمارش اعضا هیچ‌گاه تمام نمی‌شود.

### مجموعه‌های اعداد

تعدادی از مجموعه‌های نامتناهی معروف از اعداد همراه با نمادهایشان عبارت‌اند از:

- مجموعه اعداد طبیعی:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$       مجموعه اعداد حسابی:  $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$   
 مجموعه اعداد فرد طبیعی:  $\mathbb{O} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$       مجموعه اعداد زوج طبیعی:  $\mathbb{E} = \{2, 4, 6, \dots\}$   
 مجموعه اعداد صحیح:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

### تعداد عضوهای یک مجموعه $n(A)$

تعداد عضوهای مجموعه‌ای متناهی مانند  $A$  را با  $n(A)$  نمایش می‌دهند. مانند:  $A = \{a, b, c\} \Rightarrow n(A) = 3$

**نکته** اگر عضوهای یک مجموعه از کوچک به بزرگ مرتب باشند و فاصله بین اعداد مقداری ثابت باشد، تعداد اعضا از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله}} + 1$$

**مثال** تعداد اعضای مجموعه  $A = \{-1, 2, 5, 8, 11, \dots, 26\}$  را به دست آورید.

$$A = \{-1, 2, 5, 8, 11, \dots, 26\} \quad \text{تعداد} = \frac{26 - (-1)}{3} + 1 = 9 + 1 = 10$$

**پاسخ**

**نکته** یک مجموعه می‌تواند عضو مجموعه دیگری باشد به طور مثال مجموعه  $A = \{1, 2, \{3, 4\}\}$  را در نظر بگیرید در این صورت:  
 $1 \in A, 2 \in A, \{3, 4\} \in A, 3 \notin A, 4 \notin A, \{3\} \notin A$   
 $n(A) = 3$  در واقع مجموعه  $A$  دارای سه عضو  $1, 2$  و  $\{3, 4\}$  است:

**مثال** با توجه به مجموعه  $A = \{a, \{a\}, \{a, a\}, \{a, a, a\}, \dots\}$  و  $B = \{\{1, 2, 3, \dots\}\}$ ، به سؤالات زیر پاسخ دهید.  
**الف** عبارات‌های درست را با «✓» و نادرست را با «×» مشخص کنید.

- ۱)  $a \in A$       ۲)  $\{a\} \notin A$       ۳)  $\{\{a\}\} \in A$       ۴)  $\{1, 2, 3, \dots\} \in B$       ۵)  $\{1, 2, 3\} \in B$   
**ب** مجموعه  $A$  چند عضوی است؟      **پ** مجموعه  $B$  چند عضوی است؟

- پاسخ الف**
- ۱)  $a \in A$  ✓  
 ۲)  $\{a\} \notin A$  ×  
 ۳)  $\{\{a\}\} \in A$  ×  
 ۴)  $\{1, 2, 3, \dots\} \in B$  ✓  
 ۵)  $\{1, 2, 3\} \in B$  ×

$$A = \{a, \underbrace{\{a\}}_{\text{عضو تکراری}}, \underbrace{\{a, a\}}_{\text{عضو تکراری}}, \{a, a, a\}, \dots\}$$

$$\Rightarrow A = \{a, \underbrace{\{a\}, \{a\}}_{\text{عضو تکراری}}, \dots\} \Rightarrow A = \{a, \{a\}\}$$

$$B = \{\{1, 2, 3, \dots\}\} \Rightarrow n(B) = 1$$

مجموعه  $A$  شامل ۲ عضو است یعنی  $n(A) = 2$ .

**پ** مجموعه  $B$  فقط شامل یک عضو  $\{1, 2, 3, \dots\}$  است.

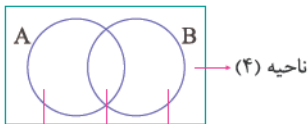
### مجموعه تهی

مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه تهی نام دارد و آن را با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نمایش می‌دهیم. به طور مثال مجموعه اعداد طبیعی بین ۳ و ۴ یک مجموعه تهی را نمایش می‌دهد زیرا هیچ عضوی برای آن تعریف نمی‌شود.

**نکته**  $\{\emptyset\}$  یا  $\{\emptyset\}$  مجموعه‌های تهی نیستند چون هر کدام شامل یک عضو می‌باشند.

### نمودار ون

نمودار ون یا نمودار مجموعه، هر مجموعه را با یک دایره یا خطوط شکسته بسته نشان می‌دهد. تا به کمک آن بتوان راحت تر روابط و منطق بین مجموعه‌ها را درک کرد. به طور مثال، نمودار ون دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، نسبت تعداد دایره‌های (منحنی‌های بسته) موجود به ۴ ناحیه تقسیم می‌شود.



ناحیه (۱) ناحیه (۲) ناحیه (۳) ناحیه (۴)

- ناحیه (۱): شامل عضوهایی از  $A$  است که عضو  $B$  نیستند.
- ناحیه (۲): شامل عضوهایی است که هم در  $A$  و هم در  $B$  هستند.
- ناحیه (۳): شامل عضوهایی از  $B$  است که عضو  $A$  نیستند.
- ناحیه (۴): شامل عضوهایی است که نه در  $A$  است و نه در  $B$ .

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

**۱** کدام گزینه یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

- ۱ سه عدد فرد یک رقمی      ۲ دو عدد فرد اول یک رقمی  
 ۳ دو مقسوم‌علیه اول عدد ۳۷۵      ۴ دو مقسوم‌علیه اول عدد ۲۱۰

**۲** کدام یک از عبارات داده شده، مشخص‌کننده یک مجموعه می‌باشد؟

- ۱ اعداد مربع منفی      ۲ اعداد گنگ نزدیک به  $\pi$       ۳ اعداد نزدیک به صفر      ۴ هر سه گزینه

تیزهوشان

- ۳ کدام رابطه زیر درست است؟  
 ۱  $\frac{1}{27} \notin \{\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots, \frac{1}{243}\}$  ۲  $63 \in \{3, 8, 13, \dots\}$  ۳  $27 \in \{6, 11, 16, \dots\}$  ۴  $31 \notin \{4, 7, 10, \dots\}$

تیزهوشان

- ۴ اگر  $a \in \mathbb{Z}$ ،  $-a \in \mathbb{A}$  باشد، آن گاه مجموعه  $\mathbb{A}$  قطعاً کدام یک از مجموعه‌های زیر می‌باشد؟  
 ۱  $\mathbb{Z}$  ۲  $\mathbb{Q}'$  ۳  $\mathbb{W}$  ۴  $\mathbb{N}$

 ۵ اگر  $x \in \mathbb{Z}$  باشد، آن گاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱  $\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها  
 ۲  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها  
 ۳  $-\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها  
 ۴  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها

 ۶ می‌دانیم که  $1 \in \mathbb{A}$  و هم چنین هر عددی که عضو  $\mathbb{A}$  باشد، هم دو برابر و هم دو واحد کم‌تر از آن، عضو مجموعه  $\mathbb{A}$  هستند، کدام عدد عضو مجموعه  $\mathbb{A}$  نمی‌تواند باشد؟

- ۱  $2021$  ۲  $1400$  ۳  $-1400$  ۴  $-2021$

۷ کدام یک از مجموعه‌های زیر شامل یک عضو می‌باشد؟

- ۱  $\{1, \{1\}, \{1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \dots\}$  ۲  $\{0, \emptyset\}$   
 ۳  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  ۴  $\{\{1, 2, 3, 4, \dots\}\}$

 ۸ اگر مجموعه  $\mathbb{A} = \{(x-y)^2, (x+y)^2, 1\}$  تک عضوی باشد، آن گاه حاصل  $xy$  کدام است؟

- ۱ صفر ۲  $-1$  ۳  $1$  ۴  $2$

۹ کدام یک از مجموعه‌های داده شده نامتناهی می‌باشد؟

- ۱  $\{\mathbb{N}\}$  ۲  $\{\mathbb{Z}\}$  ۳  $\{x \mid x \in \mathbb{Q}, 1 < x < 2\}$  ۴ گزینه‌های (۱) و (۲)

تیزهوشان ۱۴۰۱

 ۱۰ مقدار  $n(\{n(\mathbb{A}), n(\mathbb{B}), n(\mathbb{C})\})$  برابر کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- ۱ یک ۲ دو ۳ سه ۴ صفر

 ۱۱ باقی‌مانده هر یک از اعداد زیر را بر عدد ۲۴ در مجموعه  $\mathbb{A}$  قرار داده‌ایم؛ در این صورت مجموعه  $\mathbb{A}$  چند عضوی است؟

 $1, 13, 25, 49, 73, 97, 121, 145, \dots$ 

- ۱  $1$  ۲  $2$  ۳  $3$  ۴ بی‌شمار

 ۱۲ مجموعه  $\mathbb{A} = \{a, \{a+a\}, \{a+a+a\}, \dots, \underbrace{\{a+\dots+a\}}_{n \text{ تا}}\}$  چند عضوی است؟

- ۱  $1$  ۲  $2$  ۳  $64$  ۴ بی‌شمار

۱۳ تعداد اعضای کدام مجموعه از بقیه بیشتر است؟

- ۱  $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{1024}\}$  ۲  $\{(0)^2, (-1)^3, (0)^4, (-1)^5, \dots, (-1)^{101}\}$   
 ۳  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \dots\}$  ۴  $\{\{\}, \emptyset, \{\emptyset\}, \emptyset\}$

 ۱۴ تعداد اعضای مجموعه  $\mathbb{B}$  برابر کدام گزینه است؟

 $\mathbb{B} = \{2^{18} + 4, 2^{18} + 16, 2^{18} + 64, \dots, 2^{19}\}$ 

- ۱  $2^9$  ۲  $18$  ۳  $2^{18}$  ۴  $9$

 ۱۵ اگر  $a$  یک عدد صحیح مثبت و  $b$  یک عدد صحیح منفی باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر می‌تواند یک مجموعه تک‌عضوی باشد؟

- ۱  $\{(a^2 + 1), b\}$  ۲  $\{2a^2 - 1, b\}$  ۳  $\{a^2, b^3\}$  ۴  $\{5a - 1, b^2\}$

 ۱۶ عضوهای مشترک دو مجموعه  $\mathbb{A} = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{100}\}$  و  $\mathbb{B} = \{(\sqrt{2})^0, (\sqrt{2})^1, (\sqrt{2})^2, \dots, (\sqrt{2})^{100}\}$  را در مجموعه‌ای به نام  $\mathbb{C}$  قرار می‌دهیم، مجموعه  $\mathbb{C}$  چند عضوی است؟

- ۱  $49$  ۲  $50$  ۳  $51$  ۴  $100$

تیزهوشان

 ۱۷ مجموعه  $\mathbb{A} = \{2^{11} + 2, 2^{11} + 4, 2^{11} + 6, \dots, 2^{12}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱  $2^{12}$  ۲  $2^9$  ۳  $2^{10}$  ۴  $2^{11}$

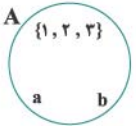
۱۸ عضوهای دو مجموعه  $A = \{x, x+1\}$  و  $B = \{x+1, x+2\}$  اعدادی صحیح هستند. اگر حاصل ضرب عضوهای مجموعه  $A$  برابر ۴۲ باشد، مجموعه  $B$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۱  $\{-6, -5\}$       ۲  $\{8, 9\}$       ۳  $\{5, 6\}$       ۴  $\{-7, -8\}$

۱۹ مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۲۰ که بر ۵ بخش پذیرند ولی بر ۴ بخش پذیر نیستند، چند عضو دارد؟

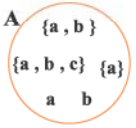
- ۱ ۲۳      ۲ ۱۸      ۳ ۴۱      ۴ ۴۲

۲۰ کدام یک از مجموعه‌های زیر با نمودار ون مقابل برابر است؟



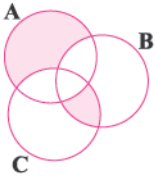
- ۱  $\{\{1, 2, 3, a, b\}\}$       ۲  $\{\{1, 2, 3, a, b\}, a, b\}$   
 ۳  $\{\{1, 2, 3\}, a, b\}$       ۴  $\{1, 2, 3, a, b\}$

۲۱ کدام یک از مجموعه‌های زیر با نمودار ون زیر برابر است؟



- ۱  $A = \{a, b, c\}$       ۲  $A = \{\{a, b, c\}\}$   
 ۳  $A = \{a, b, \{a, b, c\}\}$       ۴  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

۲۲ با توجه به نمودار ون و هر یک از عبارات زیر، مجموع عضوهای قسمت‌های رنگی کدام است؟



(الف) مجموعه  $A$  برابر با اعداد زوج طبیعی کوچک‌تر از ۱۰ است.

(ب) مجموع اعداد مجموعه  $B$  برابر ۲۵ است.

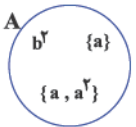
(ج) فقط عدد ۶ هم عضو مجموعه  $A$  و هم مجموعه  $B$  است و عضو  $C$  نیست.

(د) عدد ۱۲ فقط عضو مجموعه  $C$  است.

(ه) مجموعه  $C$  برابر با اعداد مضرب ۴ بین ۶ و ۲۰ است.

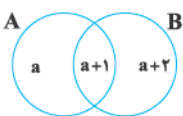
- ۱ ۲۰      ۲ ۱۸      ۳ ۲۴      ۴ ۲۲

۲۳ با توجه به نمودار ون مقابل، اگر مجموعه  $A$ ، دو عضوی باشد، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟



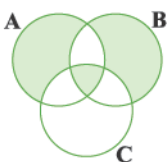
- ۱  $b = 2$  و  $a = 0$       ۲  $b = 1$  و  $a = 1$   
 ۳  $b = 3$  و  $a = 0$       ۴ همه موارد صحیح است.

۲۴ در نمودار ون زیر، اگر حاصل ضرب عضوهای  $A$  برابر ۶ باشد، کدام گزینه می‌تواند عضوهای مجموعه  $B$  باشد؟ ( $a$  عددی صحیح است.)



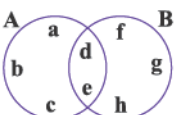
- ۱  $\{1, 2\}$       ۲  $\{-1, -2\}$   
 ۳  $\{2, 3\}$       ۴  $\{-3, -4\}$

۲۵ اگر  $A = \{5, x-1, 2a^2-1, 3, a\}$ ،  $B = \{5, \frac{2x-2}{3}, 1-a^2, 3\}$  و  $C = \{5, x^{-1}, 2x-1, 9\}$  باشد و حاصل جمع عضوهایی که در نمودار ون زیر رنگی است برابر ۴۷ باشد، مقدار عددی  $a$  کدام است؟ ( $a \in \mathbb{N}$ ،  $x \in \mathbb{N}$ )



- ۱ ۱۱      ۲ ۹      ۳ ۶      ۴ ۷

۲۶ عضوهای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، اعداد طبیعی متمایز هستند. اگر مجموع حاصل جمع عضوهای مجموعه  $A$  و حاصل جمع عضوهای مجموعه  $B$  برابر ۱۰۰ باشد، بیشترین مقداری که یک عضو می‌تواند داشته باشد، چقدر است؟



- ۱ ۶۸      ۲ ۶۹      ۳ ۷۱      ۴ ۷۳

## مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

 درسمه  
۲

### مجموعه‌های برابر

دو مجموعه زمانی برابرند که تمام عضوهای هر دو مجموعه کاملاً یکسان باشند و در نتیجه تعداد عضوهایشان با هم برابر باشد. به طور مثال دو مجموعه

$$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A = B \quad B = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\} \text{ با هم برابرند.}$$

$$B = \{1, \underbrace{2, 2}_{\text{عضو تکراری}}, \underbrace{3, 3, 3}_{\text{عضو تکراری}}\} = \{1, 2, 3\}$$

توجه کنید که اگر دو مجموعه برابر باشند تعداد اعضایشان برابر است اما عکس آن برقرار نیست. مثلاً دو مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{4, 5, 6\}$  تعداد اعضای برابر دارند اما با هم برابر نیستند.

**مثال** اگر دو مجموعه  $A = \{(2x-5), (25-3x)\}$ ،  $B = \{a\}$  برابر باشند، مقدار عددی  $a$  چقدر است؟

**پاسخ** اگر عضوهای مجموعه  $A$  با هم برابر باشند مجموعه  $A$  هم چون مجموعه  $B$  تک‌عضوی خواهد شد و در نهایت عضوهای دو مجموعه باید برابر باشند.

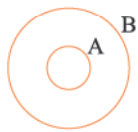
$$2x - 5 = 25 - 3x \Rightarrow 2x + 3x = 25 + 5 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

حال داریم:

$$A = \{(2x-5), (25-3x)\} = \{(2 \times 6 - 5), (25 - 3 \times 6)\} = \{7, 7\} = \{7\}$$

$$\begin{cases} A = \{7\} \\ B = \{a\} \end{cases} \Rightarrow a = 7$$

### زیرمجموعه



مجموعه‌ای مانند  $A$  را زیرمجموعه  $B$  می‌نامند، هرگاه تمام عضوهای  $A$ ، عضوایی از  $B$  نیز باشند و آن را به صورت  $A \subseteq B$  نمایش می‌دهند. هم‌چنین نمایش نمودار آن به صورت مقابل است:

**نکته** تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.  $\emptyset \subseteq A$

**نکته** هر مجموعه زیرمجموعه خودش می‌باشد.  $A \subseteq A$

**مثال** همه زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  را بنویسید.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

یکی  $\rightarrow$  زیرمجموعه صفر عضوی  $\rightarrow \emptyset$

۳ تا  $\rightarrow$  زیرمجموعه‌های یک عضوی  $\rightarrow \{1\}, \{2\}, \{3\}$

۳ تا  $\rightarrow$  زیرمجموعه‌های دو عضوی  $\rightarrow \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

یکی  $\rightarrow$  زیرمجموعه سه عضوی (خود مجموعه)  $\rightarrow A = \{1, 2, 3\}$

بنابراین مجموعاً  $1 + 3 + 3 + 1 = 8$  زیرمجموعه دارد. به طور مثال، در مجموعه بالا  $n(A) = 3$  بود و  $2^3 = 8$  زیرمجموعه داشت.

**نکته** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $\Omega$  عضوی برابر  $2^n$  می‌باشد.

**نکته** هر مجموعه  $\Omega$  عضوی شامل  $\Omega$  تا زیرمجموعه تک‌عضوی و فقط یک زیرمجموعه  $\Omega$  عضوی دارد.

**مثال** تمام زیرمجموعه‌های تک عضوی و دو عضوی مجموعه  $A = \{0, 1, 2, \{3\}\}$  را بنویسید.

**پاسخ** از آن‌جا که  $n(A) = 4$  است پس تعداد زیرمجموعه‌های تک عضوی آن برابر ۴ می‌باشد، حال داریم:

زیرمجموعه‌های تک عضوی  $\Rightarrow \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{\{3\}\}$

زیرمجموعه‌های دو عضوی  $\Rightarrow \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, \{3\}\}, \{1, 2\}, \{1, \{3\}\}, \{2, \{3\}\}$

توجه دارید که تنها زیرمجموعه چهار عضوی آن برابر با خود مجموعه  $A$  است:  $A = \{0, 1, 2, \{3\}\} \Rightarrow$  زیرمجموعه سه عضوی

**نکته** تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی از رابطه زیر به دست می‌آید ( $k \leq n$ ) که به رابطه انتخاب معروف است.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

مثلاً تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی مثال قبل برابر با  $\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$  تا بود.

**مثال** تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه ۵ عضوی چند تا است؟

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times 1 \times \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

**مثال** با توجه به مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  به سؤالات زیر پاسخ دهید.

**الف** مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه دارد؟

**ب** مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

**پ** مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه دارد که شامل ۱ و فاقد ۴ باشد؟

**الف** از آن‌جا که  $n(A) = 4$  است، تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  برابر  $2^4 = 16$  است.

**ب** تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2! \times 2 \times 1} = \frac{12}{2} = 6$$

**پ** عضوهای ۱ و ۴ را در نظر نمی‌گیریم پس ۲ عضو دیگر باقی می‌ماند با آن‌ها  $2^2 = 4$  زیرمجموعه می‌سازیم و سپس عضو ۱ را به همه آن‌ها اضافه می‌کنیم. بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  که شامل ۱ و فاقد ۴ باشد، برابر  $2^2 = 4$  است.

### نمایش مجموعه‌ها به زبان ریاضی

یکی از روش‌های نمایش مجموعه‌ها استفاده از زبان ریاضی است، به این صورت که  $A = \{p | q\}$  یعنی مجموعه  $A$  شامل اعضا به شکل  $P$  است به طوری که همه آن‌ها دارای شرط  $q$  باشند. مثلاً  $A = \{2x | x \in \mathbb{N}\}$  یعنی  $A$  شامل همه اعداد به شکل  $2x$  است به طوری که  $x$ ها اعداد طبیعی باشند. به طور مثال اگر مجموعه  $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$  را در نظر بگیریم، اعضای این مجموعه به صورت  $2x + 1$  است که به ازای  $x = 1, 2, 3, 4, 5$  یعنی اعداد طبیعی کوچکتر از ۶، برقرار است. زبان ریاضی آن را به صورت مقابل می‌توان نوشت:

$$A = \{2x + 1 | x \in \mathbb{N}, x < 6\}$$

**نکته** مجموعه اعداد گویا به صورت زبان ریاضی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

یعنی اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ ) مجموعه اعدادی به صورت کسر  $\frac{a}{b}$  است که  $a$  و  $b$  اعداد صحیح و مخرب  $b$  مخالف صفر است.

### نوشتن اعضای مجموعه از روی زبان ریاضی

اگر یک مجموعه با زبان ریاضی داده شده باشد کافی است بر مبنای تعریف و شرط مجموعه مقادیر قابل قبول را در رابطه جایگذاری کنیم و اعضا را بنویسیم. به طور مثال، برای عضوهای مجموعه  $A = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, x < 5, y < x\}$  داریم:

$$x = 1, 2, 3, 4, y < x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow A = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$$

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۲۷ دو مجموعه  $A = \{-1, 3\}$  و  $B = \{5, x-y\}$  مساوی‌اند.  $x$  و  $y$  در کدام گزینه به درستی نوشته شده است؟ **تیزهوشان**

$\begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$  (۴)     
  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$  (۳)     
  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$  (۲)     
  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$  (۱)

۲۸ اگر عضوهای مجموعه  $A = \{x, y\}$  اعدادی طبیعی باشند و داشته باشیم  $x+y=5$  و  $xy=6$ ، آن‌گاه کدام مجموعه زیر می‌تواند با مجموعه  $A$  برابر باشد؟

$\{2x, 5\}$  (۴)     
  $\{3y, 7\}$  (۳)     
  $\{y^2-1, 4\}$  (۲)     
  $\{x^2-1, 2\}$  (۱)

۲۹ به ازای کدام مقدار صحیح برای  $x$ ، دو مجموعه  $A = \{1, x, x^2\}$  و  $B = \{y, y^2\}$  می‌توانند برابر باشند؟ **تیزهوشان**

$3$  (۴)     
  $2$  (۳)     
 صفر (۲)     
  $1$  (۱)

۳۰ اگر دو مجموعه  $A = \{(2x-1), (4x+5)\}$  و  $B = \{(2y-1), (3y+2), (2x-1)\}$  برابر باشند، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

$y-x=3$  (۴)     
  $x-y=0$  (۳)     
  $y-x=-6$  (۲)     
  $x-y=3$  (۱)

۳۱ اگر  $A \subseteq B$  و  $B = \{1, x, -x, 4\}$  و  $A = \{x^2, -1, 2x-y\}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $(x+y)^2$  کدام است؟

$9$  (۴)     
  $4$  (۳)     
  $1$  (۲)     
 صفر (۱)

۳۲ اگر دو مجموعه  $A = \{(x^2-1), 8\}$  و  $B = \{(y^2+4)\}$  با یکدیگر برابر باشند، حاصل  $x+y$  کدام گزینه **نمی‌تواند** باشد؟

$-5$  (۴)     
  $1$  (۳)     
  $-2$  (۲)     
  $5$  (۱)

۳۳ اگر  $P$  مجموعه اعداد اول و  $A = \{x \mid x \in P, x < \sqrt{1000}\}$  باشد، کدام گزینه درست است؟ **تیزهوشان**

$P \subseteq A$  (۲)     
  $A \subseteq P$  (۱)

$A = P$  (۳)     
 مجموعه  $A$  و  $P$  عضو مشترک ندارند. (۴)

۳۴ اگر دو مجموعه  $A = \{a^{a+1}, b^{b+2}, c^{c+3}\}$  و  $B = \{x\}$  با هم برابر باشند،  $x$  چند مقدار صحیح مختلف می‌تواند داشته باشد؟ ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ )

$4$  (۴)     
  $2$  (۳)     
  $3$  (۲)     
  $1$  (۱)

۳۵ مجموعه تمام زیرمجموعه‌های  $M = \{\{\}, \{\emptyset\}\}$  کدام گزینه است؟ **تیزهوشان**

$\{\{\}, \{\emptyset\}, \{\{\}\}, M\}$  (۲)     
  $\{\{\}, \{\emptyset\}, \{M\}\}$  (۱)

$\{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\emptyset\}\}, M\}$  (۳)     
 مجموعه  $\emptyset$ ، تنها زیرمجموعه  $M$  است. (۴)

۳۶ مجموعه‌ای  $256^A$  زیرمجموعه دارد. تعداد عضوهای این مجموعه کدام است؟

$32$  (۱)     
  $64$  (۲)     
  $72$  (۳)     
  $128$  (۴)

۳۷ اگر  $n(A) = x$  باشد و از  $A$  چهار عضو کم کنیم، از تعداد زیرمجموعه‌های آن  $120$  عدد کم می‌شود. تعداد عضوهای مجموعه  $A$  کدام است؟

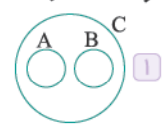
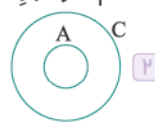
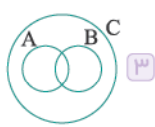
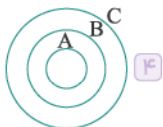
$15$  (۱)     
  $10$  (۲)     
  $12$  (۳)     
  $7$  (۴)

۳۸ مجموعه تهی چند زیرمجموعه دارد؟

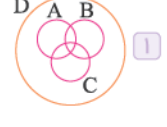
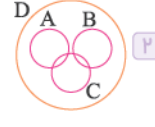
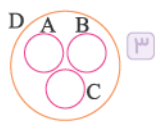
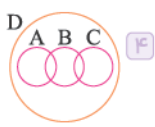
$1$  (۲)     
 صفر (۱)

$2$  (۳)     
 برای مجموعه تهی زیرمجموعه تعریف نمی‌شود. (۴)

۳۹ اگر  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq C$  و  $B \subseteq A$  باشد، کدام نمودار ون به درستی رسم شده است؟



۴۰ اگر  $A = \{a, 1, b\}$ ،  $B = \{2, c\}$ ،  $C = \{b, 5, c\}$  و  $D = \{1, 2, a, 5, b, c, 3\}$  باشد، کدام نمودار ون برای این مجموعه‌ها صحیح رسم شده است؟





۴۱ چندتا از زیرمجموعه‌های  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  عضو ۶ و ۳ را دارند، ولی عضو ۲ را ندارند؟

- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)

۴۲ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k+3$  عضوی،  $x$  برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k-3$  است، مقدار  $x$  کدام گزینه است؟

- ۲۶ (۱) ۲۲ک (۲) ۲ک-۶ (۳) ۲۲ک+۶ (۴)

۴۳ اگر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(n-3)$  عضوی برابر با  $16^4$  باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(n+3)$  عضوی کدام است؟

- ۲۱۱ (۱) ۴۱۱ (۲) ۸۳ (۳) ۱۶۷ (۴)

۴۴ همه زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{a, b, c\}$  را نوشته‌ایم و دو به دو با هم اجتماع گرفته و در یک مجموعه به نام  $C$  قرار می‌دهیم، تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه  $C$  کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۱۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۶ (۴)

۴۵ اگر  $\dots, (a+2)^3, (a+2)^2, (a+2), A = \{a+2, (a+2)^2, (a+2)^3, \dots\}$  باشد، تعداد زیرمجموعه‌هایش برابر ۴ تا است، مقدار  $a^2 - a$  کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۴۶ زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه  $A = \left\{ \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \mid x, y \in \mathbb{Z}, \sqrt{x^2-4} + \sqrt{y^2-9} = 0 \right\}$  تشکیل تعدادی پاره خط می‌دهند، طول بزرگ‌ترین پاره خط کدام است؟

- ۱۳ (۴)  $\sqrt{43}$  (۱)  $\sqrt{67}$  (۲)  $\sqrt{97}$  (۳)

۴۷ مجموعه  $B = \{1, 2, \dots, 8\}$  چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد که جمع عضوهای آن برابر ۱۵ باشد؟

- ۵ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

تیزهوشان ۹۵, ۹۶ \*

۴۸ چند زیرمجموعه سه عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که حاصل ضرب اعضای آن در هم، برابر ۴۵ شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

تیزهوشان \*

۴۹ نمایش مجموعه  $A = \{x^3 \mid \frac{x}{4} \in \mathbb{N}, 1 < x < 8\}$  با عضوهایش در کدام گزینه نوشته شده است؟

- $\{8, 64, 216\}$  (۱)  $\{2, 4, 6\}$  (۳)  $\{8, 64, 216, 512\}$  (۲)  $\{6, 12, 18\}$  (۴)

تیزهوشان \*

۵۰ مجموعه  $A = \{2^{x-3y} \mid x-1 = 3y\}$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

- $\{1\}$  (۱)  $\{32\}$  (۲)  $\{2\}$  (۳)  $\{-5, 5\}$  (۴)

تیزهوشان \*

۵۱ بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $A = \{x^y - 1 \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 12\}$  کدام است؟

- ۷۸ (۱) ۸۰ (۲) ۸۵ (۳) ۶۳ (۴)

۵۲ اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 16\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| = 4\}$  باشد و شروط زیر را داشته باشیم:

الف)  $B \subseteq C \subseteq A$  ب)  $a \notin B, a \in C$

آنگاه حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- صفر (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴)

۵۳ چه تعداد از مجموعه‌های زیر با مجموعه  $A = \{2\}$  برابر است؟

الف)  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x-2)(x-3) = 0\}$  ب)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x-4 = 0\}$

ج)  $D = \{x^2 - x + 2 \mid x \in \mathbb{W}, x < 2\}$  د)  $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-2)^2 = 0\}$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۴ زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{\sqrt{x-1} \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 4\}$  را در مجموعه‌ای به نام  $C$  قرار داده‌ایم، اگر  $B \subseteq C$  و  $C \subseteq B$  باشد، کدام گزینه می‌تواند مجموعه  $B$  را نمایش دهد؟

- $\{0, 1, \emptyset\}$  (۱)  $\{0, 1, \emptyset\}$  (۲)  $\{0, 1, \{0, 1\}, \emptyset\}$  (۴)  $\{0, 1, \{0, 1\}, \emptyset\}$  (۳)

۵۵ مجموعه  $A = \{(\sqrt{x})^{-2y} \mid x, y \in \mathbb{N}, xy = 4\}$  چند زیرمجموعه تک عضوی دارد؟

- ۲ | ۴ | ۶ | ۸

تیزهوشان

۵۶ مجموعه  $A = \{0, 1, 3, 7, \dots\}$  با علائم ریاضی در کدام گزینه زیر به درستی نمایش داده شده است؟

- ۱  $A = \{2^x - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$   
 ۲  $A = \{2^x - 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$   
 ۳  $A = \{2^x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$   
 ۴  $A = \{2^x + 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

تیزهوشان

۵۷ کدام مجموعه زیر، نمایش ریاضی مجموعه  $A = \{7, 77, 777, 7777, \dots\}$  است؟

- ۱  $\{7 \times \frac{10^x + 1}{11} \mid x \in \mathbb{N}\}$   
 ۲  $\{7 \times \frac{10^x + 1}{11} \mid x \in \mathbb{W}\}$   
 ۳  $\{7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{W}\}$   
 ۴  $\{7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{N}\}$

### اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

درسنامه  
۳

#### اجتماع دو مجموعه

مجموعه شامل عضوهای مشترک دو مجموعه را، اشتراک آن دو مجموعه گفته می‌شود و آن را با نماد  $\cap$  نمایش می‌دهند. نمودار و اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  یعنی  $(A \cap B)$  به صورت زیر است:



$$A \cap A = A$$

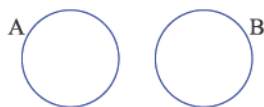
**نکته** اشتراک هر مجموعه با خودش برابر خودش می‌باشد.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

**نکته** اشتراک هر مجموعه با تهی برابر تهی است.

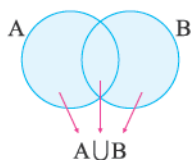
**نکته** اگر  $A \subseteq B$  باشد، اشتراک آن‌ها برابر با مجموعه کوچکتر یعنی  $A$  است:  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

#### دو مجموعه جدا از هم



اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد  $(A \cap B = \emptyset)$  به آن دو مجموعه مجزا یا جدا از هم گفته می‌شود.

#### اجتماع دو مجموعه



به مجموعه‌ای که شامل تمام عضوهای دو مجموعه باشد، اجتماع آن دو مجموعه گفته می‌شود و آن را با نماد  $\cup$  نمایش می‌دهند. نمودار و اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  یعنی  $(A \cup B)$  به صورت زیر است:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

$$A \cup A = A$$

**نکته** اجتماع هر مجموعه‌ای با خودش برابر خودش می‌باشد.

$$A \cup \emptyset = A$$

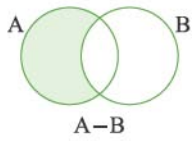
**نکته** اجتماع هر مجموعه‌ای با تهی برابر خودش می‌باشد.

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

**نکته** اگر  $A \subseteq B$  باشد، اجتماع آن‌ها برابر با مجموعه بزرگتر یعنی  $B$  است:



**تفاضل دو مجموعه**



تفاضل مجموعه B از A را به صورت  $A - B$  نمایش می‌دهند.  $(A - B)$  شامل همهٔ عضوهایی است که عضو مجموعه A بوده، اما عضو مجموعه B نباشند یا به عبارتی دیگر «عضوهای مجموعه A، به جز عضوهای مجموعه B». نمودار ون آن به صورت مقابل است.

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

$$A - A = \emptyset$$

**نکته** تفاضل هر مجموعه از خودش برابر تهی است.

$$A - \emptyset = A$$

**نکته** تفاضل مجموعه  $\emptyset$  از A، برابر A است.

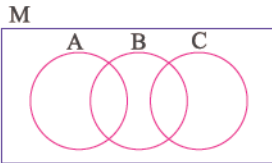
$$\emptyset - A = \emptyset$$

**نکته** تفاضل مجموعه A از  $\emptyset$  برابر تهی است.

$$A - B \neq B - A, (A - B) \cap (B - A) = \emptyset$$

**نکته** دو مجموعه  $A - B$  و  $B - A$  نابرابرند و جدا از هم می‌باشند:

**مجموعه مرجع**



مجموعه‌ای که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث زیر مجموعه آن هستند، مجموعهٔ مرجع نامیده می‌شود و آن را با نماد M یا U نمایش می‌دهند.

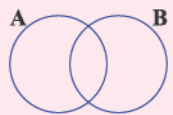
$$A - M = \emptyset \quad \text{۴}$$

$$A \cap M = A \quad \text{۳}$$

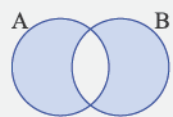
$$A \cup M = M \quad \text{۲}$$

$$A \subseteq M \quad \text{۱}$$

**نکته** برای هر مجموعه دلخواهی مانند A از مجموعه مرجع M داریم:



**مثال** در نمودار ون زیر،  $n(A - B) = a$  و  $(B - A) = b$  و  $n(A \cap B) = ۳$  می‌باشد. اگر  $n(A \cup B) = ۲۴$  باشد، مجموعهٔ  $(A \cup B) - (A \cap B)$  چند عضوی است؟



**پاسخ** ناحیهٔ رنگی مجموعهٔ  $(A \cup B) - (A \cap B)$  است که همان  $(B - A) \cup (A - B)$  می‌باشد.

$$n((A \cup B) - (A \cap B)) = a + b = ۲۴ - ۳ = ۲۱$$

پس داریم:

**نکات اجتماع، اشتراک و تفاضل**

برای هر سه مجموعه دلخواه A و B و C روابط زیر برقرار است:

$$A \subseteq (B \cap C), A \subseteq (B \cup C)$$

۱ اگر  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq C$  باشد. آن‌گاه:

$$(A \cup B) \subseteq C, (A \cap B) \subseteq C$$

۲ اگر  $A \subseteq C$  و  $B \subseteq C$  باشد. آن‌گاه:

$$A \cap B = A, A \cup B = B$$

۳ اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  باشد. آن‌گاه  $A = B$  است.

$$A - B = A, B - A = B$$

۴ اگر  $A \subseteq B$  باشد. آن‌گاه:

$$A - B = A - (A \cap B)$$

۵ اگر  $A \cap B = \emptyset$  باشد. آن‌گاه:

۶ اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  باشد. آن‌گاه  $A \subseteq C$  است.

۷ روابط  $(B - A) \subseteq A$  و  $(A - B) \subseteq B$  همواره برقرار است.

۸ برای محاسبهٔ تفاضل B از A، کافی است اعضای مشترک را از A کم کنیم:

## مجموعه‌ها

## فصل اول



۱ ۳

بررسی گزینه‌ها،

گزینه ۱ اعداد فرد یک‌رقمی ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ می‌باشند. به دلیل مشخص نبودن سه عدد مورد نظر، نمی‌تواند تشکیل مجموعه دهد.

گزینه ۲ اعداد فرد اول یک‌رقمی به صورت ۳، ۵ و ۷ می‌باشد. در این جا نیز به دلیل مشخص نبودن دو عدد مورد نظر، تشکیل یک مجموعه نمی‌دهد.

گزینه ۳ مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۳۷۵، برابر با {۳، ۵} می‌باشد که می‌تواند تشکیل مجموعه دهد.

گزینه ۴ مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۱۰ عبارت‌اند از {۲، ۳، ۵، ۷} که در این جا نیز مشخص نشده است کدام دو مقسوم‌علیه مورد نظر است و نمی‌تواند تشکیل مجموعه دهد.

۲ ۱ اعداد مربع همواره مثبت هستند و اعداد مربع منفی تشکیل یک مجموعه تهی می‌دهند. در صورتی‌که گزینه‌های (۲) و (۳) تعریف مشخصی از اعضا به ما نمی‌دهند.

۳ ۲ رابطه مربوط هر مجموعه را به دست می‌آوریم و امتحان می‌کنیم که عدد مورد نظر با توجه به رابطه به دست آمده به مجموعه تعلق دارد یا خیر:

بررسی گزینه‌ها،

گزینه ۱  $A = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots, \frac{1}{243}\} = \{\frac{1}{3^n} | n = 1, 2, \dots, 5\}$

$$\Rightarrow \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} \in A$$

گزینه ۲ اگر  $n = 13$  باشد حاصل برابر ۶۳ است و این عدد متعلق به این مجموعه می‌باشد:

$$\{3, 8, 13, \dots\} = \{5n - 2 | n \in \mathbb{N}\}$$

$$5 \times 13 - 2 = 63$$

$$\{6, 11, 16, \dots\} = \{5n + 1 | n \in \mathbb{N}\}$$

گزینه ۳

عدد ۲۷ متعلق به این مجموعه نیست:

$$5n + 1 = 27 \Rightarrow 5n = 26 \Rightarrow n = \frac{26}{5} \text{ (غ قق)}$$

گزینه ۴ عدد ۳۱ متعلق به این مجموعه است:

$$\{4, 7, 10, \dots\} = \{3n + 1 | n \in \mathbb{N}\}$$

$$3n + 1 = 31 \Rightarrow 3n = 30 \Rightarrow n = 10$$

در این میان تنها گزینه (۲) صحیح است.

۱ ۴

$$\begin{cases} a > 0 \text{ (مثبت)} \Rightarrow -a < 0 \text{ (منفی)} \\ a < 0 \text{ (منفی)} \Rightarrow -a > 0 \text{ (مثبت)} \\ a = 0 \text{ (صفر)} \Rightarrow -a = 0 \end{cases}$$

اگر  $a$  عددی صحیح باشد، قرینه آن  $(-a)$  هم عددی صحیح است پس:  $-a \in \mathbb{Z} \Rightarrow -a \in \mathbb{Q}$

اما ممکن است  $(-a)$  عضو  $\mathbb{N}$  یا  $\mathbb{W}$  نباشد:

$$2 \in \mathbb{N} \Rightarrow (-2) \notin \mathbb{N} | \in \mathbb{W} \Rightarrow (-1) \notin \mathbb{W}$$

۵ ۴

بررسی گزینه‌ها،

گزینه ۱  $\sqrt{x^2} - x \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها: اشتباه است.

$$x = 3 \Rightarrow \sqrt{3^2} - 3 = \sqrt{9} - 3 = 0 \in \mathbb{Z}$$

مثال نقض:

گزینه ۲  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها: اشتباه است.

$$x = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{3^2}{3}} = \sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$$

مثال نقض:

گزینه ۳  $-\sqrt{x^2} - x \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها: چون پشت رادیکال

منفی داریم، حاصل  $-\sqrt{x^2} - x$  یا صفر و یا همواره یک عدد منفی می‌شود، پس نمی‌تواند عضو  $\mathbb{N}$  باشد.

گزینه ۴  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها: درست است، زیرا به‌ازای

$$x = 1 \text{ حاصل } \sqrt{\frac{x^2}{x}} = 1 \text{ می‌شود که عضو } \mathbb{N} \text{ می‌باشد.}$$

۶ ۱ در این مجموعه هم ۱ و هم  $-1$  عضو آن می‌باشند. حال با

توجه به دو برابر شدن هر عضو و وجود ۲ واحد کم‌تر از آن، پس تمام عددهای صحیح زوج عضو مجموعه  $A$  خواهند بود. هم‌چنین اگر از عددهای زوج دو واحد کم کنیم باز هم زوج خواهند شد و هم‌چنین اگر از عدد  $-1$  دو واحد کم کنیم به همین ترتیب عددهای فرد منفی نیز در این مجموعه خواهند بود. بنابراین تنها اعدادی که در این مجموعه نیستند، اعداد فرد مثبت مانند عدد ۲۰۲۱ می‌باشد.

۷ ۴

بررسی گزینه‌ها،

$$1 \text{ گزینه } \{1, \{1\}, \{1, 1\}, \dots\} = \{1, \{1\}\}$$

عضو تکراری عضو تکراری

$$2 \text{ گزینه } \{0, \emptyset\}$$

$$3 \text{ گزینه } \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$4 \text{ گزینه } \{\{1, 2, 3, 4, \dots\}\} \Rightarrow \{1, 2, 3, \dots\} \text{ دارد.}$$

۸ ۱ اگر مجموعه  $A$  تک‌عضوی باشد، باید عضو تکراری داشته

باشیم، پس:

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 1 \Rightarrow x-y = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x-y=-1 \end{cases} \\ (x+y)^2 = 1 \Rightarrow x+y = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x+y=-1 \end{cases} \end{cases}$$

پس حالت‌های زیر را داریم:

$$\frac{\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=1 \end{cases}}{x=1, y=0} \quad \text{یا} \quad \frac{\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=-1 \end{cases}}{x=0, y=-1}$$

$$\frac{\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=1 \end{cases}}{x=0, y=1} \quad \text{یا} \quad \frac{\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=-1 \end{cases}}{x=-1, y=0}$$

که در هر ۴ حالت، حاصل ضرب  $x$  و  $y$  برابر صفر می‌باشد.



۱۴ ۱۴ با توجه به عضوهای داده شده ابتدا:

$$2^{19} = 2 \times 2^{18} = 2^{18} + 2^{18}$$

سپس  $2^{18}$  را از هر عضو کم می‌کنیم آن‌گاه خواهیم داشت:

$$B = \{2^{18} + 2^2, 2^{18} + 2^4, 2^{18} + 2^6, \dots, 2^{18} + 2^{18}\}$$

$$\Rightarrow \{2^2, 2^4, 2^6, \dots, 2^{18}\} \Rightarrow n(B) = 9$$

۱۵ ۱۴ a می‌تواند اعداد مقابل باشد:

$$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

b می‌تواند اعداد مقابل باشد:

$$\{-1, -2, -3, \dots\}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ با کمی دقت اگر مجموعه  $\{b, (a^2 + 1)\}$  بخواهد تک‌عضوی

$$a^2 + 1 = b$$

منفی      مثبت

هیچ‌گاه این اتفاق نمی‌افتد زیرا یک عدد مثبت با یک عدد منفی برابر نیست.

گزینه ۲ برای گزینه (۲) هم همین استدلال را داریم.

$$2a^2 - 1 = b$$

منفی      مثبت

گزینه ۳ عدد b منفی است و به توان فرد رسیده است و حاصل منفی

$$a^2 = b^3$$

منفی      مثبت

گزینه ۴ صحیح می‌باشد، زیرا:

$$5a - 1 = b^2$$

منفی      مثبت

$$(a = 2, b = -3) \Rightarrow \{5a - 1, b^2\} = \{9\}$$

۱۶ ۳ با کمی دقت متوجه می‌شویم توان‌های زوج در مجموعه B

باعث بیرون آمدن عدد از زیر رادیکال می‌شود، پس داریم:

$$A = \{1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{10}\}$$

$$B = \{1, \sqrt{2}, 2, (\sqrt{2})^3, 2^2, \dots, 2^{50}\}$$

حال برای مجموعه C داریم:

$$C = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{50}\}$$

که تعداد عضوهای مجموعه C برابر ۵۱ می‌باشد.

۱۷ ۳ با توجه به عضوهای مجموعه، آخرین عضو را به صورت زیر

تفکیک می‌کنیم:

$$2^{12} = 2 \times 2^{11} = 2^{11} + 2^{11} = 2^{11} + 2 \cdot 2^{10}$$

حال بار دیگر مجموعه را می‌نویسیم:

$$A = \{2^{11} + 2, 2^{11} + 4, 2^{11} + 6, \dots, 2^{11} + 2 \cdot 2^{10}\}$$

با کمی دقت بین اعداد  $2, 4, 6, \dots, 2 \cdot 2^{10}$  الگویی منظم وجود دارد،

که تعداد آن‌ها با تعداد عضوهای مجموعه برابر است.

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله}} + 1 \Rightarrow \frac{2 \cdot 2^{10} - 2}{2} + 1 = \frac{2 \cdot 2^{10} - 2}{2} + 1$$

$$= 1024 = 2^{10}$$

۹ ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ و ۲ مجموعه‌های  $\{N\}$  و  $\{Z\}$  یک عضو هستند.

گزینه ۳ در فاصله  $1 < x < 2$  بیشمار عدد گویا وجود دارد، بنابراین مجموعه  $\{x | x \in Q, 1 < x < 2\}$  نامتناهی است.

۱۰ ۴ با توجه به  $\{n(A), n(B), n(C)\}$  سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

حالت اول:  $n(A) = n(B) = n(C)$  که در این حالت عضو تکراری به وجود می‌آید و مجموعه یک عضو دارد و داریم:

$$n(\{n(A), n(B), n(C)\}) = 1$$

حالت دوم: دو تا عضو برابر داریم به طور مثال  $n(A) = n(B)$  که در این حالت عضو تکراری به وجود می‌آید و مجموعه ۲ عضو دارد.

$$n(\{n(A), n(B), n(C)\}) = n(\{n(A), n(C)\}) = 2$$

تکراری

حالت سوم: هر سه عضو متمایز باشند  $n(A) \neq n(B) \neq n(C)$  که در این حالت مجموعه ۳ عضو دارد.

$$n(\{n(A), n(B), n(C)\}) = 3$$

پس تنها گزینه (۴) جواب است.

۱۱ ۲

باید دقت کنیم که باقی‌مانده عدد ۱ بر ۲۴ برابر خود عدد ۱ می‌باشد. هم‌چنین باقی‌مانده عدد ۱۳ نیز بر ۲۴ برابر ۱۳ می‌باشد.

در ادامه باقی‌مانده تمامی اعداد ۲۵، ۴۹، ۷۳ و ... بر ۲۴ برابر ۱ است. پس داریم:

$$A = \{1, 13, 1, 1, 1, \dots\}$$

$$A = \{1, 13\}$$

بنابراین مجموعه A دو‌عضوی می‌باشد.

۱۲ ۱

$$A = \{a, \{a + a\}, \{a + a + a\}, \dots, \{a + \dots + a\}\}$$

$$A = \{a, \{2a\}, \{3a\}, \dots, \{64a\}\}$$

مجموعه A شامل یک عضو  $\{a, \{2a\}, \{3a\}, \dots, \{64a\}\}$  می‌باشد.

۱۳ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ یک مجموعه تک‌عضوی است.

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{1024} \right\}$$

یک عضو

گزینه ۲ عضوهای تکراری دارد و یک مجموعه دو‌عضوی است.

$$\left\{ \frac{1}{1}, \frac{(-1)^3}{-1}, \frac{1}{1}, \frac{(-1)^5}{-1}, \dots, \frac{(-1)^{101}}{-1} \right\} = \{1, -1\}$$

گزینه ۳ عضوهای تکراری دارد و یک مجموعه دو‌عضوی است.

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset, \emptyset\}, \dots\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

گزینه ۴ عضوهای تکراری دارد و یک مجموعه سه‌عضوی است.

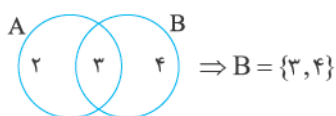
$$\{\{\}, \emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \emptyset, \{\emptyset\}\}$$

عضو تکراری

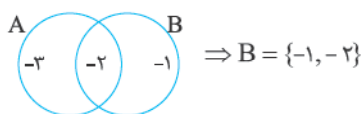
**۲۴ ۲** عضوهای مجموعه A شامل a و a+1 می باشد و داریم:

$$\begin{cases} a(a+1) = 6 \\ (2) \times (3) = 6 \\ (-3) \times (-2) = 6 \end{cases} \Rightarrow a=2 \text{ یا } a=-3$$

حاصل ضرب دو عدد متوالی برابر ۶ شده است، پس a می تواند ۲ یا -۳ باشد.



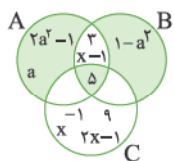
اگر a=2 باشد، آنگاه داریم:



اگر a=-3 باشد، آنگاه داریم:

**۲۵ ۳** با استفاده از نمودار ون جای هر یک از اعضا را داخل

مجموعه قرار می دهیم، فقط دقت کنید که  $\frac{2x-2}{x}$  و  $x-1$  دو عضو برابر هستند و چون  $x \in \mathbb{N}$  می باشد، دو عضو  $x-1$  و  $2x-1$  به ازای هیچ مقدار طبیعی برابر نخواهند بود، هم چنین دو عضو  $x-1$  و  $x^{-1}$  نیز برابر نخواهند بود. پس داریم:



حال حاصل جمع عضوهایی که در ناحیه رنگی هستند را برابر ۴۷ قرار می دهیم و معادله را حل می کنیم.

$$2a^2 - 1 + a + 5 + 1 - a^2 = 47 \Rightarrow a^2 + a = 47 - 5$$

حاصل ضرب دو عدد متوالی برابر ۴۲ شده است، پس داریم:

$$a^2 + a = 42 \Rightarrow a(a+1) = 42$$

$$\Rightarrow \frac{a(a+1)}{6} = 42 \quad \text{یا} \quad \frac{a(a+1)}{-7} = 42$$

پس مقدار a یا ۶ و یا -۷ است و از آن جا که a عددی طبیعی است، فقط می تواند مقدار ۶ را داشته باشد.

**۲۶ ۲** بیشترین مقداری که یک عضو داشته باشد به معنی این است

که باقی اعضا کمترین مقدار را داشته باشند، توجه کنید دو عضو e و d بین دو مجموعه مشترک است. پس کمترین مقادیر مربوط به آن ها است. فرض کنید h بیشترین مقدار ممکن باشد، حال داریم:

$$\begin{array}{cccccc} \text{حاصل جمع عضوهای مجموعه A} & & \text{حاصل جمع عضوهای مجموعه B} & & & \\ a + b + c + d + e & + & d + e + f + g + h & = & 100 & \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & & \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & \end{array}$$

$$3 + 4 + 5 + 1 + 2 + 1 + 2 + 6 + 7 + h = 100$$

$$\Rightarrow h = 100 - 31 = 69$$

بیشترین مقدار ممکن برای یک عضو ۶۹ است.

**۱۸ ۱** با کمی دقت متوجه می شویم  $x(x+1) = 42$  است و داریم:

$$\begin{array}{l} x(x+1) = 42 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 6 \times 7 = 42 \\ -7 \times -6 = 42 \end{array}$$

حال مجموعه B می تواند به یکی از صورت های زیر باشد:

$$B = \{x+1, x+2\} \xrightarrow{x=6} B = \{7, 8\}$$

$$B = \{x+1, x+2\} \xrightarrow{x=-7} B = \{-6, -5\}$$

**۱۹ ۲**

$\{5, 10, \dots, 115\}$  اعداد کوچک تر از ۱۲۰ که بر ۵ بخش پذیرند

$$\Rightarrow \text{عدد} = \frac{115-5}{5} + 1 = 23$$

$\{20, 40, \dots, 100\}$  اعداد کوچک تر از ۱۲۰ که بر ۲۰ بخش پذیرند

$$\Rightarrow \text{عدد} = \frac{100-20}{20} + 1 = 5$$

$23 - 5 = 18$  اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند ولی بر ۲۰ بخش پذیر نیستند.

$$A = \{\{1, 2, 3\}, a, b\}$$

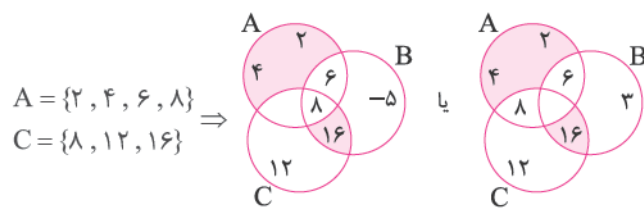
**۲۰ ۳**

**۲۱ ۴** هر کدام از  $\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$  عضوهای این مجموعه هستند. پس مجموعه به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$$

**۲۲ ۴** با توجه به نمودار ون و عبارتهای سؤال، ابتدا نمودار را

کامل می کنیم.



در هر صورت، مجموع عددهای ناحیه رنگی برابر است با:

$$2 + 4 + 16 = 22$$

**۲۳ ۴** همان طور که می بینیم  $A = \{b^2, \{a\}, \{a, a^2\}\}$  برای

این که مجموعه A دو عضوی باشد باید یکی از عضوهای تکراری باشد، پس داریم:

$$\{a\} = \{a, a^2\} \Rightarrow a^2 = a \Rightarrow a^2 - a = 0$$

$$\Rightarrow a(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

اگر a=0 یا a=1 باشد، آنگاه داریم:

$$\{0\} = \{0, 0\} \Rightarrow \{0\} = \{0\}$$

$$\{1\} = \{1, 1\} \Rightarrow \{1\} = \{1\}$$

و در حالت کلی خواهیم داشت:

$$A = \{b^2, \{a\}\}$$



۳۱ ۲ اگر  $A = \{x^2, \{-1, 2x - y\}\}$  زیرمجموعه

$B = \{1, x, \{-x, 4\}\}$  باشد، آن گاه  $x^2$  می تواند  $x$  یا  $1$  باشد،

پس داریم:

$$\begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

حال اگر دو مجموعه  $\{-1, 2x - y\}$  و  $\{-x, 4\}$  با هم برابر باشند،  
داریم:

از اشتراک  $x$ ها متوجه می شویم، مقدار  $x$  باید برابر  $1$  باشد و از طرفی داریم:

$$2x - y = 4 \Rightarrow 2(1) - y = 4 \Rightarrow y = 2 - 4 = -2 \Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow A = \{1, \{-1, 4\}\}, B = \{1, \{-1, 4\}\}$$

حال می دانیم  $x = 1$  و  $y = -2$  می باشد، پس داریم:

$$(x + y)^2 = (1 - 2)^2 = 1$$

۳۲ ۲ مجموعه  $B$  تک عضوی است، پس مجموعه  $A$  نیز باید تک عضوی

باشد، پس داریم:

$$x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$A = \{8, 8\} = \{8\}$$

حال برای تساوی دو مجموعه داریم:

$$y^2 + 4 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2$$

حال برای  $x + y$  داریم:

$$\begin{cases} x = 3, y = 2 \Rightarrow x + y = 5 \\ x = 3, y = -2 \Rightarrow x + y = 1 \\ x = -3, y = 2 \Rightarrow x + y = -1 \\ x = -3, y = -2 \Rightarrow x + y = -5 \end{cases}$$

تنها گزینه (۲) نمی تواند حاصل  $x + y$  باشد.

۳۳ ۱

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}, A = \{2, 3, 5, \dots, 89\}$$

همانطور که می بینیم  $A \subseteq P$  است.

۳۴ ۳ اگر دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر باشند، آن گاه هر سه عضو

مجموعه  $A$  باید تکراری باشند تا یک عضو نوشته شوند و با مجموعه  $B$  که شامل تک عضوی  $x$  است، بتواند برابر شود.

اگر  $a = b = c = 0$  باشد، آن گاه داریم:

$$A = \{0^{+1}, 0^{+2}, 0^{+3}\} = \{0^1, 0^2, 0^3\} = \{0\}$$

و اگر  $x = 0$  و  $a = -1$  و  $b = -2$  و  $c = -3$  باشد، آن گاه داریم:

$$A = \{(-1)^0, (-2)^0, (-3)^0\} = \{1, 1, 1\} = \{1\}$$

و اگر  $x = 1$  و  $a = b = c = 1$  باشد، آن گاه داریم:

$$A = \{1^2, 1^3, 1^4\} = \{1, 1, 1\} = \{1\}$$

پس  $x$  دارای ۲ مقدار می تواند باشد.

۳۵ ۳

$$M = \{\{\}, \{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

مجموعه تمام زیرمجموعه های  $M$

$$M = \{\{\}, \{\emptyset\}, \{\{\}, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

۲۷ ۱

$$\{\{x-1\}, \{3\}\} = \{\{5\}, \{x-y\}\} = \{\{3\}, \{5\}\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=5 \Rightarrow x=6 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow 6-y=3 \Rightarrow y=3$$

۲۸ ۱ با حدس و آزمایش می توانیم  $x$  و  $y$  را به دست آوریم:

x	y	xy	x+y
2	3	6	5
3	2	6	5

$\Rightarrow A = \{2, 3\}$

پس می دانیم  $x$  می تواند عدد ۲ یا ۳ باشد و همین طور برای  $y$  نیز همین مقادیر قابل قبول است و تنها گزینه ای که یکی از این دو عدد را داراست، گزینه (۱) می باشد. یادمان باشد مجموعه  $\{x^2 - 1, 2\}$  می تواند با مجموعه  $A$  برابر باشد، اما گزینه های دیگر به هیچ وجه نمی توانند با مجموعه  $A$  برابر باشند، زیرا گزینه (۱) حداقل یک عضو یکسان دارد.

۲۹ ۱ با بررسی گزینه ها، تنها گزینه (۱) صحیح خواهد بود و دو

مجموعه برابر می شوند.

$$A = \{1, x, x^2\}, B = \{y, y^2\}$$

$$x = 1 \Rightarrow A = \{1, 1, 1\} = \{1\} \Rightarrow A = B$$

$$y = 1 \Rightarrow B = \{1, 1\} = \{1\}$$

بررسی سایر گزینه ها

گزینه (۲) غ ق  $x = 0 \Rightarrow \{1, 0\} = \{y, y^2\} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow y^2 = 0 \\ y = 1 \Rightarrow y^2 = 1 \end{cases}$

گزینه (۳) غ ق  $x = 2 \Rightarrow \underbrace{\{1, 2, 4\}}_{\text{عضو ۲}} = \underbrace{\{y, y^2\}}_{\text{عضو ۳}}$

گزینه (۴) غ ق  $x = 3 \Rightarrow \underbrace{\{1, 3, 9\}}_{\text{عضو ۳}} = \underbrace{\{y, y^2\}}_{\text{عضو ۲}}$

۳۰ ۳ دو مجموعه زمانی با هم برابرند که تعداد عضوهایشان برابر

و یکسان باشد.

$$A = \{(2x - 1), (4x + 5)\}$$

$B = \{(2y - 1), (3y + 2), (2x - 1)\}$

در هر دو مجموعه  $(2x - 1)$  وجود دارد، برای این که این دو مجموعه برابر باشند، باید  $(2y - 1)$  و  $(3y + 2)$  در مجموعه  $B$  با یک دیگر برابر باشند تا تبدیل به یک عضو شوند.

$$2y - 1 = 3y + 2 \Rightarrow 2y - 3y = 2 + 1 \Rightarrow -y = 3 \Rightarrow y = -3$$

$$A = \{(2x - 1), (4x + 5)\} \Rightarrow A = \{(2x - 1), (4x + 5)\}$$

$$B = \{-7, -7, (2x - 1)\} \Rightarrow B = \{-7, (2x - 1)\}$$

حال باید عضو  $(4x + 5)$  در مجموعه  $A$ ، با عضو  $-7$  در مجموعه  $B$  برابر باشد، پس داریم:

$$4x + 5 = -7 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

$$A = \{-7, -7\} \Rightarrow A = \{-7\}$$

$$B = \{-7, -7\} \Rightarrow B = \{-7\}$$

$$x = -3 \Rightarrow x - y = (-3) - (-3) = 0$$

$$y = -3$$

**۴۳ ۲** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(n-3)$  عضوی برابر با  $2^{n-3}$  می‌باشد که داریم:

$$2^{n-3} = 16^4 \Rightarrow 2^{n-3} = (2^4)^4 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^{16} \\ \Rightarrow n-3=16 \Rightarrow n=19$$

حال تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(n+3)$  عضوی برابر  $2^{n+3}$  می‌باشد، از آن‌جا که  $n=19$  می‌باشد، داریم:

$$2^{19+3} = 2^{22} = 411$$

**۴۴ ۱** ابتدا زیرمجموعه‌های  $A$  را می‌نویسیم:

$A = \{a, b, c\}$   
 $A$  زیرمجموعه‌های  $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset$   
 حال دو به دو اجتماع می‌گیریم و در مجموعه  $C$  قرار می‌دهیم.

$$C = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

حال متوجه می‌شویم در اجتماع دو به دو زیرمجموعه‌های  $A$ ، تهی حذف می‌شود، پس  $n(C) = 7$  است.

حال تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه  $7$  عضوی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{7 \times 6}{2} = 21$$

**۴۵ ۱** اگر  $a+2 = -1$  و در نتیجه  $a = -3$  باشد، آن‌گاه برای مجموعه

$$A = \{(-3+2), (-3+2)^2, (-3+2)^3, \dots\} \\ = \{-1, 1, -1, 1, \dots\} = \{1, -1\} \Rightarrow n(A) = 2$$

که تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴ تا است:  $\{\}, \{1\}, \{-1\}, \{1, -1\}$   
 حال داریم:

$$a^2 - a = (-3)^2 + 3 = 9 + 3 = 12$$

$$\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{y^2 - 9} = 0$$

نامنفی                  نامنفی

حاصل جمع دو عبارت نامنفی، هیچ‌گاه صفر نمی‌شود، مگر این‌که هر دو صفر باشند.

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ y^2 - 9 = 0 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3 \end{cases}$$

پس داریم:

حال اعضای مجموعه  $A$  را می‌نویسیم:

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$$

طول پاره‌خط  $MN$  به مختصات‌های  $M = (x_1, y_1)$  و  $N = (x_2, y_2)$

از رابطه  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  به دست می‌آید، حال در مجموعه

$A$  بزرگ‌ترین طول پاره‌خط مربوط به دو نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$  می‌باشد و داریم:

$$\sqrt{(-2-2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{4^2 + 9^2} = \sqrt{16+81} = \sqrt{97}$$

**۴۷ ۳**  $\{1, 6, 8\}, \{2, 6, 7\}, \{2, 5, 8\}, \{3, 4, 8\},$

$\{3, 5, 7\}, \{4, 6, 5\}$

**۳۶ ۲** (تعداد عضوهای مجموعه است.)  $2^n =$  تعداد زیرمجموعه‌ها

$$2^n = 256^8 = (2^8)^8 = 2^{64} = 2^n \Rightarrow n = 64$$

**۳۷ ۴** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $X$  عضوی:  $2^x$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $X - 4$  عضوی:  $2^{x-4}$   
 پس خواهیم داشت:

$$2^x - 2^{x-4} = 120 \Rightarrow 2^x \left(1 - \frac{1}{16}\right) = 120$$

$$\Rightarrow 2^x \left(\frac{15}{16}\right) = 120 \Rightarrow 2^x = \frac{120}{\frac{15}{16}} = \frac{120 \times 16}{15} = 128$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^7 \Rightarrow x = 7$$

**۳۸ ۲**  $2^n =$  تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه تهی برابر است با:  $2^0 = 1$

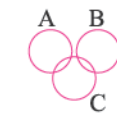
**۳۹ ۲** اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  باشد، آن‌گاه دو مجموعه  $A$  و  $B$  با هم برابرند و نمودار آن به صورت زیر خواهد بود:



**۴۰ ۲**  $A = \{a, 1, b\}$                    $C = \{b, \delta, c\}$

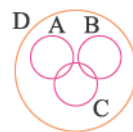
$B = \{2, c\}$                    $D = \{1, 2, a, \delta, b, c, 3\}$

همان‌طور که می‌بینیم مجموعه‌های  $A$  و  $B$  اشتراکی با هم ندارند و مجموعه  $C$  با دو مجموعه  $A$  و  $B$  اشتراک دارد، پس می‌توان نمودار را به صورت زیر رسم کرد:



همان‌طور که می‌بینیم مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  همگی

زیرمجموعه، مجموعه  $D$  می‌باشند، پس داریم:



**۴۱ ۱** برای حل این‌گونه سؤالات، عضوهایی که قرار است در

زیرمجموعه‌ها باشند و یا نباشند (فرقی ندارد) را از مجموعه اصلی حذف می‌کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه باقی‌مانده پاسخ سؤال است.

$$3 \text{ عضو} \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{3, 6, 2\} = \{1, 4, 5\}$$

تعداد زیرمجموعه‌های شامل ۳ و ۶ و بدون ۲:  $2^3 = 8$

**۴۲ ۲**

$$x = \frac{\text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه } k+3 \text{ عضوی}}{\text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه } 3-k \text{ عضوی}} = \frac{2^{k+3}}{2^{3-k}}$$

$$\Rightarrow x = 2^{k+3-(3-k)} = 2^{2k}$$





۵۴ ۱۴ ابتدا عضوهای مجموعه A را به دست می آوریم:

$$A = \{\sqrt{x-1} \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 4\}$$

$$x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$x = -2 \Rightarrow \sqrt{-2-1} = \sqrt{-3}$$
 غیر قابل قبول

$$x = -1 \Rightarrow \sqrt{-1-1} = \sqrt{-2}$$
 غیر قابل قبول

$$x = 0 \Rightarrow \sqrt{0-1} = \sqrt{-1}$$
 غیر قابل قبول

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{1-1} = \sqrt{0} = 0$$
 قابل قبول

$$x = 2 \Rightarrow \sqrt{2-1} = \sqrt{1} = 1$$
 قابل قبول

$A = \{0, 1\}$  زیرمجموعه های A را می نویسیم:

$$\{\emptyset\}, \{0\}, \{0, 1\}, \{1\}, \emptyset$$

حال آن ها را در مجموعه C قرار می دهیم:

$$C = \{\{\emptyset\}, \{0\}, \{0, 1\}, \{1\}, \emptyset\}$$

حال باید بدانیم اگر  $B \subseteq C$  و  $C \subseteq B$  باشد، آن گاه  $B = C$  است.

پس مجموعه B نیز به صورت زیر است:

$$B = \{\{\emptyset\}, \{0\}, \{0, 1\}, \{1\}, \emptyset\}$$

۵۵ ۱ ابتدا تعداد عضوهای مجموعه A را مشخص می کنیم:

$$A = \{(\sqrt{x})^{-2y} \mid x, y \in \mathbb{N}, xy = 4\}$$

x	y	xy
۱	۴	۴
۲	۲	۴
۴	۱	۴

$$x = 1, y = 4 \Rightarrow (\sqrt{1})^{-4} = 1$$

$$x = 2, y = 2 \Rightarrow (\sqrt{2})^{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\} = \{1, \frac{1}{2}\}$$

$$x = 4, y = 1 \Rightarrow (\sqrt{4})^{-2} = \frac{1}{2}$$

عضو تکراری

مجموعه A شامل ۲ عضو می باشد و در نتیجه این مجموعه دو زیرمجموعه تک عضوی دارد.

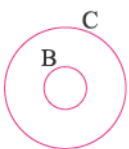
$$A = \{0, 1, 3, \dots\} = \{2^x - 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$$

۵۷ ۱۴ اگر x عددی طبیعی باشد  $\frac{10^x - 1}{9}$  اعداد  $\{1, 11, 111, \dots\}$  را می سازد. حال داریم:

$$A = \{Y, YY, YYY, \dots\} \Rightarrow A = \{Y \times (\frac{10^x - 1}{9}) \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۵۸ ۲ با توجه به داده های مسئله داریم:

$$\begin{cases} A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B \text{ مجزا} \\ C \cap B = B \Rightarrow B \subseteq C \\ A \cap C \neq \emptyset \end{cases}$$



۴۸ ۲ مقسوم علیه های طبیعی عدد ۴۵ برابر با  $\{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

است که زیرمجموعه های سه عضوی آن که حاصل ضربشان برابر ۴۵ شود به صورت زیر است:

۴۹ ۱

$$A = \{x^3 \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{N}, 1 < x < 8\} \xrightarrow{x=2, 4, 6} A = \{2^3, 4^3, 6^3\} = \{8, 64, 216\}$$

۵۰ ۳

$$A = \{2^x - 3^y \mid x - 1 = 3y\} = \{2^x - 3^y \mid x - 3y = 1\} = \{2^1\} = \{2\}$$

۵۱ ۲ x و y اعداد صحیح اند و  $xy = 12$ ، با حدس و آزمایش مقادیر

x و y را به دست می آوریم از آن جا که  $x^y$  باید بزرگ ترین مقدار باشد، در حدس و آزمایش مقادیر مثبت را در نظر می گیریم.

x	y	xy	$x^y$
۱	۱۲	۱۲	$1^{12} = 1$
۲	۶	۱۲	$2^6 = 64$
۳	۴	۱۲	$3^4 = 81$
۴	۳	۱۲	$4^3 = 64$
۶	۲	۱۲	$6^2 = 36$
۱۲	۱	۱۲	$12^1 = 12$

بیشترین مقدار  $3^4$  است.

بنابراین بزرگترین عضو مجموعه برابر است با:

$$3^4 - 1 = 81 - 1 = 80$$

۵۲ ۲ ابتدا عضوهای دو مجموعه A و B را می نویسیم:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 16\}$$

$$= \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| = 4\} = \{-4, 4\}$$

حال با توجه به این که  $B \subseteq C \subseteq A$  است، مجموعه C حداقل دو عضو ۴ و -۴ و حداکثر نه عضو می تواند داشته باشد، یعنی غیر از ۴ و -۴ می تواند ۷ عضو دیگر را داشته باشد یا نداشته باشد. از آن جا که a عضو C است و عضو B نیست، پس حداکثر مقداری که a می تواند داشته باشد، برابر ۳ است.

۵۳ ۳ اعضای هر یک از مجموعه های داده شده را به دست می آوریم:

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x-2)(x-3) = 0\} = \{2, 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 4 = 0\} = \{2\}$$

$$D = \{x^2 - x + 2 \mid x \in \mathbb{W}, x < 2\} = \{2, 2\} = \{2\}$$

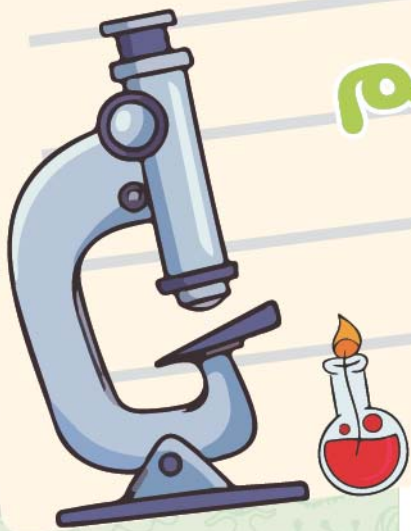
$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-2)^2 = 0\} = \{2\}$$

به این ترتیب ۳ مجموعه از مجموعه های داده شده برابر  $A = \{2\}$  می باشد.

iQ

# علوم

پایه نهم



مؤلفان:

علوم شیمی و زمین شناسی:

اسحاق وزیری سراسکی

علوم فیزیک: سیدمهدی امام نیری

علوم زیست شناسی: مهدی ترکمن تژاد

## فصل اول

# مواد و نقش آن‌ها در زندگی

## عنصرها و جدول تناوبی

 درسیامه  
**۱**

### عنصر و آرایش الکترونی اتم

به ماده‌ای که از اتم‌ها یا مولکول‌های یکسان ساخته شده باشد، خالص می‌گویند. مواد خالص را در دو دسته عناصر و مواد مرکب طبقه‌بندی می‌کنند. در صورتی که ذرات تشکیل دهنده ماده از یک نوع اتم باشد، آن ماده عنصر است. تعداد پروتون‌های موجود در هسته هر اتم را عدد اتمی می‌گویند و با نماد  $Z$  نشان می‌دهند. به مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هسته اتم عدد جرمی گفته می‌شود و با  $A$  نشان می‌دهند. نماد شیمیایی عنصر  $X$  به صورت  ${}^A_Z X$  است. اتم فاقد بار الکتریکی است و بنابراین تعداد الکترون‌ها با پروتون‌ها برابر است. در صورتی که اتم الکترون از دست بدهد، تعداد پروتون‌ها از الکترون‌ها بیشتر شده و بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند. به یون مثبت تشکیل شده کاتیون نیز گفته می‌شود. در صورتی که اتم الکترون بگیرد، بار الکتریکی منفی پیدا کرده و به یون منفی تبدیل می‌شود. به یون منفی آنیون گفته می‌شود. برای رسم آرایش الکترونی اتم‌ها از مدل اتمی منظومه شمسی استفاده می‌کنیم. طبق این مدل اتمی، الکترون‌ها بر روی مدارهای دایره‌ای شکلی در اطراف هسته اتم در حال چرخش هستند. ظرفیت هر مدار محدود است و از رابطه  $2 \times (n)^2$  به دست می‌آید که در آن،  $n$  شماره مدار است. پس ظرفیت مدارهای اول و دوم و سوم به ترتیب ۲، ۸ و ۱۸ می‌باشد.

**توجه** برای رسم آرایش الکترونی عناصر، می‌توان از آرایش الکترونی گازهای نجیب (گروه آخر جدول تناوبی) استفاده کرد.

شماره دوره	آرایش الکترونی	عدد اتمی	نام و نماد
۱	$(2)^+ \oplus$	۲	هلیوم - He
۲	$(2)^+ (8)$	۱۰	نئون - Ne
۳	$(2)^+ (8) 8$	۱۸	آرگون - Ar
۴	$(2)^+ (8) (18) 8$	۳۶	کریپتون - Kr
۵	$(2)^+ (8) (18) (18) 8$	۵۴	زنون - Xe
۶	$(2)^+ (8) (18) (32) (18) 8$	۸۶	رادون - Rn

با توجه به این جدول، آرایش الکترونی عنصری با عدد اتمی ۳۲ (چهار عدد کم‌تر از ۳۶) به صورت روبه‌رو است:



**جدول تناوبی عناصر**

جدول تناوبی براساس قانون تناوبی تنظیم شده است. طبق این قانون اگر عناصر را به ترتیب افزایش عدد اتمی مرتب کنیم، شباهت‌هایی در خواص عناصر به طور متناوب مشاهده می‌شود. جدول تناوبی امروزی براساس افزایش عدد اتمی تنظیم شده است (بنابراین عدد اتمی عنصر با شماره آن در جدول برابر است). این جدول شامل ۱۸ ستون و ۷ سطر است. به سطرهای جدول تناوبی، دوره یا ردیف گفته می‌شود. به ستون‌های جدول تناوبی، گروه گفته می‌شود. جدول تناوبی دارای ۸ گروه اصلی و ۱۰ گروه فرعی است. عناصر موجود در یک گروه خواص شیمیایی مشابهی دارند. تعداد الکترون‌های لایه آخر عناصر موجود در هر گروه با هم برابر است.

**جدول تناوبی عناصر**

گروه ۱ فلزات قلیایی خاکی	گروه ۲ فلزات قلیایی	فلزات واسطه - گروه‌های فرعی										گروه ۱۳ بور	گروه ۱۴ کربن	گروه ۱۵ پنتاژن	گروه ۱۶ اکسیژن	گروه ۱۷ هالوژن‌ها	گروه ۱۸ فلزات قلیایی														
۱ IA 1A	2 IIA 2A	3 IIIB 3B	4 IVB 4B	5 VB 5B	6 VIB 6B	7 VIIB 7B	8 VIII 8B	9 VIII 8B	10 VIII 8B	11 IB 1B	12 IIB 2B	13 IIIA 3A	14 IVA 4A	15 VA 5A	16 VIA 6A	17 VIIA 7A	18 VIIIA 8A														
۱ H هیدروژن ۱.۰۰۸	۲ He هلیوم ۴.۰۰۲	۳ Li لیتیم ۶.۹۴	۴ Be برلیوم ۹.۰۱	۵ B بور ۱۰.۸۱	۶ C کربن ۱۲.۰۱	۷ N نیتروژن ۱۴.۰۱	۸ O اکسیژن ۱۶.۰۰	۹ F فلور ۱۸.۹۹	۱۰ Ne نون ۲۰.۱۸	۱۱ Na سدیم ۲۲.۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴.۳۱	۱۳ Al آلومینیم ۲۶.۹۸	۱۴ Si سیلیسیم ۲۸.۰۹	۱۵ P فسفر ۳۰.۹۷	۱۶ S گوگرد ۳۲.۰۶	۱۷ Cl کلر ۳۵.۴۵	۱۸ Ar آرگون ۳۹.۹۵														
۱۹ K پتاسیم ۳۹.۱۰	۲۰ Ca کلسیم ۴۰.۰۸	۲۱ Sc اسکاندیم ۴۴.۹۶	۲۲ Ti تیتانیم ۴۷.۸۷	۲۳ V وانادیم ۵۰.۹۴	۲۴ Cr کروم ۵۲.۰۰	۲۵ Mn منگنز ۵۴.۹۴	۲۶ Fe آهن ۵۵.۸۵	۲۷ Co کوبالت ۵۸.۹۳	۲۸ Ni نیکل ۵۸.۹۱	۲۹ Cu مس ۶۳.۵۴	۳۰ Zn روی ۶۵.۳۸	۳۱ Ga گالیم ۶۹.۷۲	۳۲ Ge ژرمانیم ۷۲.۶۴	۳۳ As آرسنیک ۷۴.۹۲	۳۴ Se سلنیوم ۷۸.۹۶	۳۵ Br برم ۷۹.۹۰	۳۶ Kr کریپتون ۸۳.۹۰														
۳۷ Rb روبیدیم ۸۵.۴۷	۳۸ Sr استرانسیم ۸۷.۶۲	۳۹ Y یتریم ۸۸.۹۱	۴۰ Zr زیرکونیم ۹۱.۲۲	۴۱ Nb نیوبیم ۹۲.۹۱	۴۲ Mo مولیبدن ۹۵.۹۴	۴۳ Tc تکنسیم [۹۸]	۴۴ Ru روتنیم ۱۰۱.۰۷	۴۵ Rh رودمیوم ۱۰۱.۰۷	۴۶ Pd پالادیم ۱۰۶.۳۲	۴۷ Ag نقره ۱۰۷.۸۶	۴۸ Cd کادمیم ۱۱۲.۴۱	۴۹ In ایندیم ۱۱۴.۸۱	۵۰ Sn قلع ۱۱۸.۷۱	۵۱ Sb آنتیموان ۱۲۱.۷۶	۵۲ Te توریوم ۱۲۷.۶۰	۵۳ I ید ۱۲۶.۹۰	۵۴ Xe زنون ۱۳۱.۳۰														
۵۵ Cs سزیم ۱۳۲.۹۱	۵۶ Ba باریم ۱۳۷.۳۳	۵۷ La لاانتانیدها [۱۳۸.۹۰]	۵۸ Ce سرمیوم [۱۴۰.۱۲]	۵۹ Pr پراسمیدیم [۱۴۰.۹۰]	۶۰ Nd نئودیم [۱۴۴.۱۰]	۶۱ Pm پرمیتیم [۱۴۴]	۶۲ Sm ساماریوم [۱۵۰.۰۰]	۶۳ Eu اوروپیم [۱۵۲.۰۰]	۶۴ Gd گادولینیم [۱۵۷.۲۰]	۶۵ Tb تریبیم [۱۵۸.۹۰]	۶۶ Dy دیسپروزیوم [۱۶۲.۵۰]	۶۷ Ho هولمیوم [۱۶۴.۹۰]	۶۸ Er اریتم [۱۶۷.۳۰]	۶۹ Tm تولیم [۱۶۸.۹۰]	۷۰ Yb ایتربیم [۱۷۳.۰۰]	۷۱ Lu لوتسیوم [۱۷۴.۹۶]	۷۲ Hf هافنیم [۱۷۸.۴۹]	۷۳ Ta تانالتام [۱۸۰.۹۰]	۷۴ W تنگستن [۱۸۳.۸۴]	۷۵ Re رهنیوم [۱۸۶.۲۰]	۷۶ Os اسمیم [۱۹۰.۲۰]	۷۷ Ir ایریدیوم [۱۹۲.۲۲]	۷۸ Pt پلاتین [۱۹۵.۰۸]	۷۹ Au طلا [۱۹۷.۰۰]	۸۰ Hg جیوه [۲۰۰.۵۹]	۸۱ Tl تالیوم [۲۰۴.۳۸]	۸۲ Pb سرب [۲۰۷.۲۰]	۸۳ Bi بیسموت [۲۰۸.۹۸]	۸۴ Po پولونیوم [۲۰۹]	۸۵ At استانتین [۲۱۰]	۸۶ Rn رادون [۲۲۲]
۸۷ Fr فرانسیم [۲۲۳]	۸۸ Ra رایتم [۲۲۶]	۸۹ Ac آکتینیدها [۲۲۷]	۹۰ Th توریم [۲۳۲.۰۴]	۹۱ Pa پروتاکتینیم [۲۳۱.۰۴]	۹۲ U اورانیم [۲۳۸.۰۳]	۹۳ Np نپتونیم [۲۳۷]	۹۴ Pu پلوتونیوم [۲۴۴]	۹۵ Am امریسیوم [۲۴۳]	۹۶ Cm کوریوم [۲۴۷]	۹۷ Bk برکلیم [۲۴۷]	۹۸ Cf کالیفرنیم [۲۵۱]	۹۹ Es اینسپینیم [۲۵۲]	۱۰۰ Fm فرمیوم [۲۵۷]	۱۰۱ Md مندلیفیم [۲۵۸]	۱۰۲ No نوبلیوم [۲۵۹]	۱۰۳ Lr لورنسیوم [۲۶۰]	۱۰۴ Rf رادرفوردیم [۲۶۱]	۱۰۵ Db دانبیم [۲۶۱]	۱۰۶ Sg سیجورگیوم [۲۶۱]	۱۰۷ Bh بورهم [۲۶۴]	۱۰۸ Hs هاسیم [۲۶۵]	۱۰۹ Mt مایتیزم [۲۶۶]	۱۱۰ Ds دارمشتاتیم [۲۶۸]	۱۱۱ Rg رونگتیم [۲۶۸]	۱۱۲ Nh نیهونیم [۲۸۴]	۱۱۳ Fl فلوروم [۲۸۹]	۱۱۴ Mc مکسکوویوم [۲۸۹]	۱۱۵ Lv لیورموروم [۲۹۳]	۱۱۶ Ts تسنیه [۲۹۴]	۱۱۷ Og اوگنسون [۲۹۴]	

**توجه** تعداد الکترون‌های لایه آخر اتم، نشان‌دهنده شماره گروه اصلی اتم است. تعداد لایه‌های الکترونی اتم، نشان‌دهنده شماره دوره اتم است.

بنابراین سی و دومین عنصر جدول تناوبی ( $Z = 32$ ) در گروه چهار اصلی و ردیف چهارم قرار دارد. تاکنون ۱۱۸ عنصر کشف شده است که از این تعداد حدود ۹۰ عنصر (۹۲ عنصر) به صورت عنصری (مانند گوگرد، طلا، اکسیژن و ...) یا ترکیب (مانند اکسید آهن، کلسیم کربنات و ...) در طبیعت یافت شده است و مابقی توسط دانشمندان طی آزمایش‌های پیچیده در آزمایشگاه ساخته شده‌اند. عناصر را می‌توان در سه دسته فلز، نافلز و شبه‌فلز طبقه‌بندی کرد که تنوع آن‌ها به صورت فلز < نافلز < شبه‌فلز است. شبه‌فلزات برخی از خواص فلزات و برخی از خواص نافلزات را دارند. تنوع حالت فیزیکی عناصر نیز به صورت جامد < گاز < مایع است. تنها دو عنصر برم (نافلز) و جیوه (فلز) در دمای اتاق به صورت مایع هستند.

**گروه اول جدول تناوبی:**

به ستون اول جدول (از سمت چپ) البته به غیر از هیدروژن، گروه فلزات قلیایی گفته می‌شود. این فلزات به سرعت با اکسیژن هوا و آب (رطوبت هوا) واکنش می‌دهند. برای جلوگیری از این واکنش، آن‌ها را داخل نفت نگاه‌داری می‌کنند. یون پایدار این فلزات  $X^+$  است و با از دست دادن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبلی خود می‌رسند. لیتیم (۳Li)، سدیم (۱۱Na) و پتاسیم (۱۹K) سه عنصر اول این گروه هستند و ترتیب واکنش‌پذیری آن‌ها  $Li < Na < K$  است. (از بالا به پایین گروه واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد). این ۳ فلز، تنها فلزاتی هستند که چگالی‌شان از آب کم‌تر است. از آلایژ لیتیم - آلومینیوم برای ساخت بدنه هواپیما استفاده می‌کنند.

**گروه دوم جدول تناوبی:**

در لایه آخر تمامی عناصر ستون دوم جدول تناوبی، دو الکترون وجود دارد. نام دیگر این گروه فلزات قلیایی خاکی است.  $Mg$  (منیزیم) و  $Ca$  (کلسیم) از عناصر این گروه به حساب می‌آیند. (در آخرین لایه الکترونی خود ۲ الکترون دارند).

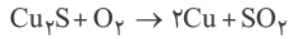
۱. در سال‌های آینده می‌آموزید که تعداد دقیق عناصر طبیعی، ۹۲ عنصر است.

فلز منیزیم با اکسیژن هوا سریعاً ترکیب می‌شود و در اثر سوختن، نور سفید خیره‌کننده‌ای آزاد می‌کند. کلسیم فلزی است که در ساختمان دندان و استخوان نقش حیاتی دارد و برای رشد استخوان‌های بدن ضروری است. هم‌چنین بیشترین فلزی است که در ساختمان بدن یافت می‌شود.

### مس Cu:

اولین فلز استخراج‌شده از سنگ معدن توسط بشر، فلز مس است. از طریق ذوب کردن کانی مس، مس سولفید (Cu<sub>2</sub>S) استخراج می‌شود. با دمیدن گاز اکسیژن بر مس سولفید، فلز مس به دست می‌آید.

گوگرد دی‌اکسید + مس → اکسیژن + مس سولفید



مس، دومین عنصر از نظر توانایی رسانایی جریان الکتریسیته در دمای اتاق است. سه عنصر اول عبارتند از: نقره (Ag) < مس (Cu) < طلا (Au) مس، فلزی آجری رنگ بوده و از واکنش پذیری کمی برخوردار است.

آلیاژهای برنز (قلع و مس)، برنج (مس و روی)، طلای زینتی (مس و طلا) و سکه پول (مس و روی و نیکل) مثال‌هایی از آلیاژهای مس هستند.

### مقایسه واکنش پذیری فلزات

با قراردادن تیغه‌هایی از جنس فلز روی، فلز آهن و فلز منیزیم در ظرف‌های مجزایی حاوی محلول مس سولفات واکنش‌های زیر رخ می‌دهد:

مس + روی سولفات → مس سولفات + روی

مس + منیزیم سولفات → مس سولفات + منیزیم

مس + آهن سولفات → مس سولفات + آهن

دلیل کدر شدن ماده درون ظرف واکنش پس از گذشت زمان، تشکیل روی سولفات، منیزیم سولفات و آهن سولفات است.

ترتیب کدر شدن ظرف‌ها به صورت منیزیم < روی < آهن است. ترتیب سرعت واکنش تیغه‌های فلزی به صورت منیزیم < روی < آهن است.

ترتیب میزان مس تولیدشده در واحد زمان به صورت منیزیم < روی < آهن است.

**نتیجه** ترتیب واکنش پذیری این فلزات به صورت منیزیم < روی < آهن < مس است.

**نکته** در واکنش بین فلز X با محلول مس سولفات، باید واکنش پذیری فلز X از مس بیشتر باشد تا واکنش انجام شود. بنابراین واکنش پذیری منیزیم و آهن و روی از مس بیشتر است.

**نکته** واکنش پذیری به معنی میل به واکنش دادن و سرعت بیشتر یک واکنش است. هر چقدر که یک ماده با مواد بیشتری واکنش دهد و در واکنش‌ها سریع‌تر عمل کند، واکنش‌پذیرتر است.

**نکته** واکنش‌پذیری برخی از فلزات به صورت مقابل است:  $\text{Au} < \text{Cu} < \text{Fe} < \text{Zn} < \text{Al} < \text{Mg} < \text{Ca} < \text{Li} < \text{Na} < \text{K}$

**نکته** بیشترین فلزی که در بدن انسان یافت می‌شود، فلز کلسیم (Ca) است. هم‌چنین ترتیب درصد فراوانی عناصر فلزی در ترکیبات موجود پوسته زمین به صورت مقابل است:  $\text{K} > \text{Mg} > \text{Na} > \text{Ca} > \text{Fe} > \text{Al} > \text{Si}$  (پتاسیم) (منیزیم) (سدیم) (کلسیم) (آهن) (آلومینیوم)

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ کدام عبارت در مورد خصوصیات فلز مس نادرست عنوان شده است؟

- ۱ فلزی براق و سرخ‌رنگ است.
- ۲ به صورت آزادانه در طبیعت یافت می‌شود.
- ۳ مقاومت آن در برابر خوردگی از فلز آهن بیش‌تر است.
- ۴ نسبت به فلز روی واکنش‌پذیری کم‌تری دارد.

۲ کدام گزینه جزء ویژگی‌های عنصر سدیم نیست؟

- ۱ بسیار نرم است؛ به طوری که توسط چاقو بریده می‌شود.
- ۲ با آب و اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد.
- ۳ ترکیب‌های آن را جهت جلوگیری از انجام واکنش با اکسیژن، زیر نفت نگه می‌دارند.
- ۴ این اتم دارای سه مدار الکترونی است که در مدار آخر خود، یک الکترون دارد.

۳ کدام سه عنصر در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند و همگی فلزند؟

۱ B<sub>5</sub>, Mg<sub>12</sub>, Ca<sub>20</sub>    ۲ N<sub>7</sub>, P<sub>15</sub>, As<sub>33</sub>    ۳ Li<sub>3</sub>, Na<sub>11</sub>, K<sub>19</sub>    ۴ O<sub>8</sub>, S<sub>16</sub>, Se<sub>34</sub>

۴ به توانایی فلزات برای تبدیل شدن به سیم چه می‌گویند؟

۱ مقتول شدن    ۲ انعطاف‌پذیری    ۳ چکش‌خواری    ۴ رسانایی

۵ محلولی از آهن سولفات (FeSO<sub>۴</sub>) را در کدام ظرف می‌توان نگهداری کرد؟

۱ روی (Zn)    ۲ منیزیم (Mg)    ۳ مس (Cu)    ۴ در تمامی ظروف بیان‌شده نمی‌توان نگهداری کرد.

۶ عنصر X<sub>p</sub> به ترتیب با کدام عنصر هم‌گروه و با کدام عنصر هم‌دوره است؟ (از راست به چپ)

۱ H<sub>1</sub>-Mg<sub>12</sub>    ۲ H<sub>1</sub>-Ar<sub>18</sub>    ۳ Be<sub>4</sub>-O<sub>8</sub>    ۴ Li<sub>3</sub>-Ne<sub>10</sub>

۷ عنصر A با عنصر B<sub>۱۶</sub> هم‌دوره است و متعلق به گروه چهارم جدول تناوبی می‌باشد. تفاوت پروتون‌های عنصر A و عنصر B چه تعداد است؟

۱ ۲    ۲ ۱    ۳ ۳    ۴ ۴

۸ در آزمایشی، ۲ ml هیدروکلریک اسید غلیظ در لوله A، ۲ ml نیتریک اسید غلیظ در لوله B، ۲ ml هیدروکلریک اسید غلیظ و نیتریک اسید غلیظ به نسبت ۳ به ۱ را در لوله C ریختیم. تکه کوچکی از یک فلز را در هر سه لوله انداختیم. در لوله‌های A و B تغییری مشاهده نشد، اما این فلز در لوله C حل شد. لازم به ذکر است که این فلز با اکسیژن واکنش نمی‌دهد. این فلز کدام می‌تواند باشد؟

۱ Al    ۲ طلا    ۳ Cu    ۴ نقره

۹ فلز A در واکنش با سولفات فلز B با فرمول BSO<sub>۴</sub> شرکت کرده و فلز آزاد B تولید می‌شود. در ضمن اگر محلول CuNO<sub>۳</sub> در آب را در ظرف فلزی از جنس B بریزیم، این ظرف بعد از مدتی از بین می‌رود. در این صورت کدام گزینه درست است؟

- ۱ تمایل فلز B به واکنش، از تمایل فلز A به واکنش، بیشتر است.
- ۲ محلول CuNO<sub>۳</sub> را در ظرف فلزی از جنس A می‌توان نگهداری کرد.
- ۳ واکنش‌پذیری فلز A از فلز B بیشتر و واکنش‌پذیری فلز B از فلز Cu بیشتر است.
- ۴ حتماً در اتم عنصر B بیرونی‌ترین مدار الکترونی دارای ۱ یا ۲ الکترون است.

۱۰ اگر اتم عنصری ۳ الکترون جذب کند، تعداد الکترون‌های یون حاصل، ۶ برابر تعداد الکترون‌های دریافتی خواهد شد. این عنصر به کدام ردیف و ستون از جدول طبقه‌بندی عناصر تعلق دارد؟ (به ترتیب از راست به چپ)

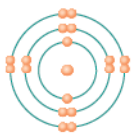
۱ ۳-۵    ۲ ۳-۸    ۳ ۴-۳    ۴ ۶-۷

۱۱ تعداد الکترون‌های مدار آخر اتم B از تعداد الکترون‌های مدار آخر اتم A، دو واحد کم‌تر است و تعداد الکترون‌های مدار آخر اتم C از تعداد الکترون‌های مدار آخر اتم B، سه واحد بیشتر است. در این صورت چه تعداد از عبارت‌های زیر حتماً درست است؟

- الف) اگر عدد اتمی عنصر A برابر ۱۰ باشد، اتم B در ستون ۶ جدول طبقه‌بندی عناصرها قرار می‌گیرد.
- ب) هر سه عنصر در یک ردیف از جدول طبقه‌بندی عناصرها هستند.
- ج) اگر عدد اتمی عنصر A برابر ۱۸ باشد، عنصر C با آب به شدت واکنش می‌دهد.
- د) عنصرهای A و B می‌توانند در یک ستون از جدول طبقه‌بندی عناصرها قرار بگیرند.

۱ ۱    ۲ ۲    ۳ ۳    ۴ ۴

۱۲ مدل اتمی بور برای عنصر X به صورت زیر رسم شده است. با توجه به آرایش الکترونی آن می‌توان گفت که این عنصر با عنصر ..... در یک گروه و با عنصر ..... در یک دوره از جدول تناوبی قرار دارد.



۱ هلیوم (He<sub>2</sub>) - برم (Br<sub>35</sub>)    ۲ نئون (Ne<sub>10</sub>) - سدیم (Na<sub>11</sub>)

۳ برم (Br<sub>35</sub>) - سیلیسیم (Si<sub>14</sub>)    ۴ نئون (Ne<sub>10</sub>) - نیتروژن (N<sub>7</sub>)

• با توجه به عبارت به سؤال زیر پاسخ دهید.

«فلزها با ترکیب‌های شیمیایی که دارای فلز دیگری باشند که نسبت به آن‌ها واکنش‌پذیری کم‌تری دارد، واکنش می‌دهند.»

۱۳ در کدام گزینه واکنش رخ می‌دهد؟

۱ طلا با مس سولفات    ۲ مس با منیزیم کربنات    ۳ آهن با مس اکسید    ۴ طلا با آهن سولفات

۱۴ مس دو نوع کاتیون با بارهای +۱ و +۲ تولید می‌کند. با توجه به بخشی از جدول طبقه‌بندی عناصرها که در زیر آمده است، کدام فرمول حتماً نادرست است؟

	Be		N			Ne
Na		Si	S	Cl		

- ۱ Cu<sub>۲</sub>S
- ۲ Cu<sub>۲</sub>N<sub>۳</sub>
- ۳ CuCl<sub>۲</sub>
- ۴ CuCl

۱۵ برای محاسبه تعداد الکترون‌های یون نام برده شده در کدام گزینه می‌توان از حاصل جمع عدد اتمی و مقدار (عدد) بار الکتریکی یون مورد نظر استفاده کرد؟

- ۱ ۱۱Na<sup>+</sup>
- ۲ ۸O<sup>۲-</sup>
- ۳ ۱۲Mg<sup>۲+</sup>
- ۴ ۳Li<sup>+</sup>

۱۶ با انجام واکنش شیمیایی میان چهار اتم <sup>۱۲</sup>A، <sup>۷</sup>B، <sup>۱۶</sup>C و <sup>۹</sup>D برای رسیدن به قاعده هشتایی، چند ترکیب یونی می‌توان ایجاد کرد؟

- ۱ ۳
- ۲ ۴
- ۳ ۵
- ۴ ۶

۱۷ ترکیب حاوی M در واکنش جانشینی ساده با سرب (Pb) شرکت نموده و M تولید می‌کند. M با آب سرد و اسید واکنش نمی‌دهد اما با اکسیژن به کندی واکنش می‌دهد. هم‌چنین نمی‌توان آن را در محلول حاوی نمک نقره نگه داشت. M می‌تواند از طریق الکتروشیمیایی روی سطوح رسانا نشانده شود. کدام گزینه جایگاه درست M را در سری عناصر زیر نشان می‌دهد؟

- ۱ (۱) K
  - ۲ (۲) Ag
  - ۳ (۳) Pb
  - ۴ (۴) Li
- کاهش واکنش پذیری ←

۱۸ دانش‌آموزی با انجام دو واکنش زیر با مقدار واکنش دهنده‌های یکسان و ثبت مدت زمان انجام واکنش به نتایج جدول زیر رسیده است، با توجه به نتایج جدول داده شده، پیش‌بینی کنید زمان حدودی پایان واکنش زیر کدام گزینه است؟

مدت زمان انجام واکنش	نوع واکنش شیمیایی	آزمایش
۲۰ دقیقه	$Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + Cu$	۱
۵ دقیقه	$Mg + CuSO_4 \rightarrow MgSO_4 + Cu$	۲

- ۱ ۲۲ دقیقه
- ۲ ۳/۵ دقیقه
- ۳ ۱۵ دقیقه
- ۴ این واکنش انجام پذیر نیست.

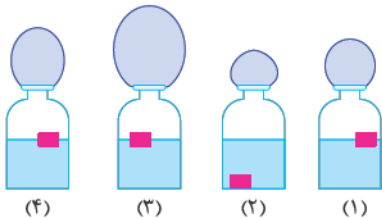
۱۹ در اثر واکنش بین عنصر ..... و .....، فلز خالصی به عنوان محصول در ظرف واکنش تولید می‌شود.

- ۱ سدیم - آب
- ۲ روی - محلول منیزیم سولفات
- ۳ اکسیژن - مس سولفید
- ۴ آهن - محلول روی نترات

۲۰ عنصر <sup>۳۱</sup>X را در نظر بگیرید، اگر در یون <sup>۳-</sup>X این اتم، تعداد الکترون ۲ واحد از تعداد نوترون بیشتر باشد، Z کدام است؟

- ۱ ۱۳
- ۲ ۱۶
- ۳ ۱۵
- ۴ ۱۸

۲۱ در چهار ظرف زیر، مقادیر برابری آب و قطعه‌های هم‌جرمی از فلزات سدیم (۱۱Na)، پتاسیم (۱۹K)، منیزیم (۱۲Mg) و لیتیم (۳Li) قرار دارد. در اثر واکنش این فلزات با آب، گاز هیدروژن آزاد می‌شود و محلول به دست آمده خاصیت بازی پیدا می‌کند. در کدام گزینه عناصر فلزی موجود در ظرف‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) (به ترتیب از راست به چپ) به درستی مطرح شده‌اند؟



- ۱ منیزیم - لیتیم - پتاسیم - سدیم
- ۲ سدیم - پتاسیم - لیتیم - منیزیم
- ۳ لیتیم - منیزیم - پتاسیم - سدیم
- ۴ پتاسیم - منیزیم - لیتیم - سدیم

۲۲ با توجه به این‌که تمام واکنش‌های زیر همگی به صورت خودبه‌خودی انجام‌پذیر هستند، کدام نمودار مقایسه‌ی واکنش‌پذیری عناصر Z و X، C، A را به درستی نمایش می‌دهد؟



۲۳ با توجه به واکنش پذیری فلزها و عبارتهای زیر، کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟

الف) منیزیم با هیدروکلریک اسید رقیق به آرامی واکنش می‌دهد و گاز هیدروژن تولید می‌کند.

ب) مس با آب سرد یا آب جوش واکنش نمی‌دهد.

ج) منیزیم با آب سرد واکنش نمی‌دهد ولی با آب گرم واکنش می‌دهد و گاز هیدروژن تولید می‌کند.

۱) سدیم با آب جوش واکنش نمی‌دهد. ۲) طلا با آب جوش واکنش می‌دهد.

۳) آهن با آب جوش واکنش می‌دهد. ۴) طلا با هیدروکلریک اسید رقیق به سرعت واکنش می‌دهد.

۲۴ عدد جرمی یون  $M^{2-}$  برابر با ۳۲ است. اگر در این یون تعداد الکترون‌ها  $12/5$  درصد از تعداد نوترون‌های آن بیشتر باشد، این عنصر چند نوترون در هسته اتم خود دارد؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

۲۵ در ۴ ظرف مشابه حاوی محلول مس نیترات، ۴ تیغه فلزی با نام‌های A، B، C و D را قرار داده‌ایم و می‌خواهیم پس از ۵ دقیقه میزان عبور نور در این ظروف را بررسی کنیم. میزان نور عبوری در این ۴ ظرف به صورت  $B < D < C < A$  است. (از ظرف A نور به مقدار بیش‌تری نسبت به سایر ظروف عبور می‌کند.) با قرار دادن این تیغه‌های فلزی در ظرف‌های مشابه حاوی اسیدکلریدریک، سرعت خروج گاز هیدروژن از این ظروف به چه صورت خواهد بود؟

۱)  $A < C < D < B$  ۲)  $A < B < C < D$  ۳)  $B < D < C < A$  ۴)  $D < C < B < A$

• با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب (عناصر گروه آخر جدول تناوبی) که در جدول زیر ثبت شده است، به سؤال زیر پاسخ دهید.

نام عنصر	نماد عنصر	عدد اتمی
هلیوم	He	۲
نئون	Ne	۱۰
آرگون	Ar	۱۸
کریپتون	Kr	۳۶
زنون	Xe	۵۴

۲۶ اگر شمار الکترون‌های یون تک‌اتمی  $X^{3-}$  برابر با ۵۴ باشد، عنصر X متعلق به گروه ..... جدول تناوبی بوده و با عنصر ..... هم‌گروه است.

۱) هفتم - سی و پنجم ۲) هشتم - چهارم ۳) چهارم - چهاردهم ۴) پنجم - سی و سوم

۲۷ اگر عنصر E با عنصر کریپتون ( $36Kr$ ) هم‌دوره بوده و خواص شیمیایی آن مشابه با عنصر یازدهم جدول تناوبی ( $11Na$ ) باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد عنصر E صحیح است؟

الف) عدد اتمی این عنصر برابر با ۱۹ می‌باشد.

ب) واکنش پذیری این عنصر با آب بسیار شدید است.

ج) برای نگهداری این عنصر، آن را در زیر نفت قرار می‌دهند.

د) از درجه سختی بالایی برخوردار است و به راحتی نمی‌توان برش داد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۸ کدام گزینه اطلاعات نادرستی را در رابطه با یازدهمین عنصر جدول تناوبی بیان می‌کند؟

۱) از معدود فلزاتی است که چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است.

۲) خواص شیمیایی آن مشابه با  $3Li$  و  $12Mg$  است.

۳) به دلیل واکنش پذیری زیاد با آب و اکسیژن موجود در هوا، در زیر نفت نگهداری می‌شود.

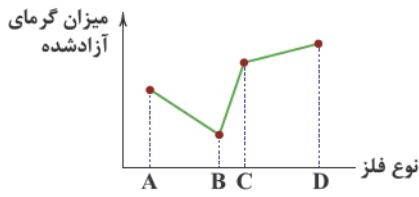
۴) در فعالیت‌های قلب نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند.

۲۹ در صورتی که رابطه بین الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون  $X^{m+6}$  به صورت  $n = 3e$  باشد، (تعداد نوترون‌ها ۳ برابر تعداد الکترون‌ها) کدام اتم زیر تنها در تعداد نوترون‌هایش با اتم X متفاوت است؟

۱)  ${}^2_9X$  ۲)  ${}^2_8X$  ۳)  ${}^{21}_{10}X$  ۴)  ${}^{25}_{11}X$



۳۰ در نمودار زیر، میزان گرمای آزاد شده در اثر اکسید شدن فلزات A، B، C و D در یک دقیقه اول واکنش نشان داده است. کدام گزینه در رابطه با این فلزات درست نمی‌باشد؟



- ۱ واکنش بین فلز A و محلول سولفات C رخ نمی‌دهد.
- ۲ سرعت واکنش دادن فلز C با هیدروکلریک اسید، بیشتر از فلز B است.
- ۳ احتمال پیدا کردن فلز D به صورت خالص، کم‌تر از سایر فلزات است.
- ۴ می‌توان گفت که فلزات A، B، C و D به ترتیب روی، آهن، سدیم و منیزیم هستند.

۳۱ با توجه به جدول زیر، اگر مجموع عدد اتمی عنصرهای D و A برابر ۲۹ باشد، به ترتیب عنصرهای A، B، C، D و E طبق مدل اتمی بور در لایه سوم خود چند الکترون دارند؟ (راست به چپ)

تعداد عناصر دوره سوم	$z+4$ E	$z+3$ D	$z+2$ C	$z+1$ B	$z$ A
----------------------	---------	---------	---------	---------	-------

- ۱ ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸  
 ۲ ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷  
 ۳ ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶  
 ۴ ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸

۳۲ در سه آزمایش متفاوت، واکنش پذیری چهار فلز A، B، C و D با هم مقایسه شده‌اند که نتایج آن به صورت زیر بوده است:

- الف فلز A بسیار شدیدتر از فلز B با آب واکنش می‌دهد.  
 ب در اثر واکنش فلز B با هیدروکلریک اسید شدیداً گاز هیدروژن آزاد می‌شود، ولی سرعت آزاد شدن این گاز در واکنش فلز C با همین اسید بسیار آهسته‌تر است.  
 ج فلز D سریع‌تر از فلز C با اکسیژن ترکیب می‌شود.  
 با توجه به نتایج آزمایشات، کدام گزینه درست است؟

- ۱ احتمال خالص پیدا کردن فلز C در طبیعت، کم‌تر از سایر فلزات است.
- ۲ در اثر واکنش بین فلز B و سولفات A، فلز A به دست می‌آید.
- ۳ می‌توان گفت که فلزات A، B و C به ترتیب لیتیم، منیزیم و مس هستند.
- ۴ سرعت اکسید شدن فلز C از فلز A بیشتر است.

۳۳ اتم‌های A و B هر دو در یک خانواده (گروه) از جدول طبقه‌بندی عناصر قرار دارند. اتم A در آرایش الکترونی خود دارای ۳ لایه الکترونی و اتم B دارای ۲ لایه الکترونی می‌باشند. اگر در لایه الکترونی آخر اتم B، ۳ برابر لایه الکترونی اول، الکترون باشد، مجموع عدد اتمی این دو عنصر برابر کدام گزینه است؟

- ۱ ۲۴  
 ۲ ۲۲  
 ۳ ۲۶  
 ۴ ۲۰

۳۴ در آرایش الکترونی اتم A، ۲ لایه الکترونی و در آرایش الکترونی اتم B، ۳ لایه الکترونی وجود دارد. اگر نسبت تعداد الکترون‌های لایه آخر این دو اتم به تعداد مابقی الکترون‌های آن‌ها به ترتیب،  $\frac{5}{4}$  و  $\frac{6}{10}$  باشد، آن‌گاه کدام گزینه در مورد این دو اتم درست است؟

- ۱ هم‌گروه هستند.  
 ۲ هم‌دوره هستند.  
 ۳ فلز هستند.  
 ۴ اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر ۹ است.

۳۵ عنصر A را در نظر بگیرید، اگر به آن به تعداد ۶ برابر الکترون‌های لایه الکترونی آخرش، پروتون اضافه کنیم، به عنصر B تبدیل می‌شود. در جدول طبقه‌بندی عناصر کدام عنصر با عنصر B، هم‌گروه و با عنصر A هم‌دوره است؟

- ۱ N  
 ۲ O  
 ۳ C  
 ۴ P

## ۲ بررسی عناصر نافلزاتی و پلیمرها

درسنامه

### اکسیژن (O) و گوگرد (S)

اکسیژن و گوگرد در لایه آخر خود شش الکترون دارند و دو عنصر اول گروه شش اصلی هستند. اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوسته زمین و بدن انسان است و حدود ۲۱٪ هوا را شامل می‌شود. هوای پاک مخلوط همگنی از چند گاز است. (نیتروژن ۷۸٪، اکسیژن ۲۱٪، آرگون ۰/۹٪، کربن دی‌اکسید و بخار آب کم‌تر از ۰/۱٪)

از کاربردهای عنصر اکسیژن می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱ تولید فولاد، فرآوری و خالص‌سازی بسیاری از فلزات
- ۲ عنصری مهم در سوخت موشک
- ۳ سیستم‌های تأمین حیات در پزشکی، سفرهای هوایی، زیر دریایی‌ها و ...
- ۴ تولید ترکیبات اکسیژن‌دار مانند سولفوریک اسید ( $H_2SO_4$ )

**فصل اول مواد و نقش آنها در زندگی**

**۱ ۲** فلز مس به صورت آزادانه در طبیعت یافت نمی‌شود بلکه از طریق ذوب سنگ معدن آن در دمای بالا به دست می‌آید.

**۲ ۳** فلز سدیم به خاطر واکنش پذیری زیاد در زیر نفت نگهداری می‌شود. ترکیب‌ها به دلیل انجام واکنش (کاهش میزان واکنش پذیری)، نیازی به نگهداری زیر نفت ندارند.

**۳ ۳** عناصر موجود در یک گروه، تعداد الکترون‌های لایه آخرشان با هم برابر است.

**بررسی گزینه‌ها**

**گزینه ۱** عنصر بور (B) دارای سه الکترون در لایه آخر خود است. ولی منیزیم (Mg) دو الکترون در این لایه دارد.

**گزینه ۲** این عناصر هم‌گروه هستند (۵ الکترون در لایه آخر خود دارند) ولی فلز نیستند (گاز نیتروژن).

**گزینه ۳** عناصر فلزی گروه (۱) جدول تناوبی مشاهده می‌شود که دارای یک الکترون در لایه آخر خود هستند.

**گزینه ۴** این عناصر نیز هم‌گروه هستند (۶ الکترون در لایه آخر خود دارند)، ولی فلز نیستند (گاز اکسیژن).

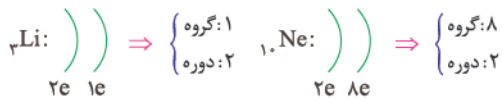
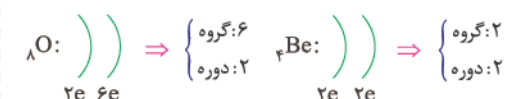
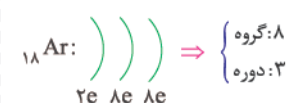
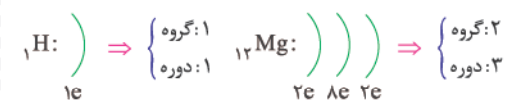
**۴ ۱** فلزات خاصیت مفتول شدن دارند، یعنی می‌توان از آن‌ها رشته‌هایی ساخت.

**۵ ۳** واکنش پذیری  $Fe > Cu$  است. پس بین ظرف مسی و محلول آهن سولفات واکنشی رخ نمی‌دهد و می‌توان محلول آهن سولفات را در ظرف مسی نگهداری کرد.

**نکته!** واکنش پذیری  $Mg > Zn > Fe$

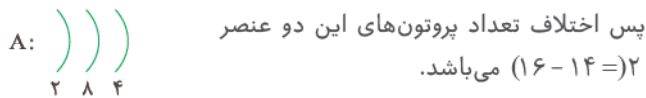
در نتیجه آهن سولفات در ظرف Zn و Mg با واکنش شیمیایی همراه خواهد بود و نمی‌توان در این ظرف‌ها از آن نگهداری کرد.

**۶ ۲** عناصری که تعداد الکترون‌های برابری در لایه آخر خود دارند، هم‌گروه هستند. عناصری که تعداد لایه‌های الکترونی برابری دارند، هم‌دوره هستند. این عنصر در دوره ۱ جدول تناوبی قرار دارد، اما با این‌که در لایه ظرفیت خود ۲ الکترون دارد، در گروه ۲ قرار ندارد. به دلیل پر شدن لایه آخر خود در گروه گازهای نجیب، یعنی گروه ۸ (یا ۱۸) جای دارد.



عنصر X می‌تواند با Ar و Ne هم‌گروه باشد، اما تنها با عنصر H هم‌دوره است.

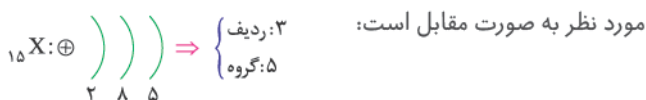
**۷ ۱** از آن‌جایی که عنصر A و B هم‌دوره هستند، پس تعداد لایه‌های الکترونی برابری دارند. عنصر A مانند عنصر B دارای سه مدار الکترونی است و در لایه آخر خود چهار الکترون دارد (متعلق به گروه چهارم است). آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر می‌باشد و عدد اتمی آن برابر با ۱۴ است.



**۸ ۲** فلزی داریم که در برابر اسیدهای غلیظ و اکسیژن واکنشی نشان نمی‌دهد، پس واکنش پذیری بسیار کمی دارد و از بین گزینه‌ها، طلا می‌تواند این فلز باشد.

**۹ ۳** با توجه به واکنش فلز A با ترکیب حاوی فلز B، واکنش پذیری فلز A از فلز B بیشتر است. از طرف دیگر نمک مس را در ظرف B به دلیل واکنش دادن با ظرف نمی‌توان نگهداری کرد، در نتیجه واکنش پذیری فلز B از فلز Cu بیشتر است.

**۱۰ ۱** در صورت جذب ۳ الکترون، تعداد کل الکترون‌های یون حاصل به ۱۸ می‌رسد، یعنی تعداد الکترون‌های اتم در حالت خنثی برابر ۱۵ است. برای مشخص کردن گروه (ستون) و دوره (ردیف) یک عنصر باید آن را در حالت خنثی در نظر بگیریم. بنابراین مدل اتمی بور برای عنصر


**۱۱ ۲**
**بررسی عبارت‌ها**

**الف** اگر عدد اتمی عنصر A برابر ۱۰ باشد، طبق مدل اتمی بور، تعداد الکترون‌های مدار آخر A برابر است با:

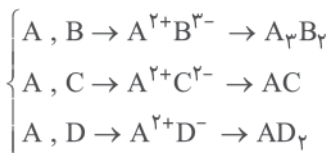
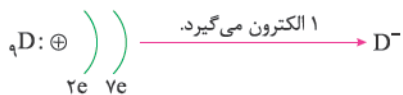
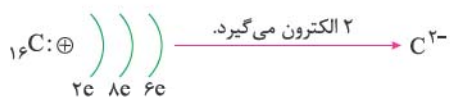
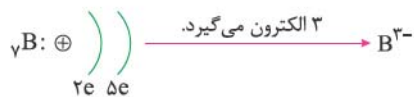


بنابراین تعداد الکترون‌های مدار آخر اتم B برابر با ۶ است، پس اتم B در ستون ۶ جدول طبقه‌بندی عنصرها قرار دارد.

**ب** لزوماً هر سه عنصر در یک ردیف نیستند، گرچه می‌توانند در یک ردیف جدول باشند.

**ج** اگر عدد اتمی عنصر A برابر ۱۸ باشد، یعنی عدد اتمی عنصر C برابر با ۱۹ است، بنابراین عنصر C متعلق به گروه اول جدول طبقه‌بندی عنصرها است، بنابراین با آب به شدت واکنش می‌دهد.

۱۶ ۱ با رسم آرایش الکترونی می‌توان دریافت که هر اتم برای رسیدن به قاعده هشتایی به کاتیون تبدیل می‌شوند و یا آنیون، سپس با ترکیب کاتیون و آنیون می‌توان ترکیب یونی ایجاد کرد.



بنابراین ۳ ترکیب یونی می‌توان ایجاد کرد.

۱۷ ۳ در واکنش جاننشینی ساده عنصر واکنش پذیرتر جایگزین عنصر ضعیف‌تر می‌شود.

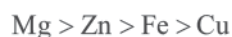


با توجه به واکنش بالا، واکنش پذیری M از Pb کم‌تر است.



از واکنش بالا می‌فهمیم که واکنش پذیری M از نقره، Ag بیش‌تر است. بنابراین جایگاه فلز M در موقعیت (۳) می‌باشد.

۱۸ ۳ می‌دانیم واکنش پذیری چهار عنصر Cu، Fe، Zn و Mg به صورت زیر است:



با توجه به ترتیب نوشته شده، زمان پایان واکنش باید کم‌تر از واکنش اتم Fe با محلول کات‌کبود و بیش‌تر از واکنش اتم Mg با محلول کات‌کبود باشد.

۱۹ ۳

بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱ در اثر واکنش بین سدیم و آب، گاز هیدروژن و محلول سدیم هیدروکسید تولید می‌شود، پس فلزی خالص آزاد نمی‌شود.

گزینه ۲ بین فلز روی و محلول منیزیم سولفات واکنشی رخ نمی‌دهد چون واکنش پذیری روی از منیزیم کم‌تر است و نمی‌تواند جای منیزیم قرار بگیرد. ولی در اثر واکنش بین منیزیم و محلول روی سولفات، واکنش رخ می‌دهد و فلز روی آزاد می‌شود.

د عنصرهایی در یک ستون از جدول طبقه‌بندی عنصرها هستند که تعداد الکترون‌های مدار آخر آن‌ها با هم برابر باشد. (به جز هلیوم که برخلاف سایر عنصرهای گروه ۱۸ جدول طبقه‌بندی عنصرها، دارای ۲ الکترون به جای ۸ الکترون در مدار آخر است).

۱۲ ۲ این عنصر در لایه آخر خود دارای هشت الکترون است، پس

متعلق به گروه هشت جدول تناوبی است. به دلیل این‌که دارای سه لایه الکترونی است، عضو دوره سوم جدول تناوبی می‌باشد. نئون با آرایش الکترونی  $\left( \begin{array}{l} \text{2} \\ \text{8} \\ \text{1} \end{array} \right)$  و سدیم با آرایش الکترونی  $\left( \begin{array}{l} \text{2} \\ \text{8} \\ \text{2} \end{array} \right)$  به ترتیب عضو گروه هشت (نئون) و عضو دوره سوم (سدیم) هستند. از بین عناصر موجود در گزینه‌ها، هلیوم نیز عضو گروه هشت است (با وجود این‌که هشت الکترون در لایه آخر خود ندارد) و سیلیسیم هم عضو دوره سوم می‌باشد.

۱۳ ۳ مقایسه واکنش پذیری بین فلزات منیزیم، آهن، مس و طلا

به صورت زیر است:



پس فقط در گزینه (۳) شرط گفته شده در سؤال وجود دارد.

۱۴ ۲ با توجه به بار آنیون و تعداد آنیون در هر ترکیب، می‌توان بار

کاتیون مس را به دست آورد. اگر مقداری به جز ۱+ و ۲+ به دست آید، نادرست است.

**دقت کنید** می‌دانیم در یک ترکیب یونی مقدار کل بار منفی با مقدار کل بار مثبت برابر است.

فرمول	CuCl	CuCl <sub>۲</sub>	Cu <sub>۲</sub> N <sub>۳</sub>	Cu <sub>۲</sub> S
بار آنیون	۱-	۱-	۳-	۲-
کل بار منفی	۱-	۲-	۹-	۲-
بار کاتیون مس	$x + (1-) = 0 \Rightarrow x = 1+$	$x + (2-) = 0 \Rightarrow x = 2+$	$2x + (9-) = 0 \Rightarrow x = 4/5+$	$2x + (2-) = 0 \Rightarrow x = 1+$

۱۵ ۲ تعداد الکترون‌های آنیون‌ها را می‌توان از رابطه زیر به دست

آورد:

مقدار (عدد) بار الکتریکی + Z : تعداد الکترون‌های آنیون

تعداد الکترون‌های کاتیون‌ها را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

مقدار (عدد) بار الکتریکی - Z : تعداد الکترون‌های کاتیون

O<sup>۲-</sup>، آنیون بوده و می‌توان از رابطه حاصل جمع عدد اتمی و مقدار بار الکتریکی آن، تعداد الکترون‌های آن را محاسبه کرد.

**۲۳ ۳** می دانیم ترتیب واکنش پذیری فلزها به صورت طلا > مس > آهن > منیزیم > سدیم است. ضمناً باید توجه کنیم که اگر فلز با واکنش پذیری بیشتر در یک واکنش شرکت نکند، حتماً فلز با واکنش پذیری کم تر هم در آن واکنش شرکت نمی کند (دلیل نادرستی گزینه های (۲) و (۴)). از طرفی اگر فلز با واکنش پذیری کم تر در یک واکنش شرکت کند، حتماً فلز با واکنش پذیری بیشتر هم در آن واکنش شرکت می کند (دلیل نادرستی گزینه «۱»).

**۲۴ ۱** عدد جرمی یون مورد نظر ۳۲ است و چون آنیون است و ۲ الکترون گرفته است، بنابراین داریم:

$$p + n = 32 \Rightarrow (e - 2) + n = 32 \quad (1)$$

تعداد الکترون ها ۱۲/۵ درصد از تعداد نوترون ها بیشتر است، بنابراین:  $e = n + 0.125n \quad (2)$  پس از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} ((n + 0.125n) - 2) + n = 32 &\Rightarrow 2.125n - 2 = 32 \\ \Rightarrow 2.125n = 34 &\Rightarrow n = 16 \end{aligned}$$

**۲۵ ۱** هر چه واکنش پذیری فلز بیشتر باشد، سرعت واکنش دادن آن با مس نیترات نیز بیشتر بوده و به مقدار بیش تری ظرف کدر می شود. در نتیجه توانایی محلول داخل ظرف برای عبور نور کم تر می شود. پس نتیجه می گیریم که فلز A از تمامی فلزات واکنش پذیری کم تری داشته است که ظرف کم تر کدر شده و میزان نور بیش تری را از خود عبور می دهد. در اثر واکنش فلزات با کلریدریک اسید، گاز هیدروژن آزاد می شود و هر چه واکنش پذیری فلز بیشتر باشد سرعت خروج گاز هیدروژن نیز بیشتر است. پس فلز A کم ترین سرعت را در خروج گاز هیدروژن داشته و فلز B بیش ترین سرعت را داراست.

**۲۶ ۴** عنصر X با گرفتن ۳ الکترون، تعداد الکترون هایش برابر با اتم عنصر زنون شده است، پس این عنصر ۳ خانه با زنون فاصله دارد، یعنی:

۵۱	۵۲	۵۳	۵۴Xe
----	----	----	------

عدد اتمی آن ۵۱ بوده و متعلق به گروه پنجم جدول تناوبی است. عنصر سی و سوم نیز، ۳ عدد با کریپتون (با عدد اتمی ۳۶) فاصله دارد، پس این دو عنصر در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند و تعداد الکترون های لایه آخر آن ها برابر با ۵ است.

**۲۷ ۳** عنصر یازدهم جدول سدیم ( $_{11}\text{Na}$ ) می باشد که با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$  متعلق به گروه اول جدول تناوبی است. همیشه

عدد اتمی عناصر گروه اول، یکی بیش تر از عدد اتمی عناصر گروه آخر دوره قبلی است! چون جدول تناوبی براساس افزایش عدد اتمی مرتب شده و از گروه اول شروع و به گروه هشتم ختم می شود. مثلاً  $^4\text{He}$  اولین عنصر گروه آخر و  $^3\text{Li}$  اولین عنصر گروه اول است، پس عدد اتمی این عنصر، یکی بیش تر از عدد اتمی آرگون بوده و برابر با ۱۹ می باشد. فلزات گروه اول از واکنش پذیری بسیار بالایی برخوردار بوده و در زیر نفت نگهداری می شوند. این فلزات بسیار نرم می باشند و به راحتی می توان آن ها را برش داد.

**گزینه ۳** یکی از روش های خالص سازی مس از سنگ معدن آن، واکنش بین اکسیژن و مس سولفید ( $\text{Cu}_2\text{S}$ ) است.

**گزینه ۴** بین فلز آهن و محلول روی نیترات نیز واکنشی رخ نمی دهد چون واکنش پذیری روی از آهن بیش تر است. ترتیب واکنش پذیری فلزات  $\text{Mg} > \text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu}$

**۲۰ ۳** چون این یون ۳ الکترون گرفته است در نتیجه  $e = p + 3$  است.

$$\begin{aligned} p + ((p + 3) - 2) = 31 &\Rightarrow 2p + 3 - 2 = 31 \\ \Rightarrow 2p = 30 &\Rightarrow p = 15 \Rightarrow z = 15 \end{aligned}$$

**۲۱ ۳** واکنش پذیری سدیم از لیتیم بیش تر است و هر دو متعلق به گروه یک جدول تناوبی هستند.



بنابراین سدیم سریع تر و شدیدتر با آب واکنش می دهد و گاز هیدروژن را سریع تر آزاد می کند و بادکنک ظرف سدیم بزرگ تر از ظرف لیتیم می شود. پس گزینه های (۲) و (۴) صحیح نمی باشند، چون طبق این گزینه ها بادکنک ظرف لیتیم بزرگ تر است.

لیتیم و سدیم (و البته پتاسیم) فلزاتی هستند که چگالی شان از آب کم تر است و بر روی آب می مانند. با توجه به شکل های صورت سؤال سه فلز بر روی آب و یک فلز در ته ظرف قرار دارد. تصویر منیزیم در ظرف آب در صفحه ۸ کتاب درسی نیز آمده است. چگالی منیزیم از آب بیش تر بوده و به ته ظرف می رود. بنابراین فلز موجود در ظرف (۲) حتماً منیزیم است. بنابراین گزینه (۱) نیز نمی تواند صحیح باشد.

**توجه** فلزات لیتیم، سدیم و پتاسیم هم گروه هستند و خواص شیمیایی مشابهی دارند. روند واکنش پذیری این سه فلز به صورت  $\text{Li} < \text{Na} < \text{K}$

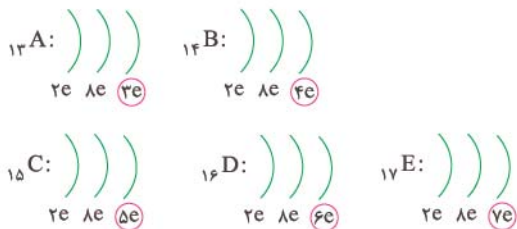
است. هر چه فاصله آخرین الکترون فلزات گروه اول از هسته اتم دورتر باشد، اتم می تواند راحت تر آن الکترون را از دست دهد و به اصطلاح دیگر، راحت تر و سریع تر وارد واکنش و دادوستد الکترون می شود. به همین دلیل است که بادکنک ظرف پتاسیم، از بقیه بزرگ تر است.

**۲۲ ۴** در واکنش های جابه جایی یگانه عنصری که واکنش پذیرتر باشد، می تواند قسمت دوم مولکول یا ترکیب یونی عنصر دیگر را جدا کند. ترتیب واکنش پذیری به صورت زیر است:

$$a) A > C, \quad b) X > Z, \quad c) Z > A$$

در نتیجه ترتیب واکنش پذیری به صورت زیر می باشد: مقایسه واکنش پذیری  $X > Z > A > C$

بنابراین آرایش الکترونی عنصرهای مورد نظر طبق مدل اتمی بور برابر است با:



**۳۲ ۳** با توجه به نتایج آزمایشات می توان فهمید که واکنش پذیری سه فلز A، B، و C به صورت  $C < B < A$  است و واکنش پذیری فلز D نیز از فلز C بیشتر است.

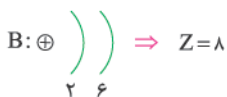
در گزینه (۳)، فلزات A، B، و C به ترتیب لیتیم، منیزیم و مس معرفی شده اند که چون مقایسه واکنش پذیری این سه فلز به صورت  $\text{Cu} < \text{Mg} < \text{Li}$  است، این گزینه درست است.

**بررسی سایر گزینه ها:**  
**گزینه ۱** هر چه واکنش پذیری فلز کم تر باشد، احتمال خالص پیدا کردن آن در طبیعت بیشتر است، مانند طلا.

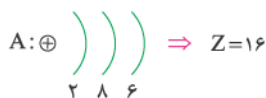
**گزینه ۲** از آن جایی که واکنش پذیری فلز A از فلز B بیشتر است، واکنش ذکر شده در این گزینه رخ نمی دهد.

**گزینه ۴** چون واکنش پذیری فلز A بیشتر از فلز C است، سرعت اکسید شدن آن از سرعت اکسید شدن C بیشتر خواهد بود.

**۳۳ ۱** می دانیم عناصری که تعداد الکترون های لایه آخر آنها با هم برابر است، در یک گروه از جدول طبقه بندی عناصر قرار می گیرند. مطابق اطلاعات سؤال، تعداد الکترون های لایه آخر اتم B، ۳ برابر تعداد الکترون های لایه اول اتم می باشد، بنابراین اتم B در لایه آخر خود ۶ الکترون دارد، بنابراین:

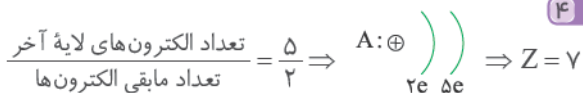


اتم A نیز در لایه طرفیت خود ۶ الکترون دارد، بنابراین:

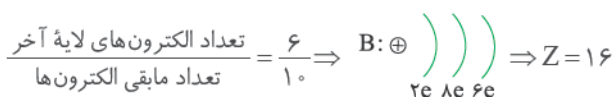


بنابراین مجموع اعداد اتمی این دو اتم برابر است با:  $8 + 16 = 24$

**۳۴ ۴**



عنصر A در گروه ۵ و دوره ۲ جدول طبقه بندی عناصر قرار دارد و اتم نافلزی به شمار می آید.



در گروه ۶ و دوره ۳ جدول طبقه بندی عناصر قرار دارد و اتم نافلزی است. اختلاف عدد اتمی آنها برابر است با:  $16 - 7 = 9 =$  اختلاف عدد اتمی

**۲۸ ۲** چون اساس طبقه بندی عناصر در جدول تناوبی، عدد اتمی می باشد، بنابراین یازدهمین عنصر جدول تناوبی، دارای یازده پروتون و در نتیجه یازده الکترون است. آرایش الکترونی آن به صورت



خواص شیمیایی این عنصر مشابه با لیتیم (Li) است، چون هر دو در لایه آخر خود یک الکترون دارند، اما با منیزیم هم گروه نیست و خواص شیمیایی متفاوتی با هم دارند.

**بررسی سایر گزینه ها:**

**گزینه ۱ و ۳** در تصاویر اولیه صفحه ۸ کتاب درسی، مشاهده می کنید که این فلز بر روی آب قرار گرفته و شدیداً در حال واکنش دادن است، پس چگالی آن کم تر از آب می باشد (البته این موضوع را با توجه به این که این فلز در زیر نفت قرار می گیرد و چگالی نفت از آب کم تر است هم می شود فهمید).

**گزینه ۴** سدیم و پتاسیم در فعالیت های قلب نقش بسیار مهمی را ایفا می کنند.

**۲۹ ۱** تعداد الکترون های این یون یک عدد کم تر از تعداد

پروتون های آن است، یعنی:  $m - 1 =$  تعداد الکترون ها

با کم کردن عدد اتمی از عدد جرمی، تعداد نوترون ها به دست می آید:

$$3m + 6 - m = 2m + 6 = \text{تعداد نوترون ها}$$

$$3 \times (m - 1) = 2m + 6 \Rightarrow 3m - 3 = 2m + 6 \Rightarrow m = 9$$

پس تعداد پروتون های این عنصر برابر با ۹ است و هر اتم دیگری که ۹ پروتون داشته باشد، الکترون های برابر با اتم X نیز دارد (تعداد الکترون و پروتون در اتم خنثی با هم برابر است). و تنها می تواند در تعداد نوترون ها با اتم X متفاوت باشد.

**۳۰ ۴** هر چه واکنش پذیری فلز بیشتر باشد، سریع تر واکنش داده و گرمای بیشتری را آزاد می کند، بنابراین میزان واکنش پذیری این فلزات به صورت  $B < A < C < D$  است. از آن جایی که واکنش پذیری سدیم از منیزیم بیشتر است، گزینه (۴) نمی تواند درست باشد.

**بررسی سایر گزینه ها:**

**گزینه ۱** چون واکنش پذیری فلز A از فلز C کم تر است، واکنش ذکر شده در گزینه (۱) رخ نخواهد داد.

**گزینه ۲** چون واکنش پذیری فلز C از فلز B بیشتر است، سرعت واکنش فلز C با هیدروکلریک اسید بیشتر خواهد بود.

**گزینه ۳** هر چه واکنش پذیری فلز کم تر باشد، احتمال خالص یافتن آن در طبیعت بیشتر می شود، مانند طلا.

**۳۱ ۲** مجموع عدد اتمی عنصرهای A و D برابر ۲۹ است.

$$zA + z^3D \Rightarrow z + (z + 3) = 29 \Rightarrow 2z + 3 = 29 \Rightarrow 2z = 26 \Rightarrow z = 13$$