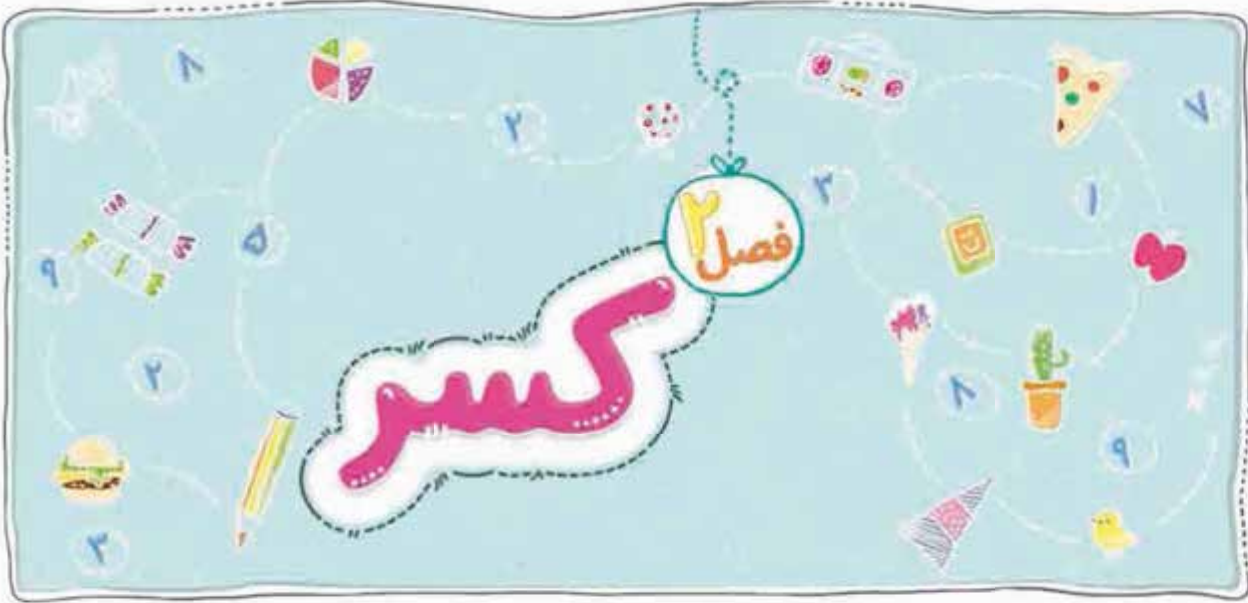


۵	فصل اول: عدد و الگوهای عددی
۵	درس اول: الگوهای عددی
۹	درس دوم: یادآوری عددنویسی
۱۳	درس سوم: بخش پذیری
۲۱	درس چهارم: معرفی اعداد صحیح
۵۲	فصل دوم: کسر
۵۴	درس اول: جمع و تفریق کسرها
۵۸	درس دوم: ضرب کسرها
۶۲	درس سوم: تقسیم کسرها
۶۴	درس چهارم: محاسبات با کسر
۹۲	فصل سوم: اعداد اعشاری
۹۲	درس اول: یادآوری اعداد اعشاری
۹۸	درس دوم: یادآوری ضرب و تقسیم
۱۰۲	درس سوم: تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی
۱۰۵	درس چهارم: تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری
۱۳۵	فصل چهارم: تقارن و مختصات
۱۳۵	درس اول: مرکز تقارن و تقارن مرکزی
۱۳۹	درس دوم: دوران
۱۴۱	درس سوم: محورهای مختصات
۱۴۵	درس چهارم: تقارن و مختصات
۱۸۲	آزمون نیم سال اول
۱۸۷	فصل پنجم: اندازه گیری
۱۸۷	درس اول: طول و سطح
۱۹۲	درس دوم: حجم و جرم
۱۹۷	درس سوم: مساحت دایره
۱۹۹	درس چهارم: خط و زاویه
۲۴۱	فصل ششم: تناسب و درصد
۲۴۱	درس اول: نسبت
۲۴۴	درس دوم: تناسب
۲۴۸	درس سوم: درصد
۲۵۲	درس چهارم: کاربرد درصد در محاسبات مالی
۳۰۵	فصل هفتم: تقریب
۳۰۵	درس اول: تقریب
۳۰۹	درس دوم: اندازه گیری و محاسبات تقریبی
۳۳۵	آزمون نیم سال دوم

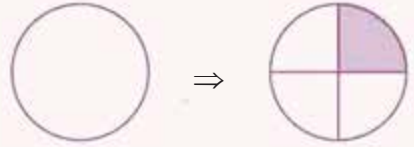


در سال‌های قبل با مفهوم کسر آشنا شدیم و می‌دانیم وقتی بخواهیم قسمتی از یک شکل یا هر چیزی که به صورت مساوی تقسیم شده باشد را نشان دهیم، از کسر استفاده می‌کنیم. مثلاً در شکل زیر اگر بخواهیم عدد کسری مربوط به قسمت رنگی را بنویسیم، ابتدا تعداد خانه‌های رنگی را در صورت کسر و سپس تعداد کل خانه‌های شکل را در مخرج کسر می‌نویسیم:






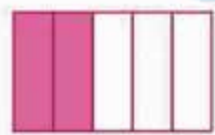
$$\frac{\text{تعداد خانه‌های رنگی}}{\text{تعداد کل خانه‌ها}} = \frac{3}{4} = \text{عدد کسری مربوط به قسمت رنگی}$$

یا مثلاً اگر بخواهیم $\frac{1}{4}$ از شکل زیر را رنگ کنیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



که در این صورت عدد کسری مربوط به قسمت رنگی در شکل برابر با $\frac{1}{4}$ است. خوب حالا به مثال زیر توجه کنید.

مثال در هر کدام از شکل‌های زیر عدد کسری قسمت رنگ شده را بنویسید.

	(۴)		(۳)		(۲)		(۱)
$\frac{2}{4}$ (۴)		$\frac{3}{4}$ (۳)		$\frac{4}{8}$ (۲)		$\frac{2}{5}$ (۱)	

پایان

به طور کلی کسرها به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- ۱) کسرهایی کوچک‌تر از واحد: $\frac{2}{3}, \frac{5}{11}, \frac{6}{7}, \dots$
- ۲) کسرهایی که صورت و مخرج برابر دارند مثل: $\frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{7}{7}, \dots$
- ۳) کسرهایی بزرگ‌تر از واحد: $\frac{4}{3}, \frac{17}{5}, \frac{21}{4}, \dots$

- ۱) کسرهایی کوچک‌تر از واحد: در این کسرها صورت کسر، کوچک‌تر از مخرج آن است مثل:
- ۲) کسرهایی که صورت و مخرج برابر دارند مثل:
- ۳) کسرهایی بزرگ‌تر از واحد: کسرهایی که صورت آن‌ها از مخرجشان بزرگ‌تر است مثل:



کسرهایی که صورت آن‌ها صفر باشد برابر با صفر هستند. یعنی اگر عدد ۰ را بر عددی تقسیم کنیم حاصل

$$\frac{0}{4} = 0, \frac{0}{20} = 0, \frac{0}{55} = 0$$

همیشه صفر خواهد شد:

عدد مخلوط

عددی که از یک قسمت صحیح و یک کسری که معمولاً کوچک‌تر از واحد است تشکیل شده است. مثل: $4\frac{2}{5}$
از بین کسرها، کسرهایی بزرگ‌تر از واحد که صورت آن‌ها به مخرجشان بخش‌پذیر نباشد را می‌توانیم به صورت عدد مخلوط بنویسیم.

$$\frac{7}{4}, \frac{120}{7}, \frac{49}{17}, \dots$$

مثل:

به مثال زیر توجه کنید:

برای هر کدام از شکل‌های زیر، یک کسر بزرگ‌تر از واحد و یک عدد مخلوط بنویسید.

	واحد		کسر	عدد مخلوط
(۱)			$\frac{10}{3}$	$3\frac{1}{3}$
(۲)			$\frac{11}{4}$	$2\frac{3}{4}$
(۳)			$\frac{37}{8}$	$4\frac{5}{8}$

برای نوشتن عدد کسری قسمت رنگی در شکل‌های بالا تعداد قسمت‌های رنگی را می‌شماریم و بر کل قسمت‌های شکل واحد تقسیم می‌کنیم:

مثلاً در قسمت (۱)، 10 قسمت رنگی داریم و هر شکل واحد به 3 قسمت مساوی تقسیم شده؛ پس عدد کسری مربوط به آن برابر با $\frac{10}{3}$ است.

برای نوشتن عدد مخلوط مربوط به شکل (۱) ابتدا تعداد شکل‌های واحدی که به طور کامل رنگ شده‌اند را پشت خط کسری می‌نویسیم، سپس عدد کسری مربوط به شکلی که قسمتی از آن رنگ شده است را می‌نویسیم که به صورت مقابل می‌شود:

$$3\frac{1}{3}$$

همین‌طور عدد کسری و عدد مخلوط مربوط به شکل‌های (۲) و (۳) را می‌نویسیم.

همیشه کشیدن شکل و نوشتن عدد مخلوط مربوط به آن راحت نیست و ممکنه خیلی طول بکشد؛ پس می‌تونیم از روش‌های زیر استفاده کنیم:

تبدیل کسر به عدد مخلوط

روش اول: صورت کسر را به صورت جمع عددهایی که برابر با مخرج کسر هستند تا جای ممکن بنویسیم به‌علاوه‌ی یک عدد دیگر که برابر با مخرج کسر نیست و اگر با عددهای قبلی جمع شود برابر با صورت کسر می‌شود. و بعد به صورت زیر عمل کنیم:

$$\frac{35}{4} = \frac{4+4+4+4+4+4+4+4+3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$$

$$\frac{22}{7} = \frac{7+7+7+1}{7} = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$$

روش دوم: بزرگ‌ترین مضرب مخرج کسر که کوچک‌تر از صورت کسر باشد را در صورت کسر می‌نویسیم به‌علاوه‌ی عددی که اگر با آن جمع شود برابر با صورت کسر می‌شود؛ در مخرج هم همان عدد مخرج را قرار می‌دهیم:

$$۳۲ = \text{بزرگ‌ترین مضرب ۴ که از ۳۵ کم‌تر باشد} \quad \frac{۳۵}{۴} = \frac{۳۲+۳}{۴} = \frac{۳۲}{۴} + \frac{۳}{۴} = ۸ + \frac{۳}{۴} = ۸\frac{۳}{۴}$$

$$۲۱ = \text{بزرگ‌ترین مضرب ۷ که از ۲۲ کم‌تر باشد} \quad \frac{۲۲}{۷} = \frac{۲۱+۱}{۷} = \frac{۲۱}{۷} + \frac{۱}{۷} = ۳ + \frac{۱}{۷} = ۳\frac{۱}{۷}$$

روش سوم: صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت به دست آمده برابر با عدد صحیحی است که پشت خط کسری در عدد مخلوط قرار می‌گیرد. مقسوم‌علیه نشان‌دهنده‌ی مخرج کسر و باقی‌مانده برابر با صورت کسر است.

باقی‌مانده / خارج قسمت = عدد مخلوط

$$\begin{array}{r} ۲۲ \overline{) ۳۵} \\ \underline{- ۲۱} \\ ۱۴ \\ \underline{- ۱۴} \\ ۰ \end{array} \Rightarrow ۳\frac{۱}{۷}$$

باقی‌مانده ← ۱

$$\begin{array}{r} ۳۵ \overline{) ۳۲} \\ \underline{- ۲۸} \\ ۴ \end{array} \Rightarrow ۸\frac{۳}{۴}$$

باقی‌مانده ← ۳

تبدیل عدد مخلوط به کسر: همین‌طور با استفاده از روش زیر می‌توانیم عددهای مخلوط را به عددهای کسری تبدیل کنیم: ابتدا عدد صحیح پشت خط کسری را در مخرج کسر ضرب می‌کنیم و سپس حاصل را با صورت کسر جمع می‌کنیم و عدد به دست آمده را در صورت کسر می‌نویسیم. عدد مخرج هم همان قبلی می‌ماند. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$۵\frac{۳}{۷} = \frac{(۵ \times ۷) + ۳}{۷} = \frac{۳۵ + ۳}{۷} = \frac{۳۸}{۷}$$

$$۳\frac{۵}{۱۲} = \frac{(۳ \times ۱۲) + ۵}{۱۲} = \frac{۳۶ + ۵}{۱۲} = \frac{۴۱}{۱۲}$$

فب تا این‌جا همیشه گفت یادآوری پیزایی بود که از کسر و عدد مخلوط در سال‌های گذشته یاد گرفتین.

هالا بریم سراغ قسمت‌های اصلی درس 😊

جمع و تفریق کسرها

درس ۱

همیشه برای این‌که بتوانیم کسرها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم نیاز داریم که مخرج‌های آن‌ها را با هم برابر کنیم در غیر این صورت نمی‌توانیم به راحتی حاصل جمع و تفریق آن‌ها را محاسبه کنیم.

فب چه پوری مفرج کسرها رو یکی کنیم؟

ابتدا باید کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهایی که در مخرج‌های کسرها قرار دارند را بیابیم و آن را در مخرج کسرها بنویسیم، سپس صورت کسر را در عددی ضرب کنیم که اگر مخرج اولیه‌ی کسر در آن عدد ضرب شود برابر با مخرج جدید یا همان کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها می‌شود؛ مثلاً اگر بخواهیم دو کسر $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۱}{۳}$ را با هم جمع کنیم، ابتدا کوچک‌ترین مضرب مشترک عدد ۳ و عدد ۵ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$۳ \text{ مضرب‌های } ۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, \dots \quad ۵ \text{ مضرب‌های } ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰$$

$$\frac{۱ \times ۵}{۳ \times ۵} + \frac{۲ \times ۳}{۵ \times ۳} = \frac{۵}{۱۵} + \frac{۶}{۱۵} = \frac{۵+۶}{۱۵} = \frac{۱۱}{۱۵}$$

و در ادامه کسرها را به صورت زیر می‌نویسیم و با هم جمع می‌کنیم:

اگر در جمع و تفریق عدد مخلوط هم داشتیم، ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس مانند قبل عمل می‌کنیم.

حاصل جمع و تفریق های زیر را بیابید.

الف) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

ب) $3\frac{1}{5} + \frac{4}{7}$

پ) $\frac{5}{24} + \frac{7}{16}$

ت) $\frac{5}{9} - \frac{1}{12}$

ث) $\frac{21}{10} - 1\frac{3}{7}$

ج) $2\frac{1}{11} - \frac{2}{33}$

الف) کوچک ترین مضرب مشترک عددهای ۴ و ۶ برابر است با ۱۲، پس داریم:

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$$

ب) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و سپس مانند قبل محاسبات را ادامه می دهیم:

$$3\frac{1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{3 \times 5 + 1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{15+1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{16 \times 7}{5 \times 7} + \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{112}{35} + \frac{20}{35} = \frac{132}{35}$$

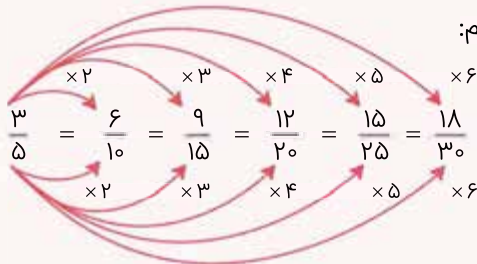
پ) $\frac{5 \times 2}{24 \times 2} + \frac{7 \times 3}{16 \times 3} = \frac{10}{48} + \frac{21}{48} = \frac{31}{48}$

ت) $\frac{5 \times 4}{9 \times 4} - \frac{1 \times 3}{12 \times 3} = \frac{20}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20-3}{36} = \frac{17}{36}$

ث) $2\frac{1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{2 \times 11 + 1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{22+1}{11} - \frac{2}{33} = \frac{23 \times 3}{11 \times 3} - \frac{2 \times 1}{33 \times 1} = \frac{69}{33} - \frac{2}{33} = \frac{69-2}{33} = \frac{67}{33}$

ج) $\frac{21}{10} - 1\frac{3}{7} = \frac{21}{10} - \frac{1 \times 7 + 3}{7} = \frac{21}{10} - \frac{7+3}{7} = \frac{21 \times 7}{10 \times 7} - \frac{10 \times 10}{7 \times 10} = \frac{147}{70} - \frac{100}{70} = \frac{147-100}{70} = \frac{47}{70}$

کسرهای مساوی اگر هم صورت و هم مخرج کسری را در عددی ضرب کنیم، کسر حاصل برابر با همان کسر قبلی می شود. مثلاً اگر بخواهیم چند کسر مساوی با کسر $\frac{3}{5}$ بنویسیم، داریم:



به شکل های زیر توجه کنید:



الف)



ب)



ج)

در شکل «الف»، $\frac{1}{2}$ از شکل رنگ شده است.

در شکل «ب»، $\frac{3}{4}$ از شکل رنگ شده است.

و در شکل «ج»، $\frac{4}{6}$ از شکل رنگ شده است.

اگر دقت کنید در شکل های بالا مساحت قسمت های رنگی در هر سه شکل برابر است.

پس عددهای کسری قسمت های رنگی آن ها نیز با هم برابر است؛ اگر صورت و مخرج $\frac{1}{2}$ را در عدد ۲ ضرب کنیم، کسر

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

$\frac{2}{4}$ به دست می آید:

و اگر صورت و مخرج $\frac{1}{4}$ را در ۳ ضرب کنیم کسر $\frac{3}{12}$ به دست می آید.

پس کسرهای $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{6}$ و ... با هم برابرند.

پس در جمع و تفریق وقتی صورت و مخرج کسرها را در عددی ضرب می کنیم، در نتیجه حاصل از جمع و

تفریق هیچ تغییری ایجاد نمی شود، چون کسر هیچ تغییری نمی کند و با کسر قبلی برابر است.

مقایسه کسرها برای این که بتوانیم کسرها را با هم مقایسه کنیم باید به نکات زیر توجه کنیم:

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$$

۱) اگر مخرج کسرها با هم برابر بود کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد:

$$\frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$$

۲) اگر صورت کسرها با هم برابر بود کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد:

۳) اگر صورت و مخرج کسرها هیچ کدام با هم برابر نباشند باید مخرج مشترک کسرها را بیابیم و سپس صورت و

مخرج هر کسر را در عددی ضرب کنیم که مخرج آن‌ها برابر با کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها شود. سپس چون مخرج‌ها یکسان می‌شود با توجه به نکته‌ی ۱ کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد:

مثلاً اگر بخواهیم عددهای روبه‌رو را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهای ۵، ۴ و ۱۰ = ۲۰

$$\frac{1 \times 4}{5 \times 4}, \frac{3 \times 5}{4 \times 5}, \frac{7 \times 2}{10 \times 2} \Rightarrow \frac{4}{20} < \frac{15}{20} < \frac{14}{20}$$

در مقایسه‌ی کسرها حالت‌های خاصی نیز وجود دارد که با توجه به آن‌ها راحت‌تر و سریع‌تر می‌توانیم کسرها را مقایسه کنیم.

$$\frac{2}{3} < \frac{6}{6}$$

۱) کسرهایی کوچک‌تر از واحد از کسرهایی مساوی با واحد کوچک‌ترند، مثل:

$$\frac{5}{2} > \frac{7}{7}$$

۲) کسرهایی بزرگ‌تر از واحد از کسرهایی مساوی با واحد بزرگ‌ترند، مثل:

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{2}$$

۳) کسرهایی کوچک‌تر از واحد از کسرهایی بزرگ‌تر از واحد کوچک‌ترند، مثل:

$$\frac{0}{3} < \frac{1}{20}$$

۴) کسرهایی که صورت آن‌ها برابر با صفر است از هر کسر مثبت کوچک‌ترند، مثل:

مقایسه‌ی عددهای مخلوط توجه کنید که در مقایسه‌ی عددهای مخلوط اگر قسمت‌های کسری هر کدام کوچک‌تر از واحد

بود می‌توانیم قسمت صحیح عدد مخلوط‌ها را با هم مقایسه کنیم و عددی بزرگ‌تر است که قسمت صحیحش بزرگ‌تر باشد.

اما اگر قسمت کسری آن‌ها کوچک‌تر از واحد نبود و یا قسمت‌های صحیح عدد مخلوط‌ها با هم برابر بود بهترین راه این است که ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم سپس آن‌ها را با هم مقایسه کنیم.

به مثال زیر توجه کنید:

مثال در جاهای خالی علامت، $(=)$ را قرار دهید.

$$1) 5\frac{1}{6} \bigcirc 3\frac{4}{5}$$

$$2) 2\frac{3}{7} \bigcirc 2\frac{4}{7}$$

$$3) 1\frac{2}{3} \bigcirc 1\frac{4}{7}$$

$$4) 3\frac{17}{3} \bigcirc 5\frac{1}{3}$$

$$5) 1\frac{15}{4} \bigcirc 2\frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{5} > \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$$

۱) چون قسمت کسری عدد مخلوط‌ها، کوچک‌تر از واحد است. پس

می‌توانیم قسمت‌های صحیح آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

۲) چون قسمت‌های کسری کوچک‌تر از واحد هستند، می‌توانیم قسمت‌های

صحیح را با هم مقایسه کنیم و چون قسمت‌های صحیح هر دو با هم برابر

است؛ پس کسرهایی آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. (چون مخرج یکسان

دارند عدد مخلوط را تبدیل به کسر نمی‌کنیم.)

۳) چون قسمت صحیح دو عدد با هم برابر است و مخرج کسرها با هم یکسان نیست؛ پس بهترین راه تبدیل کردن عددهای مخلوط

$$1\frac{2}{3} \bigcirc 1\frac{4}{7} \xrightarrow{\text{تبدیل عدد مخلوط به کسر}} \frac{1 \times 3 + 2}{3} \bigcirc \frac{1 \times 7 + 4}{7} \Rightarrow \frac{5 \times 7}{3 \times 7} \bigcirc \frac{11 \times 3}{7 \times 3}$$

$$\xrightarrow{\text{یکی کردن مخرج‌ها}} \frac{35}{21} > \frac{33}{21}$$



۴) چون کسر کوچک‌تر از واحد نیست پس عددها را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس با هم مقایسه می‌کنیم:

$$3 \frac{17}{3} \circ 5 \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3 \times 3 + 17}{3} \circ \frac{5 \times 3 + 1}{3} \Rightarrow \frac{9 + 17}{3} \circ \frac{15 + 1}{3} \Rightarrow \frac{26}{3} > \frac{16}{3}$$

۵) مشابه قسمت (۴) عمل می‌کنیم:

$$1 \frac{15}{4} \circ 2 \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{1 \times 4 + 15}{4} \circ \frac{2 \times 10 + 7}{10} \Rightarrow \frac{4 + 15}{4} \circ \frac{20 + 7}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{19 \times 5}{4 \times 5} \circ \frac{27 \times 2}{10 \times 2} \Rightarrow \frac{95}{20} > \frac{54}{20}$$

به مثال دیگه ببینین:

عددهای زیر را با هم مقایسه کنید.

۱) $5 \frac{3}{7} \circ \frac{38}{7}$

۲) $1 \frac{7}{3} \circ \frac{3}{10}$

۳) $2 \frac{3}{4} \circ 1 \frac{14}{8}$

۱) $5 \frac{3}{7} \circ \frac{38}{7} \Rightarrow \frac{5 \times 7 + 3}{7} \circ \frac{38}{7} \Rightarrow \frac{38}{7} = \frac{38}{7}$

۲) $1 \frac{7}{3} \circ \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{1 \times 3 + 7}{3} \circ \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{10 \times 10}{3 \times 10} \circ \frac{3 \times 2}{10 \times 2} \Rightarrow \frac{100}{30} > \frac{6}{30}$

۳) $2 \frac{3}{4} \circ 1 \frac{14}{8} \Rightarrow \frac{2 \times 4 + 3}{4} \circ \frac{1 \times 8 + 14}{8} \Rightarrow \frac{11 \times 2}{4 \times 2} \circ \frac{22}{8} \Rightarrow \frac{22}{8} = \frac{22}{8}$

مقایسه‌ی عددهای کسری و عددهای مخلوط روی محور
ابتدا سعی کنید که مخرج کسرها را یکی کنید سپس هر کدام از عددها را روی محور مشخص می‌کنیم عددی که به سمت راست محور نزدیک‌تر است بزرگ‌تر است.

عددهای $1 \frac{4}{5}$ و $\frac{7}{3}$ را روی محور با هم مقایسه کنید.

ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس مخرج مشترک کسرها را به دست آمده را حساب می‌کنیم:

$$1 \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5 + 4}{5} = \frac{9}{5}, \quad 5 \text{ و } 3 \text{ مشترک مضرب} = 15 \Rightarrow \frac{9 \times 3}{5 \times 3} = \frac{27}{15}, \quad \frac{7 \times 5}{3 \times 5} = \frac{35}{15}$$

سپس هر واحد روی محور را به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و سپس عددهای به دست آمده را روی آن مشخص می‌کنیم:

$$\frac{4}{5} = \frac{27}{15}, \quad \frac{7}{3} = \frac{35}{15}$$



$$\frac{27}{15} < \frac{35}{15}$$

توجه کنید که بدون تبدیل کردن عددهای مخلوط به عدد کسری هم می‌توان آن‌ها را روی محور مشخص کرد.

عددهای $4 \frac{1}{3}$ و $4 \frac{2}{3}$ را روی محور با هم مقایسه کنید.

چون هر کدام ۴ قسمت کامل دارند یعنی عدد صحیح آن‌ها ۴ است. روی محور بعد از عدد ۴ را به صورت زیر

قسمت‌بندی می‌کنیم. ابتدا: $4 \frac{2}{3} = 4 \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = 4 \frac{4}{6}$, $4 \frac{1}{3} = 4 \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = 4 \frac{2}{6}$, $6 =$ مضرب مشترک ۲ و ۳

پس بین عدد ۴ و ۵ روی محور را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:

$$4 \frac{2}{6}, \quad 4 \frac{4}{6}$$



$$4 \frac{2}{6} < 4 \frac{4}{6}$$

که چون کسر $4 \frac{4}{6}$ به سمت راست محور نزدیک‌تر است پس بزرگ‌تر است:



جمع و تفریق عددهای کسری و اعداد مخلوط روی محور
 برای محاسبه جمع و تفریق روی محورها نیز نیاز است مخرج مشترک کسرها را داده شده را حساب کنیم و سپس هر واحد روی محور را، به تعداد آن به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم: حالا به اندازه‌ی اولین عدد از نقطه‌ی صفر به سمت راست می‌رویم و سپس از همان‌جا به اندازه‌ی دومین عدد به جلو می‌رویم (به عقب می‌رویم) اگر جمع باشد (اگر تفریق باشد).

مثال جمع و تفریق‌های زیر را روی محور نشان دهید و جواب را محاسبه کنید.

الف) $1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ ب) $\frac{4}{5} - \frac{7}{10}$ پ) $2\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

پایسج

الف) $1\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 1\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$

ب) $\frac{4 \times 2}{5 \times 2} - \frac{7}{10} = \frac{8}{10} - \frac{7}{10} = \frac{1}{10}$

پ) $2\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = 2\frac{4}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = 2\frac{3}{12}$

دروس ضرب کسرها

ضرب کسرها حالت‌های مختلفی دارد که در زیر به آن‌ها اشاره شده است:

۱) ضرب کسر در کسر: در این حالت صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم؛ مثلاً:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 7 \times 3}{4 \times 8 \times 5} = \frac{63}{160}$$

۲) ضرب کسر در عدد صحیح: ابتدا مخرج عدد صحیح را یک قرار می‌دهیم؛ سپس مانند قبل داریم:

$$\frac{5}{14} \times 9 = \frac{5}{14} \times \frac{9}{1} = \frac{5 \times 9}{14 \times 1} = \frac{45}{14}$$

۳) ضرب کسر در عدد مخلوط: ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم؛ سپس مانند قبل داریم:

$$\frac{3}{7} \times 2\frac{7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{2 \times 8 + 7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{16 + 7}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{23}{8} = \frac{3 \times 23}{7 \times 8} = \frac{69}{56}$$

$$2\frac{1}{4} \times 5\frac{3}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{2 \times 4 + 1}{4} \times \frac{5 \times 8 + 3}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{9}{4} \times \frac{43}{8} \times \frac{11}{5} = \frac{9 \times 43 \times 11}{4 \times 8 \times 5} = \frac{4257}{160}$$



نمایش ضرب عدد صحیح در کسر و عدد مخلوط روی محور ابتدا اگر عدد مخلوط داشتیم آن را تبدیل به کسر می‌کنیم و هر واحد محور را به اندازه‌ی عدد مخرج به طور مساوی تقسیم‌بندی می‌کنیم، سپس از نقطه‌ی ۰ شروع می‌کنیم و هر بار به اندازه‌ی صورت کسر روی قسمت‌های محور حرکت می‌کنیم این کار را به تعداد عدد صحیحی که در عدد کسری ضرب شده تکرار می‌کنیم. در آخر نقطه‌ای که روی آن هستیم حاصل ضرب دو عدد داده شده است. به مثال زیر توجه کنید:

مثال ضرب‌ها را روی محور نمایش دهید و حاصل را بیابید.

الف) $4 \times \frac{3}{5}$ ب) $3 \times 2\frac{1}{3}$

پیدا کردن الف) ابتدا واحدهای محور را به ۵ قسمت تقسیم می‌کنیم و داریم:

ب) عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس مانند قبل ادامه می‌دهیم:

$$3 \times 2\frac{1}{3} = 3 \times \frac{7}{3} = 3 \times \frac{7}{3} = 7$$

ضرب اعداد مخلوط با استفاده از شکل چون این روش مشابه به دست آوردن مساحت مستطیل است، به روش محاسبه‌ی مساحتی معروف شده است. ابتدا هر عدد مخلوط را روی یکی از اضلاع مستطیل مانند نمونه‌های زیر قرار می‌دهیم و سپس مساحت هر قسمت تشکیل شده را محاسبه می‌کنیم. با جمع محاسبات به دست آمده در هر قسمت، حاصل ضرب عدد مخلوط‌ها به دست می‌آید:

الف) $2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4}$

	1	1	$\frac{2}{3}$
1	1×1	1×1	$1 \times \frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 1$	$\frac{1}{4} \times 1$	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

$$= (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} \times 1) + (\frac{1}{4} \times 1) + (\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}) = 1 + 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{12}$$

$$= 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{6} = 2 + \frac{8}{12} + \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = 2 + \frac{16}{12} = 2 + 1\frac{4}{3} = 3\frac{4}{3} = 3\frac{1}{3}$$

برابر با $\frac{10}{3}$

ب) $3\frac{2}{5} \times 2\frac{4}{15}$

	1	1	1	$\frac{2}{5}$
1	1×1	1×1	1×1	$1 \times \frac{2}{5}$
1	1×1	1×1	1×1	$1 \times \frac{2}{5}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15} \times 1$	$\frac{4}{15} \times 1$	$\frac{4}{15} \times 1$	$\frac{4}{15} \times \frac{2}{5}$

$$= (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times \frac{2}{5}) + (1 \times \frac{2}{5}) + (\frac{4}{15} \times 1)$$

$$+ (\frac{4}{15} \times 1) + (\frac{4}{15} \times 1) + (\frac{4}{15} \times \frac{2}{5}) = 6 + \frac{4 \times 15}{15 \times 15} + \frac{12 \times 5}{15 \times 5} + \frac{8}{75} = 6 + \frac{60 + 60 + 8}{75}$$

$$= 6 + \frac{128}{75} = \frac{578}{75}$$



معکوس هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر با ۱ شود، آن دو عدد را معکوس یکدیگر می‌گویند.

تنها عددی که معکوس ندارد عدد ۰ است.

برای نوشتن معکوس یک کسر که مخالف صفر است، جای صورت و مخرج آن را با هم عوض می‌کنیم؛ عدد به دست

آمده معکوس کسر اولیه است. مثل: $\frac{5}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{5}$ $\frac{1}{6} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{6}{1}$ $\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{2}{3}$

برای نوشتن معکوس عددهای مخلوط ابتدا آن‌ها را به صورت کسر می‌نویسیم و سپس معکوس آن را به دست

می‌آوریم. مثل: $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5 + 3}{5} = \frac{20 + 3}{5} = \frac{23}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{23}$

دقت کنید که هر کدام از عددهای بالا را در معکوسش ضرب کنیم جواب برابر با واحد می‌شود:

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$ $\frac{6}{1} \times \frac{1}{6} = \frac{6 \times 1}{1 \times 6} = \frac{6}{6} = 1$

حالا با استفاده از شکل نشان می‌دهیم که حاصل ضرب یک عدد در معکوسش برابر با یک است.

به مثال‌های زیر دقت کنید:

عبارت ریاضی	شکل جدید	عمل جدید	کسر مربوط	شکل رنگ شده	واحد
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$		$\frac{2}{3}$ از قسمت رنگی را هاشور بزنید.	$\frac{3}{2}$		
$\frac{1}{6} \times 6 = 1$		$\frac{1}{6}$ از قسمت رنگی را هاشور بزنید.	$\frac{6}{1}$		

در قسمت (الف) شکل $\frac{3}{2}$ را نشان داده‌ایم سپس $\frac{2}{3}$ از قسمتی که رنگ شده را هاشور زده‌ایم که شکل هاشورخورده شکل مربوط به حاصل ضرب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$ است.

در قسمت (ب) نیز شکل مربوط به عدد ۶ را با توجه به واحد مشخص کرده‌ایم و سپس $\frac{1}{6}$ آن را رنگ کرده‌ایم که شکل هاشورخورده شکل مربوط به ضرب $\frac{1}{6} \times 6$ است.

حالا به مثال زیر توجه کنید:

مثال در جای خالی عددی قرار دهید تا رابطه درست باشد.

الف) $\frac{3}{4} \times \text{●} > 1$

ب) $2\frac{1}{5} \times \text{●} < 1$

پرسش الف) اگر هر عدد را در معکوس خودش ضرب کنیم، برابر با ۱ می‌شود.

برای این که بزرگ‌تر از ۱ شود، باید در عددی بزرگ‌تر از معکوسش ضرب شود، یعنی در جای خالی باید کسری

بزرگ‌تر از کسر $\frac{4}{3}$ قرار دهیم: $\frac{5}{3}, \frac{4}{2}, \dots$

ب) ابتدا عدد مخلوط $2\frac{1}{5}$ را به کسر تبدیل می‌کنیم:

$2\frac{1}{5} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} = \frac{11}{5}$

حالا برای این که رابطه درست باشد، باید در عددی کوچک‌تر از معکوس خودش یعنی $\frac{5}{11}$ ضرب شود که می‌توانند

عددهای زیر باشند: $\frac{4}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{20}, \dots$



• ساده کردن کسرها تا حد امکان • در این روش می‌توانیم عددهای صورت و مخرج کسر را به صورت ضرب دو یا چند عدد بنویسیم و سپس اعداد مشترک در صورت و مخرج را ساده کنیم (حذف کنیم) و به جای آن‌ها عدد ۱ را بگذاریم:

مثال کسره‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید و حاصل را بنویسید.

$$\frac{28}{49} = \frac{4 \times \cancel{7}}{7 \times \cancel{7}} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{15 \times 34}{17 \times 3} = \frac{5 \times \cancel{2} \times \cancel{17} \times 2}{\cancel{17} \times 3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{81 \times 4 \times 25}{7 \times 5 \times 27} = \frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 4 \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{7 \times \cancel{5} \times \cancel{9} \times \cancel{3}} = \frac{3 \times 4 \times 5}{7} = \frac{60}{7}$$

• پیدا کردن مقدار نامعلوم در تساوی کسرها • می‌دانیم که اگر هم صورت و هم مخرج کسری را در عددی ضرب کنیم، کسر حاصل با کسر اولیه مساوی خواهد بود.

مثال زیر را ببینید.

مثال در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید به طوری که همه‌ی کسرها با هم برابر شوند.

(الف) $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{5}$

(ب) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{\quad}{25}$

(ج) $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5}$

حالا توجه کنید اگر بخواهیم عددی که باید در جای خالی قرار دهیم را محاسبه کنیم می‌توانیم از دو روش زیر استفاده کنیم:

$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{24}$

$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$

$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{24}$

روش اول: چون عدد مخرج یعنی ۴ در ۶ ضرب شده پس صورت هم باید در ۶ ضرب شود:

روش دوم: به صورت مقابل ضرب‌دری (پروانه‌ای) عمل می‌کنیم:

دو عددی که در یک حلقه قرار دارند را در هم ضرب می‌کنیم و بر عددی که در حلقه‌ی دیگر قرار دارد تقسیم می‌کنیم. جواب حاصل برابر با عددی که باید در جای خالی قرار دهیم می‌شود.

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 24}{4} = 3 \times \frac{24}{4} = 3 \times 6 = 18$

به عبارت دیگر اول عدد ۲۴ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم تا ببینیم عدد ۴ در چند ضرب شده است که به ۶ رسیده است؛ بعد عدد ۳ را در همان عدد ضرب می‌کنیم.

مثال جاهای خالی را پر کنید.

(الف) $\frac{2}{18} = \frac{\quad}{3}$ \Rightarrow $\frac{2 \times 18}{3} = 12$

(ب) $\frac{5}{21} = \frac{10}{\quad}$ \Rightarrow $\frac{21 \times 10}{5} = 42$



به طور کلی در تساوی دو کسر مثل $\frac{?}{\square} = \frac{\triangle}{\circ}$ ، از رابطه‌ی زیر برای به دست آوردن $?$ استفاده می‌کنیم:

$$? = \frac{\triangle \times \square}{\circ}$$

تقسیم کسرها

درس ۳

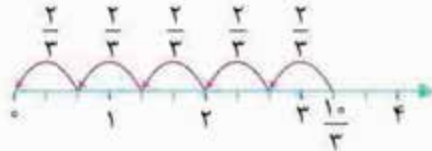
نمایش تقسیم کسر روی محور ابتدا اگر عدد مخلوط و یا عدد صحیحی در تقسیم وجود داشت، به کسر تبدیل می‌کنیم و مخرج مشترک می‌گیریم. بعد از تقسیم‌بندی محور، عدد سمت چپ را روی محور مشخص می‌کنیم. حالا از آن نقطه شروع می‌کنیم و به اندازه‌ی کسر دوم به سمت صفر حرکت می‌کنیم. تعداد حرکت‌های ما روی محور تا به صفر برسیم جواب است.

مثال تقسیم‌های زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل را بنویسید.

الف) $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$

ب) $6 \div \frac{3}{4}$

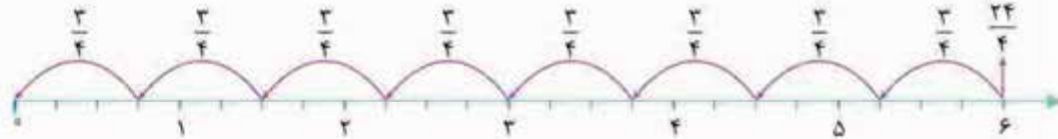
الف) چون با ۵ حرکت به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ از $\frac{1}{3}$ به صفر رسیدیم؛ پس پاسخ ۵ است.



$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = 5$$

$$\frac{6 \times 4}{1 \times 4} \div \frac{3}{4} = \frac{24}{4} \div \frac{3}{4}$$

ب)



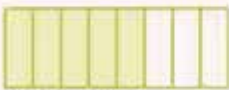
$$6 \div \frac{3}{4} = 8$$

پاسخ برابر با ۸ است.

تقسیم کسر با استفاده از شکل

ابتدا اگر عدد مخلوط و یا عدد صحیح داشتیم، آن‌ها را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس راحت‌تر است که مخرج مشترک بگیریم و تقسیم را روی شکل به صورت زیر انجام دهیم. به نمونه‌ها دقت کنید:

الف) $\frac{5}{8} \div \frac{1}{8}$

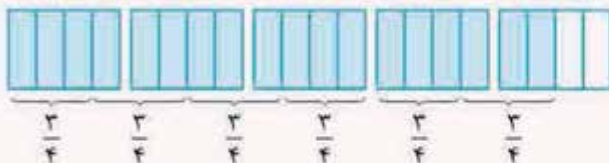


چون مخرج یکسان و برابر با ۸ دارند؛ پس یک شکل می‌کشیم و آن را به ۸ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم؛ سپس به اندازه‌ی عدد سمت چپ یعنی ۵ قسمت از آن را رنگ می‌کنیم:

$$\frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$$

سپس قسمت‌های رنگی را $\frac{1}{8}$ ، $\frac{1}{8}$ جدا می‌کنیم که برابر با ۵ قسمت به اندازه‌ی $\frac{1}{8}$ می‌شود. $\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = 5$

ب) $4 \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{4 \times 2 + 1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9 \times 2}{2 \times 2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \div \frac{3}{4}$



پس جواب برابر با ۶ می‌شود. $4 \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = 6$



با روش‌های زیر می‌توانیم تقسیم کسر را بدون کشیدن محور و یا شکل نیز انجام دهیم:

روش اول: از کسرهای مخرج مشترک می‌گیریم و بعد برای به دست آوردن حاصل تقسیم فقط صورت کسر اول را بر

$$\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} \div \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{4}{6} \div \frac{3}{6} = \frac{4}{3}$$

صورت کسر دوم تقسیم می‌کنیم:

تبدیل تقسیم به ضرب

روش دوم: کسر اول را می‌نویسیم. به جای علامت تقسیم علامت ضرب می‌گذاریم و کسر دوم را معکوس می‌کنیم.

حالا اگر حاصل ضرب عبارت جدید را بباییم، برابر همان تقسیم اولیه خواهد بود.

$$\frac{4}{3} \div \frac{20}{9} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{20} = \frac{4 \times 9}{3 \times 20} = \frac{4 \times 3 \times 3}{3 \times 4 \times 5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{2 \times 2 + 4}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{14}{5} \div \frac{7}{2} = \frac{14}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{5}$$

خب حالا به مثال زیر پاسخ دهید.

حاصل تقسیم‌های زیر را بیابید.

الف) $\frac{4}{21} \div \frac{14}{3}$

ب) $\frac{8}{12} \div \frac{2}{3}$

پ) $\frac{7}{5} \div \frac{35}{2}$

ت) $4\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{4}$

ث) $2\frac{1}{10} \div 1\frac{2}{5}$

ج) $\frac{20}{36} \div \frac{15}{40}$

با استفاده از روش تبدیل تقسیم به ضرب همه را حل می‌کنیم:

الف) $\frac{4}{21} \div \frac{14}{3} = \frac{4}{21} \times \frac{3}{14} = \frac{2}{49}$

ب) $\frac{8}{12} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \times \frac{3}{2} = 1 = 1$

پ) $\frac{7}{5} \div \frac{35}{2} = \frac{7}{5} \times \frac{2}{35} = \frac{2}{25}$

ت) $4\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{4} = \frac{4 \times 5 + 2}{5} \div \frac{1 \times 4 + 1}{4} = \frac{22}{5} \div \frac{5}{4} = \frac{22}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{88}{25}$

ث) $2\frac{1}{10} \div 1\frac{2}{5} = \frac{2 \times 10 + 1}{10} \div \frac{1 \times 5 + 2}{5} = \frac{21}{10} \div \frac{7}{5} = \frac{21}{10} \times \frac{5}{7} = \frac{3}{2}$

ج) $\frac{20}{36} \div \frac{15}{40} = \frac{20}{36} \times \frac{40}{15} = \frac{40}{27}$

از قبل می‌دانیم که اگر عددی را در معکوس خودش ضرب کنیم، حاصل برابر با یک می‌شود.

از این نکته می‌توانیم نتیجه بگیریم که هر عدد و کسری را بر خودش تقسیم کنیم، حاصل برابر با ۱ می‌شود.

مثلاً عدد $\frac{2}{5}$ را در نظر بگیرید.

تقسیم $\frac{2}{5}$ بر خودش $\Rightarrow \frac{2}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$
ضرب $\frac{2}{5}$ در معکوس خودش $\Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$

حالا با توجه به نکته‌ی گفته‌شده جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

الف) $1\frac{3}{4} \div \text{●} < 1$

ب) $\frac{9}{11} \div \text{●} > 1$

الف) ابتدا عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم سپس چون حاصل تقسیم عددی بر خودش برابر با ۱

می‌شود؛ پس برای این‌که حاصل کوچک‌تر از ۱ شود باید عددی بزرگ‌تر از خودش قرار دهیم:

$\frac{1 \times 4 + 3}{4} \div \text{●} < 1 \Rightarrow \frac{7}{4} \div \text{●} < 1$



$$\frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \dots$$

در جای خالی می‌تواند عدد بزرگ‌تر از $\frac{7}{4}$ قرار بگیرد؛ مثل:

ب) برای این‌که حاصل تقسیم بزرگ‌تر از یک شود باید $\frac{9}{11}$ بر عددی کوچک‌تر از خودش تقسیم شود؛ پس

$$\frac{8}{11}, \frac{7}{11}, \dots$$

می‌توانیم از عددهای کوچک‌تر از $\frac{9}{11}$ استفاده کنیم؛ مثل:

درس ۴

محاسبات با کسر

ترتیب انجام عملیات: توجه کنید در عبارتهای ریاضی نمی‌توان بدون ترتیب و به دلخواه عبارت را حل کنیم بلکه باید با ترتیب زیر حل کنیم:

(ابتدا اولویت با عبارتی است که داخل پرانتز است. دوم اولویت با ضرب و تقسیم‌ها از سمت چپ عبارت و همین‌طور در اولویت‌های بعدی جمع و تفریق است.)
به مثال‌های زیر توجه کنید:

حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

الف) $1\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{15} \times \frac{4}{7} + 2$

ب) $2\frac{1}{5} \times (3 - 1\frac{2}{3}) - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15}$

الف) $\frac{1 \times 3 + 2}{3} \div \frac{2 \times 15 + 1}{15} \times \frac{4}{7} + 2 = \frac{5}{3} \div \frac{31}{15} \times \frac{4}{7} + 2 = \frac{5}{3} \times \frac{15}{31} \times \frac{4}{7} + 2 = \frac{25}{31} \times \frac{4}{7} + 2$

$$= \frac{100}{217} + \frac{2 \times 217}{1 \times 217} = \frac{100 + 434}{217} = \frac{534}{217}$$

ب) $2\frac{1}{5} \times \left(\frac{3 \times 3 - 1 \times 3 + 2}{1 \times 3} \right) - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = 2\frac{1}{5} \times \left(\frac{9 - 3 + 2}{3} \right) - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{2 \times 5 + 1}{5} \times \frac{4}{3} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15}$

$$= \frac{11}{5} \times \frac{4}{3} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{44}{15} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{44}{15} - \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{44 \times 2}{15 \times 2} - \frac{3 \times 15}{2 \times 15} = \frac{88 - 45}{30} = \frac{43}{30}$$

کسره‌های مرکب به کسرهایی که در صورت و مخرج آن‌ها عبارتهایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم باشد، کسر مرکب می‌گوئیم و برای به دست آوردن حاصل این کسر ابتدا حاصل صورت و مخرج را جداگانه حساب می‌کنیم و سپس آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

به نمونه‌ی حل‌شده‌ی زیر توجه کنید:

$$\frac{3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2}}{\frac{5}{7} + 1\frac{1}{4}} = \frac{3 \times 5 + 1 - 2 \times 2 + 1}{5} \div \frac{5 \times 4 + 1 \times 4 + 1}{7} = \frac{16 \times 2 - 5 \times 5}{5 \times 4 + 5 \times 7} = \frac{32 - 25}{28 + 35} = \frac{7}{55} = \frac{7}{10} \div \frac{55}{28} = \frac{7}{10} \times \frac{28}{55} = \frac{98}{275}$$

خب حالا مانند نمونه‌ی بالا حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{1\frac{1}{5} - \frac{3}{6}}{\frac{5}{4} - \frac{6}{5}}$

ب) $\frac{5\frac{1}{4} \div \frac{7}{8}}{3\frac{1}{3} \times \frac{3}{10}}$

مثال $\frac{(1 - \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{1}{4})}{(2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}) \div (3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{5})}$



$$\text{الف) } \frac{1}{5} - \frac{3}{6} = \frac{1 \times 6 - 3 \times 5}{5 \times 6} = \frac{6 - 15}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{4} = \frac{3 \times 4 - 6 \times 5}{5 \times 4} = \frac{12 - 30}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{7}{10} \div \frac{9}{10} = \frac{7}{10} \times \frac{10}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\text{ب) } \frac{5}{4} \div \frac{7}{8} = \frac{5 \times 4 + 1}{4} \div \frac{7}{8} = \frac{21}{4} \div \frac{7}{8} = \frac{21}{4} \times \frac{8}{7} = \frac{21 \times 2}{4 \times 1} = \frac{42}{4} = \frac{21}{2} = 10 \frac{1}{2}$$

$$\text{پ) } \frac{(1 - \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{1}{4})}{(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}) \div (\frac{3}{4} + \frac{2}{5})} = \frac{(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}) \div (\frac{4}{4} + \frac{1}{4})}{(\frac{2 \times 5 + 1 \times 5}{5} + \frac{1 \times 5 + 1}{5}) \div (\frac{3 \times 4 + 1}{4} + \frac{2 \times 5 + 1}{5})}$$

$$= \frac{(\frac{1}{3}) \div (\frac{5}{4})}{(\frac{19}{5}) \div (\frac{65}{20} + \frac{44}{20})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}}{\frac{19}{5} \div (\frac{109}{20})} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{19}{5} \times \frac{20}{109}} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{380}{109}} = \frac{4}{15} \times \frac{109}{380} = \frac{109}{285} = \frac{1}{2 \frac{1}{2}}$$

توجه کنید که در محاسبه‌ی عبارت $\frac{15}{76}$ به جای تبدیل آن به $\frac{15}{109} \div \frac{76}{109}$ می‌توانیم از روش دور در دور، نزدیک در نزدیک

$$\frac{15}{76} \div \frac{76}{109} = \frac{15 \times 109}{76 \times 76} = \frac{1635}{5776}$$

که در زیر آورده شده است، استفاده کنیم:

دقت کنید در این روش حاصل ضرب دو عددی که دورتر از هم قرار دارند، در صورت کسر و حاصل ضرب دو عددی که نزدیک به هم قرار دارند، در مخرج کسر نوشته می‌شود. خوب حالا حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{3}{5} - \frac{11}{36} = \frac{3 \times 36 - 11}{36} = \frac{119}{36}$$

$$\frac{119}{36} \div \frac{36}{49} = \frac{119 \times 49}{36 \times 36} = \frac{5841}{1296}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{2+1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2 - 5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{10 \times 1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2 - 5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{10 \times 1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2 - 5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{10 \times 1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

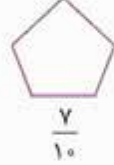
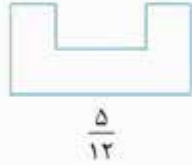
$$= \frac{3 \times 8}{5 \times 8} - \frac{11}{40} = \frac{24}{40} - \frac{11}{40} = \frac{13}{40}$$



پرسش‌های تشریحی ...



۱ با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی، کسر مورد نظر را نشان دهید.



۲ هر کدام از عددهای مخلوط زیر را با شکل نمایش دهید.

الف $1\frac{5}{6}$

ب $2\frac{1}{3}$

پ $5\frac{1}{4}$



۳ شکل روبه‌رو $\frac{5}{3}$ را نشان می‌دهد. شکل واحد را رسم کنید.

۴ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و سپس مشخص کنید نصف عدد پنجم از کدام عددها بزرگ‌تر است؟

$\frac{1}{5}, 2, 0, \frac{2}{2}, 1\frac{2}{5}, 3\frac{2}{3}, 5$

$2, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, 1, \frac{26}{8}, 5, \frac{15}{2}$

۵ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۶ چهار کسر بین ۲ و ۳ بنویسید که از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر باشد.

۷ حاصل جمع و تفریق کسرهای زیر را به دست آورید:

الف $\frac{3}{4} + \frac{3}{7}$

ب $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$

پ $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$

۸ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{5}$

ب $5\frac{11}{15} - 5\frac{2}{9}$

پ $4\frac{2}{7} - 3\frac{2}{8}$

ت $1\frac{1}{2} + 3\frac{2}{4}$

۹ حاصل $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{15}$ را با کمک روش‌های زیر به دست آورید.

پ رسم شکل

ب محور

الف مخرج مشترک‌گیری

۱۰ مجموع کسرهای هر سطر و هر ستون مربع زیر برابر است با $\frac{2}{3}$.

جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	
		$\frac{1}{5}$
$\frac{7}{30}$		



۱۱ خیاطی پارچه‌ای را به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم کرد و $\frac{1}{5}$ ، $\frac{3}{10}$ و $\frac{1}{4}$ از آن‌ها را برای دوخت لباسی استفاده کرد. آیا پارچه‌ای باقی مانده است که در دوخت لباس استفاده نشده باشد؟ اگر پاسخ مثبت است بگویید چه مقدار از پارچه باقی مانده است؟

۱۲ حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{8}{9} \times \frac{5}{7}$$

۱۳ چهار کارت از پنج کارت ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را در جاهای خالی طوری قرار دهید که:

الف حاصل $\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad}$ بزرگ‌ترین حالت ممکن شود. حاصل $\frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$ بزرگ‌ترین حالت ممکن شود.

ب حاصل $\frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$ کوچک‌ترین حالت ممکن شود.

۱۴ اگر علی و فاطمه هر کدام $\frac{2}{5}$ از پول خود را در فروشگاه خرج کرده باشند آیا می‌توان گفت که هر دو به یک اندازه‌ی مساوی پول خرج کرده‌اند؟

۱۵ حاصل ضرب‌های زیر را بیابید و تا حد امکان آن را ساده کنید.

الف $2\frac{1}{5} \times 3\frac{5}{7}$

ب $1\frac{7}{4} \times \frac{49}{11}$

ب $4\frac{2}{15} \times 1\frac{11}{14}$

۱۶ حاصل ضرب‌های زیر را با استفاده از محور به دست آورید.

الف $5 \times \frac{2}{3}$

ب $3 \times 2\frac{7}{8}$

۱۷ کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید سپس حاصل هر کدام را در صورت امکان به صورت عدد مخلوط بنویسید.

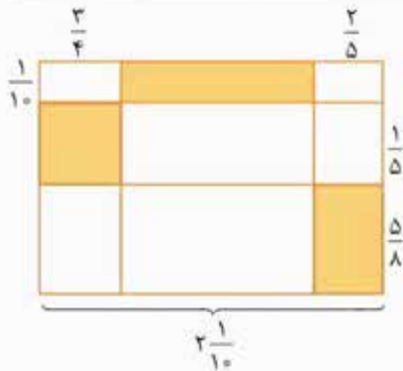
الف $\frac{120 \times 25}{15 \times 104}$

ب $\frac{10 \times 17 \times 72}{27 \times 15 \times 34}$

ب $\frac{14 \times 54 \times 21}{36 \times 28 \times 5}$

۱۸ فاطمه $\frac{9}{25}$ از یک کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای را خوانده است. او می‌خواهد طی ۴ روز بعد کتاب را تمام کرده باشد. در هر روز باید چند صفحه کتاب بخواند؟

۱۹ مساحت قسمت رنگی را محاسبه کنید.



۲۰ حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف $(1 - \frac{1}{8}) \times (1 - \frac{1}{7}) \times (1 - \frac{1}{6}) \times (1 - \frac{1}{5})$

ب $\frac{100}{99} \times \frac{99}{98} \times \frac{98}{97} \times \dots \times \frac{50}{49}$



۲۱ علی $\frac{5}{7}$ از پولش را به خواهرش فاطمه داد و فاطمه $\frac{1}{3}$ از آن را برای خرید ۲ دفتر پرداخت کرد. اگر قیمت هر دفتر ۴۲۰ تومان باشد، کل پول علی چه قدر بوده است؟

۲۲ مساحت مثلثی برابر است با ۴۰ سانتی متر مربع. اگر $\frac{1}{5}$ ارتفاع وارد بر قاعده‌ی آن ۳ باشد، اندازه‌ی قاعده‌ی مثلث را محاسبه کنید.

۲۳ جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\frac{3}{57} = \frac{\text{●}}{19}$$

$$\frac{12}{13} = \frac{\text{●}}{78}$$

$$\frac{40}{\text{●}} = \frac{8}{21}$$

۲۴ در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید که رابطه درست باشد.

الف $\frac{2}{5} \times \text{●} = \frac{1}{7} \times \text{●}$

ب $\frac{2}{5} \times \text{●} < \frac{1}{7} \times \text{●}$

پ $\frac{2}{5} \times \text{●} > \frac{1}{7} \times \text{●}$

۲۵ هر کدام از تقسیم‌های زیر را روی محور و با شکل نمایش دهید و پاسخ آن را بنویسید.

الف $\frac{8}{9} \div \frac{2}{9}$

ب $10 \div 1\frac{1}{4}$

پ $2\frac{1}{3} \div \frac{7}{9}$

۲۶ حاصل هر کدام از تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف $\frac{14}{15} \div \frac{2}{15}$

ب $\frac{6}{34} \div \frac{5}{2}$

پ $\frac{2}{3} \div \frac{2}{18}$

ت $1\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{21}$

ث $2\frac{1}{8} \div 2\frac{2}{16}$

ج $3\frac{10}{21} \div 1\frac{10}{49}$

۲۷ اگر ۱۰۰ کیلو برنج را به کیسه‌های $3\frac{1}{3}$ کیلوگرمی بسته‌بندی کنیم، چه تعداد کیسه نیاز داریم؟

۲۸ ۳ بطری که هر کدام $1\frac{8}{10}$ لیتر آب میوه دارند را در لیوان‌هایی با گنجایش $\frac{3}{100}$ می‌ریزیم. چند لیوان پر می‌شود؟

۲۹ پدر بزرگ فاطمه نصف حیاط خانه را موزاییک کرد و نصف دیگر را به ۵ قسمت تقسیم کرد و دو قسمت آن را حصار کشید تا مرغ و خروس‌هایش را نگه دارد و یک قسمت آن را سبزی کاشت و $\frac{1}{5}$ از قسمت باقی‌مانده را گل و گیاه کاشت. او چه کسری از حیاط را گل و گیاه کاشته است؟

۳۰ برای درست کردن رنگ بنفش کم‌رنگ (یاسی) ۱ کیلوگرم رنگ آبی، $\frac{2}{3}$ کیلوگرم رنگ قرمز و $\frac{1}{5}$ کیلوگرم رنگ سفید استفاده کرده‌ایم. اگر برای هر یک متر دیوار به $\frac{7}{15}$ کیلوگرم رنگ نیاز باشد، با این مقدار رنگ چند متر دیوار را می‌توانیم رنگ بزنیم؟

۳۱ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف $1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{1+4}}$

ب $1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

پ $\frac{2 + \frac{3}{2 - \frac{1}{3}}}{5 \div \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}$

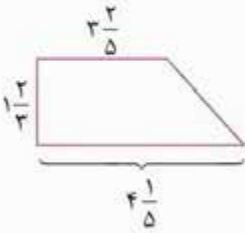
ت $\frac{\frac{2}{2} + (1 \div \frac{2}{5})}{\frac{5}{3} - (2 \times \frac{3}{2})}$



۳۲ اگر داشته باشیم $\frac{1}{10} = \frac{2}{25} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2}$ ، حاصل $\square \times \triangle \times \bigcirc$ چه عددی می تواند باشد؟

۳۳ $1\frac{2}{5}, 2\frac{4}{5}, 4\frac{1}{5}, \dots$

رابطه و دو عدد بعدی در الگوی عددی مقابل را بنویسید.



۳۴ محیط و مساحت شکل زیر را حساب کنید.

۳۵ اگر علی بخواهد یک پاکت شیر که هر کدام $\frac{1}{10}$ لیتر شیر دارند را در لیوان های با گنجایش $\frac{2}{100}$ بریزد، چند لیوان را می تواند پر کند؟

۳۶ پارچه ای به طول $\frac{15}{21}$ متر را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم؛ طول هر قسمت چه قدر است؟

پرستش های چهارگزینه ای ...



$$\frac{4}{11} = \frac{8}{22} = \dots$$

$$\frac{56}{154} \quad (4)$$

$$\frac{200}{561} \quad (3)$$

$$\frac{48}{132} \quad (2)$$

$$\frac{20}{55} \quad (1)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ کیلان)



$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{2}{16} \quad (1)$$

$$\frac{15}{16} \quad (4)$$

$$\frac{2}{8} \quad (3)$$

۱ کدام یک از گزینه های زیر در تساوی مقابل قرار نمی گیرد؟

۲ چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟

۳ همه ی مثلث های شکل زیر متساوی الاضلاع هستند. چه کسری از بزرگ ترین مثلث رنگ شده است؟ (نمونه ۹۷ - ۹۶ ایلام)



$$\frac{15}{64} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7}{32} \quad (3)$$

۴ حاصل عبارت $\frac{6}{20} + \frac{3}{10} - \frac{7}{30}$ کدام است؟

(۴) صفر

$$\frac{11}{30} \quad (3)$$

$$\frac{5}{60} \quad (2)$$

$$\frac{2}{50} \quad (1)$$

$$\frac{4}{15} + \frac{5}{12}$$

۵ کدام یک از کسره های زیر را به عبارت روبه رو اضافه کنیم تا دو واحد کامل شود؟

$$\frac{78}{60} \quad (4)$$

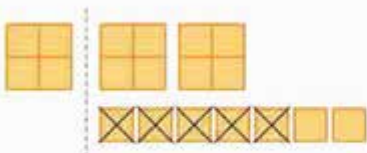
$$\frac{17}{6} \quad (3)$$

$$1\frac{19}{60} \quad (2)$$

$$1\frac{7}{6} \quad (1)$$

(گلستان ۹۶ - ۹۵)

۶ کدام گزینه، تفریق شکل زیر را به درستی نشان می دهد؟



$$3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$4\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$2\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \quad (3)$$



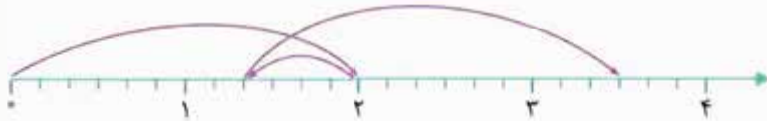
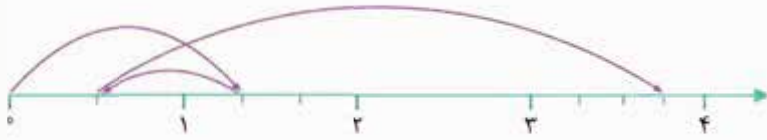
(نمونه ۹۶-۹۷ اردبیل)

$$8 - 2\frac{2}{3} = \text{●} + 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6}$$

$$1\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$1\frac{2}{3} \quad (4)$$

(نمونه ۹۶-۹۷ نجان)



$$\text{●} = \frac{49}{50} + \frac{48}{49} + \dots + \frac{1}{2}, \quad \text{●} = \frac{1}{50} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{2}$$

$$50 \quad (4)$$

$$49 \quad (3)$$

(نمونه ۹۶-۹۷ ایلام)

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{7}{12} \quad (3)$$

$$\frac{11+8}{2} \quad (4)$$

$$\frac{11 \times 8}{2} \quad (3)$$

$$\frac{7}{10} \quad (4)$$

$$2\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{70}{81} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \quad (4)$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \quad (1)$$

۱۲ اگر کسرهای $\frac{5}{6}, \frac{2}{4}, \frac{9}{11}, \frac{23}{24}, \frac{2}{3}$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، کدام کسر وسط قرار می‌گیرد؟ (نمونه ۹۶-۹۷ فراسان شمالی)

$$\frac{9}{12} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

۷ در عبارت زیر، در جای خالی چه عددی را باید نوشت؟

$$1\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$1\frac{1}{3} \quad (3)$$

۸ محور زیر، کدام عبارت را به درستی نشان می‌دهد؟

$$1\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$1\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + 2\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$1\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + 2\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$1\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + 3\frac{2}{3} \quad (4)$$

۹ کدام یک از گزینه‌های زیر مربوط به محور زیر است؟

$$2 + 3\frac{5}{9} - 1\frac{4}{6} \quad (1)$$

$$2 - \frac{4}{6} + 3\frac{6}{10} \quad (2)$$

$$2 - \frac{2}{3} + 2\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$1\frac{2}{6} + 2 - 3\frac{3}{5} \quad (4)$$

۱۰ حاصل جمع دو عبارت روبه‌رو با هم کدام است؟

$$1\frac{51}{50} \quad (2)$$

$$2\frac{49}{50} \quad (1)$$

۱۱ کدام کسر زیر بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ قرار دارد؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{11}{18} \quad (1)$$

۱۲ کدام گزینه بین دو عدد ۸ و ۱۱ قرار دارد؟

$$\frac{11}{2} \div 8 \quad (2)$$

$$\frac{11-8}{2} \quad (1)$$

۱۳ کدام یک بین دو عدد $\frac{4}{5}$ و $1\frac{3}{4}$ قرار دارد؟

$$\frac{7}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} \quad (1)$$

۱۴ کدام یک از کسرهای زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{25}{27} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۵ کدام یک از گزینه‌های زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \quad (1)$$



(نمونه ۹۶ - ۹۷ قم)

۱۷ کدام دسته از عددهای زیر، از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند؟

(۱) $-۵, \frac{۱۲}{۴}, \frac{۳}{۷}, \frac{۷}{۳}, \frac{۲}{۰.۵}$ (۲) $-\frac{۱۲}{۴}, \frac{۳}{۷}, \frac{۷}{۳}, \frac{۲}{۰.۵}$ (۳) $\frac{۳}{۷}, \frac{۷}{۳}, \frac{۱۲}{۴}, -۵, \frac{۲}{۰.۵}$ (۴) $-\frac{۳}{۷}, \frac{۲}{۰.۵}, \frac{۷}{۳}, \frac{۱۲}{۴}$

(نمونه ۹۶ - ۹۷ مازندران)

۱۸ اگر اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، چهارمین عدد از سمت چپ برابر است با:

(۱) $\frac{۱۱}{۵}$ (۲) ۲
(۳) $۱\frac{۳}{۴}$ (۴) ۱

(۱) $۱, ۰, \frac{۱۱}{۵}, \frac{۱۳}{۴}, \frac{۹}{۲}, \frac{۱}{۴}$

۱۹ کدام یک از گزینه‌ها از بقیه کوچک‌تر است؟

(۱) $\frac{۵}{۳}$ (۲) $\frac{۳}{۱۲}$
(۳) $\frac{۱}{۱۶}$ (۴) $\frac{۱}{۲}$

(۱) $\frac{۱}{۲}$ (۲) $\frac{۳}{۴}$
(۳) $\frac{۳}{۱۶}$ (۴) $\frac{۱۳}{۲}$

۲۰ در جای خالی چند عدد طبیعی می‌توانیم قرار دهیم تا حاصل عبارت زیر بزرگ‌تر از ۰ و کوچک‌تر از $\frac{۳}{۴}$ شود؟

(۱) ۵ (۲) ۹
(۳) ۴ (۴) ۳

$\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} - \frac{۳}{۵}$

۲۱ حاصل $۳\frac{۱}{۴} \times ۱\frac{۲}{۵}$ برابر با کدام است؟

(۱) $۳\frac{۹}{۲۰}$ (۲) $۴\frac{۱۱}{۲۰}$
(۳) $۳\frac{۲}{۲۰}$ (۴) $۴\frac{۳}{۲۰}$

۲۲ اگر ثلث نصف عدد $۲\frac{۳}{۵}$ را در ربع ۱۵ ضرب کنیم، حاصل برابر با کدام گزینه خواهد شد؟

(۱) $۱\frac{۱}{۱۳}$ (۲) $\frac{۱۳}{۸}$
(۳) $\frac{۳۹}{۸}$ (۴) $\frac{۳۹}{۲}$

۲۳ کدام گزینه عبارت متناظر با محور زیر را نشان می‌دهد؟



(۱) $۳ \times ۲\frac{۱}{۳}$
(۲) $۲ \times ۱\frac{۳}{۴}$
(۳) $۳ \times ۲\frac{۳}{۴}$
(۴) $۳ \times \frac{۳}{۴}$

۲۴ شکل مقابل مربوط به کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



(۱) $\frac{۵}{۳} \div \frac{۱}{۲}$ (۲) $۴\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۳}$
(۳) $۴\frac{۱}{۲} \div \frac{۳}{۲}$ (۴) $\frac{۵}{۳} \div \frac{۳}{۲}$

۲۵ به جای کدام یک از گزینه‌های زیر را می‌توانیم قرار دهیم تا عبارت زیر درست باشد؟

(۱) $\frac{۷۷}{۲}$ (۲) ۷۵
(۳) ۱۵۴ (۴) $\frac{۷۵}{۲}$

$\frac{۷}{۱۵} = \frac{\text{کدام}}{۱۶۵} \times \frac{۱}{۲}$

(نمونه ۹۶ - ۹۷ فراسان پهنوی)

۲۶ حاصل کسر زیر، به ساده‌ترین صورت کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۱۸}$ (۲) $\frac{۷}{۱۸}$
(۳) $\frac{۵}{۱۹}$ (۴) صفر

$\frac{۳۶ \times ۵۶ \times ۱۶}{۲۴ \times ۵۴ \times ۶۴} =$



$$\frac{32 \times 225 \times 77 \times 28}{70 \times 121 \times 35} =$$

۲۷ ساده شده‌ی عبارت، برابر با معکوس کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- ۱) $\frac{506}{7}$
- ۲) $\frac{11}{576}$
- ۳) $\frac{11}{506}$
- ۴) $\frac{576}{11}$

(نمونه ۹۶ - ۹۷ قم)

۲۸ $\frac{2}{3}$ برابر $\frac{2}{5}$ را با کدام یک از عددهای زیر جمع کنیم تا حاصل برابر کسر واحد شود؟

- ۱) $1\frac{2}{5}$
- ۲) $\frac{3}{5}$
- ۳) $\frac{3}{15}$
- ۴) $\frac{1}{15}$

۲۹ اختلاف عدد $2\frac{1}{3}$ با نصف معکوسش چه عددی است؟

- ۱) $\frac{40}{21}$
- ۲) $\frac{89}{42}$
- ۳) $\frac{7}{6}$
- ۴) $\frac{22}{21}$

(نمونه ۹۶ - ۹۷ گیلان)

۳۰ اگر صورت کسری را بر $\frac{1}{5}$ تقسیم کنیم و مخرج آن را ۵ برابر کنیم، کسر.....

- ۱) تقسیم بر ۵ می‌شود.
- ۲) ۵ برابر می‌شود.
- ۳) تغییری نمی‌کند.
- ۴) ۲۵ برابر می‌شود.

۳۱ مخرج کسری را بر $\frac{2}{5}$ تقسیم می‌کنیم و صورت آن را در $2\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم، کسر.....

- ۱) $\frac{25}{4}$ برابر می‌شود.
- ۲) $\frac{4}{25}$ برابر می‌شود.
- ۳) ۱۰ برابر می‌شود.
- ۴) تغییری نمی‌کند.

۳۲ به مخرج کسر $\frac{24}{21}$ چه مقدار اضافه کنیم تا کسر $\frac{3}{4}$ به دست آید؟

- ۱) ۳
- ۲) $\frac{5}{4}$
- ۳) ۱۱
- ۴) $\frac{9}{2}$

۳۳ کدام یک از کسرهای زیر با کسر $\frac{5}{11}$ برابر است به طوری که اختلاف صورت و مخرج آن ۷۲ می‌باشد؟ (نمونه ۹۶ - ۹۷ گلستان)

- ۱) $\frac{72}{144}$
- ۲) $\frac{144}{72}$
- ۳) $\frac{216}{288}$
- ۴) $\frac{60}{132}$

۳۴ فاطمه ربع یک شبانه‌روز را درس می‌خواند. اگر خواهرش $1\frac{1}{5}$ او درس بخواند، حساب کنید چه کسری از شبانه‌روز را درس می‌خواند؟

- ۱) $\frac{1}{20}$
- ۲) $\frac{6}{5}$
- ۳) $\frac{5}{6}$
- ۴) $\frac{3}{10}$

۳۵ یک ظرف پر از آب است. اگر ۱۴ لیتر آن را در بطری‌های یک لیتری بریزیم، آب داخل ظرف نصف گنجایش کل ظرف می‌شود. حساب کنید گنجایش ظرف برابر با کدام گزینه است؟

- ۱) ۵۶
- ۲) ۱۱۲
- ۳) $\frac{56}{3}$
- ۴) ۲۸

۳۶ مادر آریا می‌خواهد ۲ کیک را بین او و سه نفر از دوستانش به طور مساوی تقسیم کند. به آریا چه کسری از یک کیک می‌رسد؟

(نمونه ۹۶ - ۹۷ کردستان)

- ۱) $\frac{1}{2}$
- ۲) $\frac{1}{3}$
- ۳) $\frac{1}{4}$
- ۴) $\frac{3}{4}$

۳۷ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$11(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{21})$$

- ۱) $\frac{22}{21}$
- ۲) $\frac{11}{21}$
- ۳) $\frac{21}{2}$
- ۴) $2\frac{1}{11}$

۳۸ نصف حاصل عبارت روبه‌رو برابر با کدام گزینه است؟

$$(2 - \frac{7580}{24153}) \times (3 - \frac{75}{241}) \times (4 - \frac{80}{153}) \times (5 - \frac{50}{10}) =$$

- ۱) $\frac{71}{5}$
- ۲) $\frac{15}{241}$
- ۳) صفر
- ۴) ۱

(نمونه ۹۶ - ۹۷ اردبیل)

۳۹ حاصل عبارت زیر، کدام گزینه است؟

$$[\frac{7}{8} - (\frac{1}{8} + \frac{1}{2}) - \frac{1}{8}] \div 0 / 125 =$$

- ۱) صفر
- ۲) $\frac{1}{4}$
- ۳) $\frac{1}{8}$
- ۴) ۱



(نمونه ۹۷ - ۹۶ اردیبه)

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$$

$$(4 + 30 \times (50 - 26) \div 2 - 8) + 20 \div 4 =$$

۴۱۳ (۴)

(نمونه ۹۷ - ۹۶ مرکزی)

$$\left(1\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{2}\right) - \frac{3\frac{2}{3} - 1\frac{2}{6}}{\frac{2}{5} + 1} =$$

$$2 + 7\frac{1\frac{3}{5}}{1 + \frac{1}{\frac{1}{4} \div \frac{1}{5}}} =$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$$

$$5 - \frac{1}{\frac{1}{4}}$$

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}}$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} \quad B = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ مازندران)

$$0 / 5 (۴)$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ قم)

$$\frac{\left(\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{2}{3} \div \frac{5}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}\right)} =$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ فراسان رضوی)

$$\frac{\frac{6}{8} \times \frac{5}{8} + 1 \div \frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}}{11 + 4 \div 6 \times 12} =$$

$$\frac{2}{3} + 1 \div \frac{15}{2} \times 3\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}$$

$$\frac{5}{6} (۲)$$

$$1\frac{11}{30} (۴)$$

$$361 (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$1 (۴)$$

$$8\frac{3}{5} (۲)$$

$$\frac{14}{45} (۴)$$

$$\frac{12}{5} (۲)$$

$$\frac{5}{12} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۲)$$

$$\frac{2}{3} (۴)$$

$$1\frac{13}{55} (۲)$$

$$2\frac{3}{10} (۴)$$

$$2 (۳)$$

$$\frac{3}{4} (۲)$$

$$\frac{4}{9} (۴)$$

$$0 / 01 (۲)$$

$$0 / 03 (۴)$$

$$\frac{1}{6} (۲)$$

$$\frac{7}{15} (۴)$$

۴۰ حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$(۱) \text{ صفر}$$

$$(۳) 1\frac{11}{15}$$

$$(۱) 351$$

$$(۱) \frac{4}{5}$$

$$(۳) 1\frac{2}{3}$$

$$(۱) 16\frac{2}{5}$$

$$(۳) 9\frac{1}{5}$$

$$(۱) \frac{169}{60}$$

$$(۳) \frac{159}{60}$$

$$(۱) 2$$

$$(۳) 1$$

$$(۱) \frac{55}{123}$$

$$(۳) \frac{10}{23}$$

$$(۱) \frac{33}{13}$$

$$(۱) 2$$

$$(۳) \frac{1}{2}$$

$$(۱) \text{ صفر}$$

$$(۳) 0 / 02$$

$$(۱) \frac{7}{12}$$

$$(۳) \frac{13}{24}$$

۴۱ با توجه به ترتیب عملیات، حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟

$$(۲) 405$$

۴۲ حاصل عبارت زیر کدام است؟

۴۳ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

۴۴ مجموع عبارت روبه‌رو با معکوسش برابر کدام است؟

۴۵ حاصل نصف معکوس عبارت روبه‌رو کدام است؟

۴۶ حاصل A + B برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

۴۷ حاصل عبارت $\frac{5}{8} + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$ برابر است با:

$$(۲) \frac{11}{2}$$

۴۸ معکوس حاصل عبارت زیر، کدام است؟

۴۹ پاسخ قطع شده‌ی عبارت زیر با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ کدام است؟

۵۰ حاصل عبارت مقابل کدام است؟



۵۱ مقدار کسر $1 + \frac{1 - 0/5 \times \frac{2}{3}}{1 + 0/5 \div 0/75}$ برابر است با:

- ۲ (۱) $\frac{2}{5}$
- ۱ (۲) $\frac{4}{15}$

۵۲ قرینه‌ی حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{132}{125}$
- ۳ (۲) $-\frac{192}{1375}$

۵۳ حاصل عبارت زیر چه عددی است؟

- ۱ (۱) $12/5$
- ۳ (۲) 25

۵۴ حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

- ۱ (۱) 450
- ۳ (۲) $4/5$

۵۵ پاسخ گردشده‌ی عبارت زیر با تقریب کم‌تر از $0/01$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر
- ۳ (۲) $0/02$

۵۶ حاصل عبارت زیر برابر است با:

- ۱ (۱) 50
- ۳ (۲) $\frac{1}{2}$

۵۷ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

- ۱ (۱) 13250
- ۲ (۲) 13350
- ۳ (۳) 12250
- ۴ (۴) 12350

۵۸ در ثلث $(\frac{1}{4} + \frac{1}{3})$ چندتا از خمس $(\frac{1}{5} + \frac{1}{3})$ وجود دارد؟

- ۱ (۱) 2
- ۲ (۲) 3
- ۳ (۳) 4
- ۴ (۴) 5

۵۹ در عبارت $\frac{1}{3} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$ به جای \square و \square کدام دو عدد آمده در گزینه‌ها را می‌توانیم قرار دهیم؟

- ۱ (۱) $5, 2$
- ۲ (۲) $12, 4$
- ۳ (۳) $9, 6$
- ۴ (۴) $3, 1$

۶۰ به جای \square کدام‌یک از اعداد زیر را قرار دهیم تا رابطه‌ی $\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = 1$ برقرار باشد؟

- ۱ (۱) 4
- ۲ (۲) 7
- ۳ (۳) 3
- ۴ (۴) 8

۶۱ از عددی $\frac{1}{7}$ از عددی $\frac{5}{6}$ واحد کم‌تر از همان عدد است. آن عدد کدام است؟

- ۱ (۱) 21
- ۲ (۲) 42
- ۳ (۳) 49
- ۴ (۴) 15

۶۲ $\frac{1}{6}$ از کیک را زهرا و $\frac{2}{5}$ آن را پدرش خورد. اگر نصف مقدار باقی‌مانده از کیک را مادرش بخورد، چه مقدار از کیک باقی می‌ماند؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$
- ۲ (۲) $\frac{13}{30}$
- ۳ (۳) $\frac{13}{60}$
- ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ گیلان)

- ۴ (۱) $\frac{7}{5}$
- ۲ (۲) $\frac{125}{192}$
- ۴ (۳) $\frac{192}{1550}$

$$\frac{3\frac{1}{5} \div (2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}})}{2\frac{1}{3} \times 3\frac{4}{7}}$$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ اصفهان)

$$\frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \dots + \frac{49}{50} + \frac{1}{2} = 2 \times 1 \frac{1}{3} \div 6$$

- ۲ (۱) $12/75$
- ۴ (۲) 50

(نمونه ۹۷ - ۹۶ البرز)

$$\frac{0/2 \div 0/04 - \frac{1}{10} \times 5}{\frac{1}{2} \times \frac{1 - \frac{1}{5}}{4} \times \frac{1}{10}}$$

- ۲ (۱) $0/01$
- ۴ (۲) 1

(نمونه ۹۷ - ۹۶ فراسان رضوی)

$$\frac{\frac{6}{8} \times \frac{5}{8} + 1 \div \frac{4}{5} - \frac{1}{8}}{11 + 4 \div 6 \times 12} = \frac{0/01}{0/03}$$

- ۲ (۱) $0/01$
- ۴ (۲) $0/03$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ گیلان)

$$(\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}) \times (\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}) \times \dots \times (\frac{1}{9} \div \frac{1}{10}) = \frac{5}{10}$$

- ۲ (۱) 5
- ۴ (۲) $\frac{1}{10}$

(نمونه ۹۷ - ۹۶ زنجان)

$$\frac{\frac{49}{50} + \frac{48}{50} + \frac{47}{50} + \dots + \frac{1}{50}}{(1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{5}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{1000})} =$$

- ۱ (۱) 13250
- ۲ (۲) 13350
- ۳ (۳) 12250
- ۴ (۴) 12350

(نمونه ۹۷ - ۹۶ همدان)

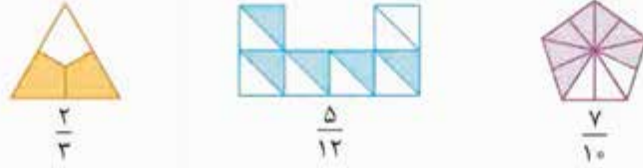
- ۱ (۱) 2
- ۲ (۲) 3
- ۳ (۳) 4
- ۴ (۴) 5



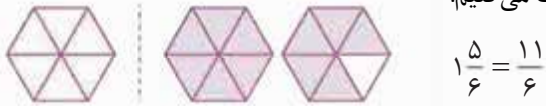
پاسخ نامه پرسش‌های تشریحی



۱ شکل‌ها را به صورت زیر به تعداد مخرج هر کسر، به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم و سپس به اندازه‌ی عدد صورت خانه‌هایش را رنگ می‌کنیم:



۲ الف) شکل واحد را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که به ۶ قسمت مساوی قابل تقسیم باشد و چون عدد صحیح پشت کسر ۱ است یک واحد را کامل رنگ می‌کنیم و یک واحد دیگر می‌کشیم و $\frac{5}{6}$ از آن را رنگ می‌کنیم.



می‌توانیم عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم سپس شکل بکشیم که باز هم نتیجه همین خواهد بود.



۳ اگر کسر $\frac{5}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنیم داریم:

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

یعنی ۱ واحد کامل داریم و یک $\frac{2}{3}$ از واحد و چون مخرج کسر برابر با ۳ است پس شکل به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده است و یک واحد شکل به صورت زیر خواهد بود:



۴ ابتدا عددها را مرتب می‌کنیم:

روش اول: می‌توانیم همه‌ی عددها را به صورت کسری بنویسیم و سپس مخرج‌ها را مخرج مشترک‌گیری یکی کنیم و آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$\frac{15}{3}, \frac{11}{3}, \frac{6}{3}, \frac{42}{3}, \frac{6}{3}, \frac{6}{3} \xrightarrow{\text{حالا مرتب می‌نویسیم}} \frac{15}{3} < \frac{11}{3} < \frac{6}{3} < \frac{42}{3} < \frac{6}{3} < \frac{6}{3}$$

روش دوم: می‌توانیم عددهای طبیعی داده‌شده را بیابیم و مشخص کنیم که بقیه‌ی عددها از آن‌ها کوچک‌تر هستند یا بزرگ‌تر:

عددهای $1\frac{2}{5}, 2, \frac{1}{5}$ مشخص است که از ۲ کوچک‌تر هستند و عدد $3\frac{2}{3}$ چون از سه واحد کامل بیشتر است پس از ۲ بزرگ‌تر است و از عدد ۵ هم کوچک‌تر است.

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, 1\frac{2}{5}, 2, 3\frac{2}{3}, 5$$

خب حالا عددهای $1\frac{2}{5}, \frac{2}{10}$ و $\frac{1}{5}$ که هر سه قبل از عدد ۲ هستند را با هم مقایسه می‌کنیم:

عدد $1\frac{2}{5}$ بزرگ‌تر از واحد است و عددهای $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ هر دو کم‌تر از واحد هستند پس ترتیب عددهای بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} < 1\frac{2}{5} < 2 < 3\frac{2}{3} < 5$$

سپس در آخر نصف عدد پنجم را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{عدد پنجم} = 3\frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 + 2}{3} = \frac{11}{3}$$

که عددهای ۵ و $3\frac{2}{3}$ از $\frac{11}{6}$ بزرگ‌ترند.

$$\text{نصف عدد پنجم} = \frac{1}{2} \times \frac{11}{3} = \frac{11}{6}$$