

فصل اول

راهنمای حل مسئله

- راهنم رسم شکل
- راهنم الگوسازی
- راهنم حذف حالت‌های نامطلوب
- راهنم الگویابی
- راهنم حدس و آزمایش
- راهنم زیرمسئله
- راهنم حل مسئله ساده‌تر
- راهنم روش‌های نمادین



صفحه ۲ کتاب درسی

راهبرد رسم شکل

۱ یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه، دورتا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده لازم است؟



ابتدا یک مستطیل رسم کنید. دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع، خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



۲ توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین،

نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ، از لحظه رها شدن تا سومین

مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش، ۳ متر بالا

می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر

باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

صفحه ۳ کتاب درسی

راهبرد الگوسازی

۱ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. جدول را

با نظم و ترتیب کامل کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

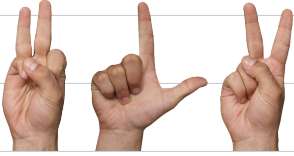
حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب، عددها

را پیدا کنید.

فصل اول • راهبردهای حل مسئله

۲ با انگشتان یک دست، به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را



نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟

۳ با رقم‌های ۷، ۲ و ۵ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

۴ تعداد زیادی سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان معادل ۵۰۰ تومان درست کرد؟



عددهای ... ، ۳ ، ۲ ، ۱ را عددهای طبیعی می‌نامند.

نکته



راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

صفحه ۴ کتاب درسی

نفر سوم	نفر دوم	نفر اول

۱ مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است.

سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی

برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.

به این جدول، چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب

حذف شود و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

۲ دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما «بله» و «خیر» بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟ در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوبند. با این توضیح، کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

• آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟

• آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟

• آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟

• آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن، به عدد مورد نظر رسید.

نکته



عددهای ... ، ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۰ را عددهای حسابی می‌نامند.

صفحه ۵ کتاب درسی

راهبرد الگویابی

۱ سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند. و و و و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

و و و و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

و و و و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

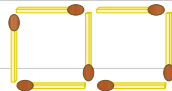
۲ شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



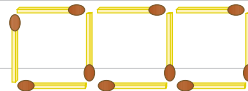
شکل (۱)



شکل (۲)

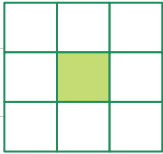


شکل (۳)

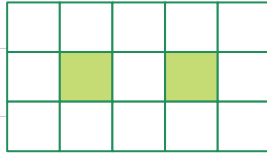


شکل (۴)

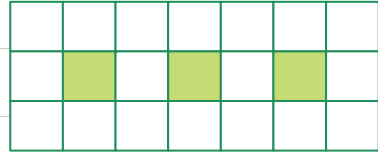
۳ اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی خواهد بود؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

صفحه ۶ کتاب درسی

راهبرد حدس و آزمایش

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	

۱ ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ

(توقفگاه) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد

باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

در حدس اول، تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها

را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول، حدس خود را بررسی و

آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر

کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟



۲ دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

$$3 \times \square + 10 = 31$$

۳ به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟

$$3 \times 10 + 10 = 40$$

به جای \square عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱۰ شروع کنید.

حدس بعدی شما بیشتر از ۱۰ است یا کمتر از آن؟



راهبرد زیرمسئله

صفحه ۷ کتاب درسی

۱ پس انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرده ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲ در یک مجتمع مسکونی استخری به طول، عرض و عمق به ترتیب ۱۲، ۶ و $1/5$ متر وجود دارد. مدیر ساختمان پیشنهاد کرده است که دیوارها و کف استخر رنگ شود. او از یک نقاش خواست تا برآورد کند که انجام این کار چقدر هزینه دارد و به مدیر ساختمان اعلام کند. نقاش‌ها به طور معمول بر اساس هر مترمربع برای خودشان دستمزد در نظر می گیرند و قیمت رنگ را هم جداگانه حساب می کنند.

اگر قیمت هر کیلوگرم رنگ ۳۰۰۰۰۰ تومان و دستمزد رنگ کردن هر مترمربع ۲۰۰۰۰ تومان باشد و برای رنگ کردن هر مترمربع استخر $3/10$ کیلوگرم رنگ مصرف شود، هزینه این کار را حساب کنید.

۳ میوه فروشی، پرتقال‌ها را کیلویی ۱۷۵۰۰ تومان می فروخت. از او

سؤال کردم چگونه قیمت این پرتقال‌ها را تعیین کرده است؟

او پاسخ داد: من از میدان میوه و تره بار ۸۰ کیلوگرم پرتقال خریدم کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان. حدود ۱۰٪ پرتقال‌ها در حمل و نقل و پس از چند روز



ماندن در مغازه خراب می شود و از بین می رود. حدود ۱۰۰۰۰۰ تومان کرایه حمل و نقل از میدان تا مغازه را داده‌ام. همچنین تجربه نشان می دهد که حدود ۴۰۰۰۰ تومان از این معامله را باید بابت هزینه‌های جانبی مثل کرایه مغازه، آب، برق و ... کنار بگذارم. در این صورت میزان سود این میوه فروشی از این معامله را حساب کنید.

فصل اوّل • راهبردهای حلّ مسئله

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

صفحه ۸ کتاب درسی



۱ قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳۰ کیلومتر و قطر کره زمین

۱۲۷۵۶/۶ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند

برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله، بهتر است از عددهای ساده‌تر (برای مثال تقریبی از عدد) استفاده کنید.

$$۱۳۹۲۵۳۰ \approx ۱۰۰۰/۰۰۰$$

$$۱۲۷۵۶/۶ \approx$$

خلاصه مسئله ساده‌شده را بنویسید و پاسخ دهید.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

۲ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده‌شده این مسئله را حل کنید.

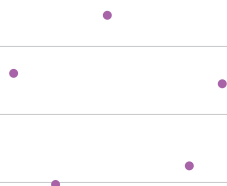
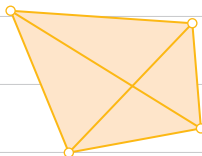
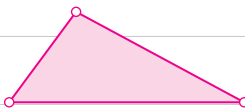
در پاسخ‌ها، چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه

بنویسید؟

۳ اگر ۱۰ نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره‌خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست.

یک الگو بیابید و برای ۱۰ نقطه نتیجه‌گیری کنید.





اگر در یک چندضلعی، همه رأس‌ها را دوه‌دو به یک‌دیگر وصل کنیم، مجموع تعداد قطرهای و تعداد ضلع‌ها از

رابطه $(1 - \text{تعداد اضلاع}) \times \text{تعداد اضلاع}$ به دست می‌آید.
۲

صفحه ۹ کتاب درسی

راهبرد روش‌های نمادین

۱ احمد ۲۰۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

$$4 \times \square + 20000 = 200000$$

مربع، نشان‌دهنده چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد.)

۲ فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه

داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت، چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟



۳ یک سالن مستطیل‌شکل داریم. می‌خواهیم در مکانی از سقف این سالن،

یک دریچه خنک‌کن (مصوب فرهنگستان به عنوان معادل Cooler) قرار

دهیم؛ به طوری که از ۴ گوشه آن به یک اندازه فاصله داشته باشد. محل

دریچه را تعیین کنید.

مرور راهبردها

صفحه ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی

۱ $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس، فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲ مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی‌متر، ۱ مترمربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

۳ کشاورزی، زمین خود را به نسبت‌های زیر بذرپاشی کرده است:

گندم: ۴۵٪، جو: ۳۷/۵٪، ذرت: ۱۷/۵٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



۴ حاصل عبارت روبه‌رو را پیدا کنید.

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} =$$

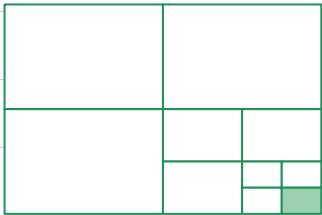
۵ در یک کارگاه تولیدی، ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده که، $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۳۵۰۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۴۲۰۰۰۰ تومان باشد، درآمد این

کارگاه چقدر است؟



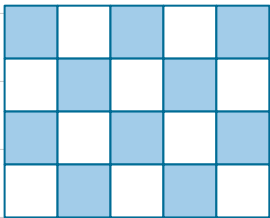
۶ سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی خانه $\left[\begin{smallmatrix} ۲ \\ ۳ \end{smallmatrix} \right]$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ می‌برد. در حال حاضر، مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

۷ چه کسری از شکل زیر، رنگی است؟ توضیح دهید.



۸ اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه

کسری از دیوار، کاشی آبی دارد؟



۹ در چند حالت، حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی، ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰ عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟