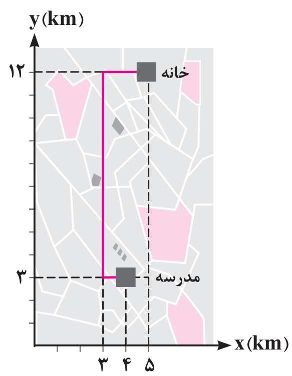
بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت یک متحرک

سلام به همگی. امیدواریم حالتون خوب باشه. می‌خوایم با هم کتاب فیزیک دوازدهم IQ رو شروع کنیم. امیدواریم تا انتهای کار، کلی بهتون خوش بگذره. تو شروع این فصل، اول بریم یه کمی با مفاهیم پایه‌ای جابه‌جایی، مسافت طی‌شده، سرعت متوسط و تندی متوسط دست و پنجه نرم کنیم و کلی سؤال باحال ببینیم ...

۱- مطابق شکل، دانش‌آموزی از مسیر مشخص‌شده از خانه شروع به حرکت کرده و به مدرسه می‌رود. با توجه به محورهای مختصات رسم‌شده، کدام عبارت نادرست است؟



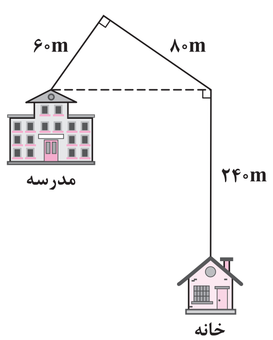
۱) اندازهٔ بردار مکان اولیهٔ دانش‌آموز برابر ۱۳km است.

۲) اندازهٔ بردار مکان مدرسه برابر ۵km است.

۳) مسافت طی‌شده توسط دانش‌آموز برابر ۱۰km است.

۴) اندازهٔ بردار جابه‌جایی این دانش‌آموز، کم‌تر از مسافت طی‌شده توسط او است.

۲- دانش‌آموزی مطابق مسیر نشان‌داده‌شده، از مدرسه به خانه بازمی‌گردد. مسافت طی‌شده توسط این دانش‌آموز، چند متر بیشتر از اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



۱) ۸۰

۲) ۱۲۰

۳) ۴۰

۴) ۱۶۰

۳- دو متحرک A و B، در مدت‌زمان یکسان، در صفحهٔ مختصات از دو مسیر متفاوت از محل (۱) به محل (۲) می‌روند. چه تعداد از کمیت‌های زیر، برای این دو متحرک در این بازهٔ زمانی الزاماً یکسان است؟

الف) مسافت طی‌شده — ب) جابه‌جایی — ج) تندی متوسط — د) سرعت متوسط

۱) ۲ — ۲) ۳ — ۳) ۴ — ۴) صفر

۴- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می‌رسد و در نهایت در لحظهٔ $t_2 = 10s$ از مکان $x_2 = 20m$ می‌گذرد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در این ۱۰ ثانیه، در SI کدام است؟ *(تجربی داخل ۹۸)*

۱) ۲۲ — ۲) ۱۴ — ۳) ۶ — ۴) ۲

۵- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و بردار سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\,s$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\,s$ تا $t_3 = 15\,s$ برابر $\frac{4}{3}\vec{i}$ است. بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_2 = 10s$ تا $t_3 = 15\,s$، در SI کدام است؟

۱) $4\vec{i}$ — ۲) $8\vec{i}$ — ۳) $12\vec{i}$ — ۴) $\frac{8}{3}\vec{i}$

۶- مطابق شکل، دو متحرک A و B به طور هم‌زمان از نقاط نشان‌داده‌شده به‌سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند و در مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند. از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند، سرعت متوسط متحرک A، چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) ۲-

۷- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = 1 + 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ می‌باشد. مکان اولیهٔ متحرک و اندازهٔ سرعت متوسط آن در دو ثانیهٔ اول حرکت، به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) ۱، ۲ ۲) ۳، ۲ ۳) ۱،۱ ۴) ۳، ۱

۸- معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t$ است. در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$، سرعت متوسط متحرک:

(ریاضی خارج ۹۷، با تغییر)

۱) صفر است. ۲) در جهت محور x است.

۳) در خلاف جهت محور x است. ۴) از بیشترین اندازهٔ سرعت متحرک، بزرگ‌تر است.

۹- ذره‌ای بر روی محور x در حال حرکت است و اطلاعات زیر در رابطه با حرکت آن ثبت شده است. بردار سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده‌شده، در SI هستند.)

بردار مکان در $t_1 = 1s$	بردار مکان در $t_2 = 3s$	بردار جابه‌جایی در سه ثانیهٔ دوم	تنها لحظهٔ تغییر جهت
$\vec{d}_1 = 5\vec{i}$	$\vec{d}_2 = -8\vec{i}$	$\vec{d} = 3\vec{i}$	$t = 3s$

۱) $-2\vec{i}$ و ۵ ۲) $-0/4\vec{i}$ و ۵ ۳) $-2\vec{i}$ و ۳/۲ ۴) $-0/4\vec{i}$ و ۳/۲

۱۰- متحرکی بر روی محور x، مطابق اطلاعات جدول زیر از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک در حین این جابه‌جایی، تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده‌شده، در SI هستند.)

بردار مکان در نقطهٔ A	بردار مکان در نقطهٔ B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$2\vec{i}$	$-4\vec{i}$	$-3\vec{i}$	۷

۱) $6\vec{i}$ ۲) $-8\vec{i}$

۳) $4\vec{i}$ ۴) گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توانند درست باشند.

۱۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = t^2 - 6t + 8$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t = 0$، تا لحظه‌ای که متحرک در قسمت منفی محور مکان، بیشترین فاصله را تا مبدأ دارد، چند واحد SI است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۲- معادلهٔ مکان ـ زمان چهار متحرک در SI به‌صورت زیر است. اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط کدام متحرک‌ها، در تمام بازه‌های زمانی دلخواه پس از $t = 0$، در طول حرکتشان یکسان است؟

متحرک A	متحرک B	متحرک C	متحرک D
$x_A = 2t - 4$	$x_B = t^2 - 2t + 1$	$x_C = t^2 + 4t - 2$	$x_D = -t^2 + 3t - 2$

۱) A , B ۲) A , C ۳) C , D ۴) D , B

۱۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = (t - \alpha)^2$ می‌باشد. اگر در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک صفر شود، تندی متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۴- دو متحرک A و B به‌طور همزمان بر روی محور y شروع به حرکت می‌کنند. اگر معادلهٔ مکان ـ زمان این دو متحرک در SI به صورت $y_A = 20t - 36$ و $y_B = t^2$ باشد، در بازهٔ زمانی که این دو متحرک دو بار از کنار یکدیگر می‌گذرند، سرعت متوسط هر یک از آن‌ها در SI کدام است؟

۱) $20\vec{j}$ ۲) $-20\vec{j}$ ۳) $16\vec{j}$ ۴) $-16\vec{j}$

۱۵- شناگری طول استخری را با تندی متوسط s_1 رفته و با تندی متوسط s_2 باز می‌گردد. تندی متوسط این شناگر در کل مدت رفت و برگشت کدام است؟

۱) $\frac{s_1+s_2}{2}$ ۲) $\frac{2s_1s_2}{s_1+s_2}$ ۳) $\frac{2s_1s_2}{|s_1-s_2|}$ ۴) $\frac{|s_2-s_1|}{2}$

۱۶- در یک پیست مسابقهٔ اتومبیل‌رانی، اتومبیلی دور اول را با تندی متوسط $40\,m/s$ طی می‌کند. راننده دور دوم مسابقه را با تندی ثابت چند متر بر ثانیه طی کند تا تندی متوسط حرکت آن در دو دور اول مسابقه، برابر $60\,m/s$ شود؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۰۰

تا اینجای کار، معادلهٔ مکان ـ زمان یه متحرک رو بررسی کردیم. حالا می‌خوایم با همدیگه بریم سراغ معادلهٔ سرعت ـ زمان برای یه متحرک. همچنین با همدیگه یه سری هم به شتاب متوسط می‌زنیم...

۱۷- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به‌صورت $v=-t^2+4t-3$ می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این متحرک درست است؟

الف) این متحرک در لحظهٔ $t=2s$ تغییر جهت می‌دهد.

ب) تندی حرکت این متحرک، دو بار صفر می‌شود، اما متحرک تنها یک بار تغییر جهت می‌دهد.

ج) فاصلهٔ زمانی بین دو تغییر جهت حرکت، برابر دو ثانیه است.

د) بیشترین تندی حرکت این متحرک هنگامی که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، برابر $1\,m/s$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۸- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v=2\cos(\pi t+\frac{\pi}{6})+4$ است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت چند واحد SI است؟

۱) صفر ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۹- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=10s$ در SI برابر $-2\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_1=0s$ تا $t_3=15s$ برابر $\frac{2}{3}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازهٔ زمانی $t_2=10s$ تا $t_3=15s$، در SI کدام است؟ *(تجربی خارج ۱۴۰۰)*

۱) $2\vec{i}$ ۲) $4\vec{i}$ ۳) $6\vec{i}$ ۴) $\frac{4}{3}\vec{i}$

۲۰- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=5s$ تا $t_2=10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_2=10s$ تا $t_3=12s$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=5s$ تا $t_3=12s$، در SI کدام است؟ *(تجربی داخل ۱۴۰۰)*

۱) $-\frac{2}{7}\vec{i}$ ۲) $-\frac{16}{7}\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$

۲۱- معادلهٔ سرعت ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $v=t^2-b$ می‌باشد. از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ تغییر جهت حرکت این ذره، اندازهٔ شتاب متوسط حرکت آن برابر $2\,m/s^2$ است. b چند واحد SI می‌باشد؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۴ ۴) $2\sqrt{2}$

۲۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $v=t^2-2t+5$ است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که متحرک کم‌ترین تندی را دارد، چند واحد SI است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۸

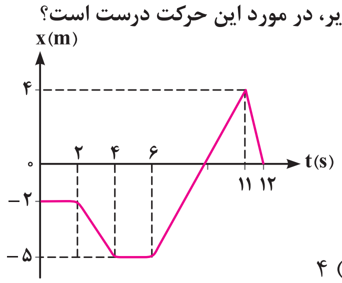
۲۳- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. اگر معادلهٔ مکان ـ زمان و سرعت ـ مکان این متحرک در SI به صورت $x=(t+1)^2$ و $v=2\sqrt{x}$ باشد، اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $2\sqrt{2}$

بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت متحرک با کمک نمودارها

حالا که مفاهیم رو با هم یاد گرفتیم بریم سراغ نمودارها. اول بریم سراغ سؤالای نمودار مکان ـ زمان و ببینیم از روی اون، چه تیپ سؤالایی میشه طرح کرد ...

۲۴- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد این حرکت درست است؟



الف) بیشترین فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان برابر $4m$ است.

ب) ذره ۲ ثانیه توقف داشته است.

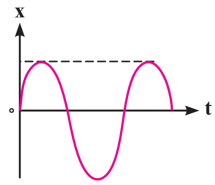
ج) مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $12s$ برابر $13m$ است.

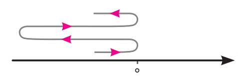
د) فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان، چهار مرتبه برابر $3m$ می‌شود.

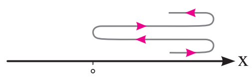
هـ) اندازهٔ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $6s$ تا $11s$، برابر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی نمی‌باشد.

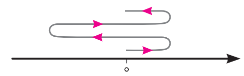
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

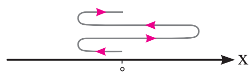
۲۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. مسیر حرکت این متحرک، در کدام گزینه درست رسم شده است؟



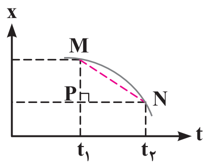
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۶- نمودار مکان ـ زمان خودرویی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. کدام گزینه در مورد مسافت طی شده و جابه‌جایی این خودرو بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 درست است؟



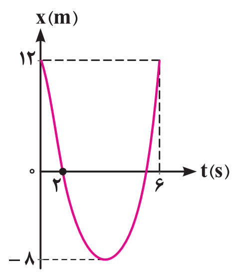
۱) اندازهٔ جابه‌جایی این خودرو، برابر طول پاره‌خط MN است.

۲) مسافت طی شده توسط این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره‌خط MN است.

۳) مسافت طی شده توسط این خودرو، برابر طول پاره‌خط MP است.

۴) اندازهٔ جابه‌جایی این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره‌خط MP است.

۲۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک از لحظهٔ $t_1=2s$ تا $t_2=6s$ به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟



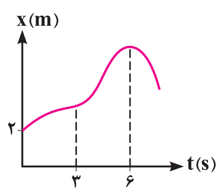
۱) ۷، ۳

۲) ۷، ۲

۳) ۶، ۶

۴) ۳، ۲

۲۸- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط ذره در سه ثانیهٔ اول، برابر $2\,m/s$ و اندازهٔ سرعت متوسط ذره در سه ثانیهٔ دوم، برابر $4\,m/s$ باشد، ذره در فاصلهٔ چند متری از مبدأ تغییر جهت می‌دهد؟



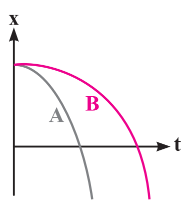
۱) ۲۲

۲) ۲۰

۳) ۱۸

۴) ۱۶

۲۹- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B بر روی محور x مطابق شکل است. کدام گزینه در مقایسهٔ مسافت طی شده (l) و تندی متوسط (s_{av}) آن‌ها از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور هر یک از آن‌ها از مبدأ مکان صحیح است؟



۱) $l_A < l_B$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

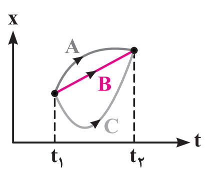
۲) $l_A < l_B$ ، $s_{av_A} = s_{av_B}$

۳) $l_A = l_B$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

۴) $l_A = l_B$ ، $s_{av_A} = s_{av_B}$

دوتا تست بعدی، عجب سؤالای شیکی هستن، خوب روشون فکر کنید...

۳۰- نمودار مکان ـ زمان سه متحرک A، B و C بر روی محور x، مطابق شکل است. در کدام گزینه تندی متوسط و سرعت متوسط این سه متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 درست مقایسه شده است؟



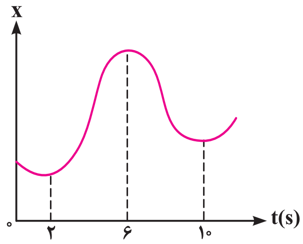
۱) $s_{av_A} = s_{av_B} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} = v_{av_B} = v_{av_C}$

۲) $s_{av_B} < s_{av_A} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} = v_{av_B} = v_{av_C}$

۳) $s_{av_A} = s_{av_B} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$

۴) $s_{av_B} < s_{av_A} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$

۳۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص‌شده در گزینه‌ها بیشتر است؟ *(تجربی داخل ۱۴۰۰)*



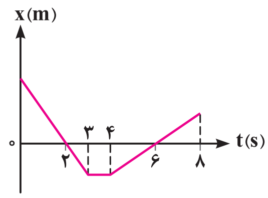
۱) صفر تا ۲s

۲) صفر تا ۶s

۳) ۲s تا ۱۰s

۴) ۶s تا ۱۰s

۳۲- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. اگر در بازهٔ زمانی $t_1 =$ ۲s تا $t_2 =$ ۶s، تندی متوسط متحرک ۶m/s باشد، سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



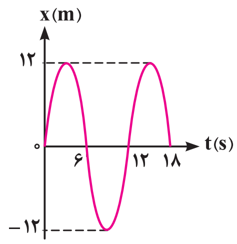
۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $-\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $-\frac{۲}{۳}$

۳۳- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. سرعت متوسط متحرک از شروع حرکت تا لحظهٔ t برای اولین‌بار صفر می‌شود. تندی متوسط متحرک در طی این بازهٔ زمانی چند واحد SI است؟



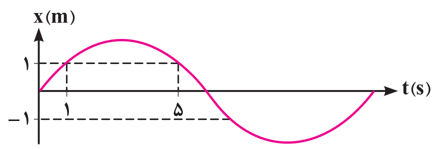
۱) صفر

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۲

۳۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل به صورت سینوسی است. اگر بیشترین و کم‌ترین اندازهٔ سرعت متوسط ممکن برای جابه‌جایی این متحرک بین دو نقطهٔ $x_1 =$ ۱m و $x_2 =$ -۱m در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکتش، به ترتیب برابر v_{av_1} و v_{av_2} باشد، $\frac{v_{av_1}}{v_{av_2}}$ کدام است؟



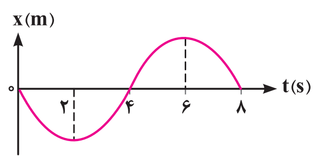
۱) ۵

۲) $\frac{۱۱}{۴}$

۳) $\frac{۵}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۴}$

۳۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در کدام بازهٔ زمانی، جهت بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x است؟



۱) صفر تا ۴s

۲) ۲s تا ۸s

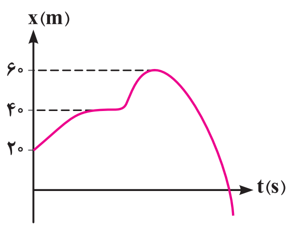
۳) ۴s تا ۸s

۴) ۲s تا ۴s

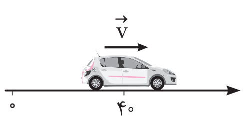
۳۶- در سؤال قبل، در کدام بازهٔ زمانی متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است؟

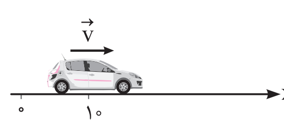
۱) صفر تا ۴s ۲) ۲s تا ۸s ۳) ۴s تا ۸s ۴) ۲s تا ۴s

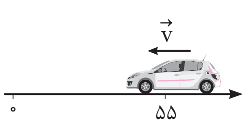
۳۷- نمودار مکان ـ زمان اتومبیلی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر است. در کدام گزینه، مکان و سرعت متحرک در موقعیت نشان‌داده‌شده، می‌تواند درست باشد؟



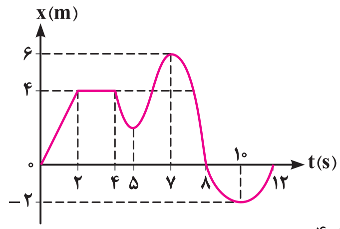
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۳۸- نمودار مکان ــ زمان ذره‌ای که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد حرکت این ذره درست است؟



الف) مدت زمانی که ذره در جهت محور x حرکت می‌کند، برابر مدت زمانی است که ذره از مبدأ مکان دور می‌شود.

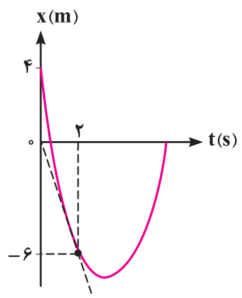
ب) مدت زمان نزدیک شدن ذره به مبدأ مکان، بیشتر از مدت زمانی است که سرعت ذره منفی است.

ج) تعداد دفعات تغییر جهت، بیشتر از تعداد دفعاتی است که متحرک در مبدأ مکان بوده است.

د) حداکثر طول بازهٔ زمانی که تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط برابر است، ۴s می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۹- نمودار مکان ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 2s$، چند برابر تندی متوسط در دو ثانیهٔ اول حرکت است؟



۱) ۱

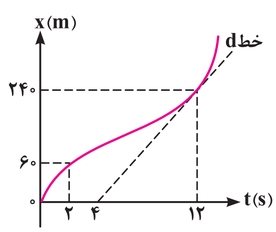
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۳

۴) $\frac{۳}{۵}$

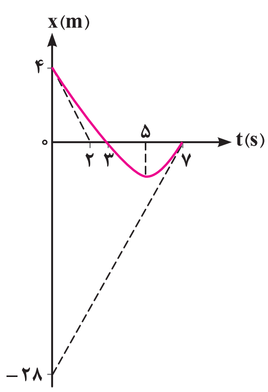
۴۰- نمودار مکان ــ زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر تندی در لحظهٔ $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول، چند برابر سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 12s$ است.)

(تجربی خارج ۱۴۰۰)



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۱- نمودار مکان ــ زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. انرژی جنبشی متحرک در لحظه‌ای که برای دومین‌بار به مبدأ مکان می‌رسد، چند برابر انرژی جنبشی اولیهٔ آن است؟



۱) ۸

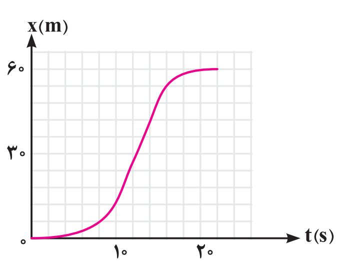
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۳) $\frac{۴۹}{۱۶}$

۴) ۴

۴۲- شکل مقابل، نمودار مکان ــ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینهٔ سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟

(تجربی خارج ۹۵)



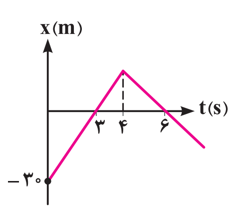
۱) ۳

۲) ۵

۳) ۷

۴) ۹

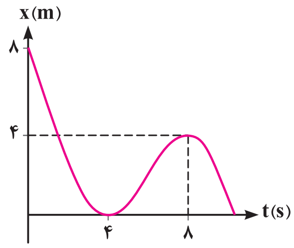
۴۳- نمودار مکان ــ زمان متحرکی بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) ۵

۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۴۴- نمودار مکان ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) صفر

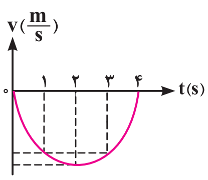
۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

تا الان رو نمودار مکان ـ زمان کار کردیم. حالا می‌خوایم بریم سراغ نمودار سرعت ـ زمان...

۴۵- نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. در کدام بازهٔ زمانی، اندازهٔ شتاب متوسط بیشتر از سایر بازه‌های زمانی است؟



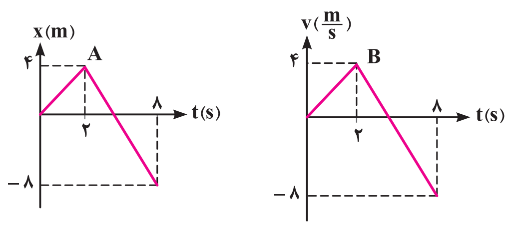
۱) ثانیهٔ اول

۲) دو ثانیهٔ اول

۳) ثانیهٔ سوم

۴) دو ثانیهٔ دوم

۴۶- نمودار مکان ــ زمان متحرک A و نمودار سرعت ــ زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. متحرک‌های A و B به ترتیب از راست به چپ، .... و .... ثانیه در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند.



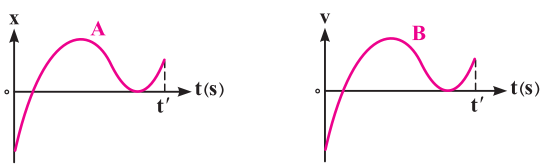
۱) ۲، ۴

۲) ۲، ۲

۳) ۴، ۴

۴) ۴، ۲

۴۷- نمودار مکان ــ زمان متحرک A و نمودار سرعت ــ زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t'، متحرک‌های A و B به ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر جهت می‌دهند؟



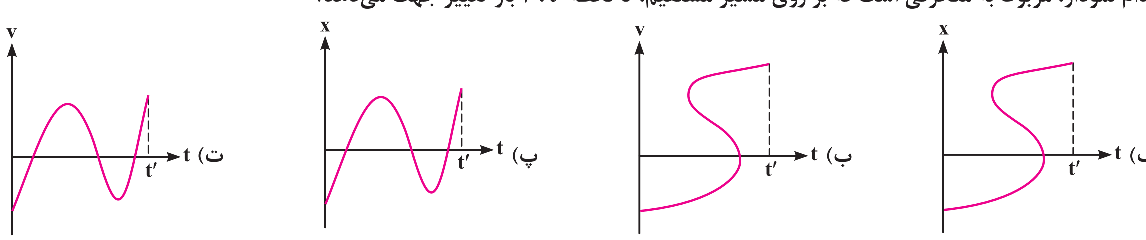
۱) ۲، ۱

۲) ۱، ۲

۳) ۲، ۲

۴) ۱، ۱

۴۸- کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که بر روی مسیر مستقیم، تا لحظهٔ t'، ۲ بار تغییر جهت می‌دهد؟



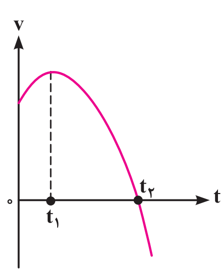
۱) فقط (ت)

۲) فقط (پ)

۳) (الف) و (پ)

۴) (ب) و (ت)

۴۹- نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل، قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟ *(تجربی داخل ۱۴۰۰)*



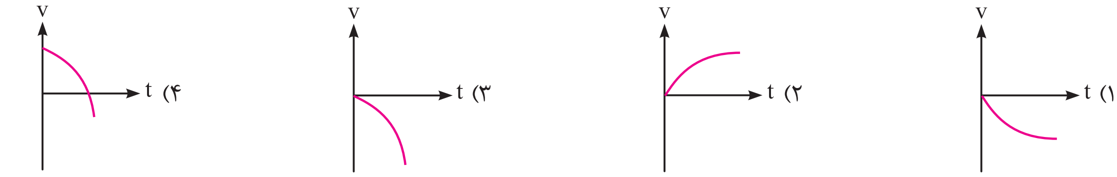
۱) در بازهٔ صفر تا t_1، تندی در حال کاهش است.

۲) بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر و t_2 برابر است.

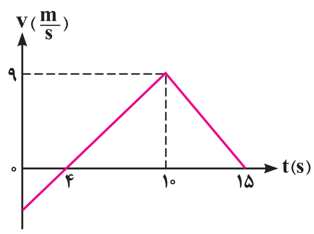
۳) در بازهٔ صفر تا t_2، شتاب خلاف جهت محور x است.

۴) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2، بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا t_2 است.

۵۰- خودرویی در خلاف جهت محور x به گونه‌ای در حال حرکت است که در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، اندازهٔ شتاب متوسط آن رو به کاهش می‌باشد. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار سرعت ـ زمان برای این خودرو باشد؟



۵۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۱۵s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ *(تجربی خارج ۹۳)*



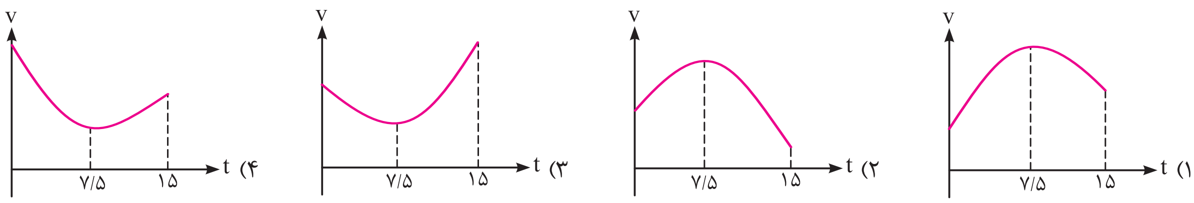
۱) ۰/۴

۲) ۰/۶

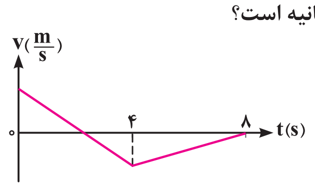
۳) ۰/۸

۴) ۱

۵۲- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و شتاب متوسط متحرک در ۷/۵ ثانیهٔ اول حرکت $-۲\vec{i}$ و در ۱۵ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{۲}{۳}\vec{i}$ است. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار سرعت ـ زمان حرکت این متحرک باشد؟ (تمامی واحدها در SI می‌باشد.)



۵۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. اگر شتاب متوسط این متحرک در چهار ثانیهٔ اول و دوم حرکتش، به ترتیب $-۲m/s^۲$ و $\frac{۱}{۲}m/s^۲$ باشد، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



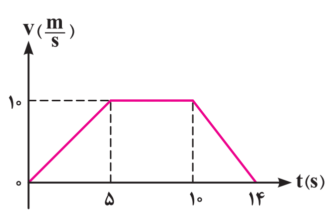
۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $-\frac{۱}{۳}$

۴) $-\frac{۳}{۴}$

۵۴- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟ *(تجربی داخل ۹۲)*



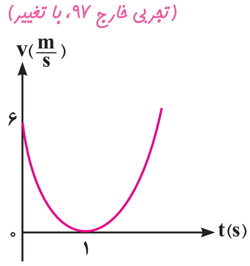
۱) $\frac{۵}{۱۰}$

۲) $\frac{۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۷}{۱۰}$

۴) صفر

۵۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل به صورت سهمی است. در کدام‌یک از بازه‌های زیر، شتاب متوسط متحرک برابر صفر است؟ *(تجربی خارج ۹۷، با تغییر)*



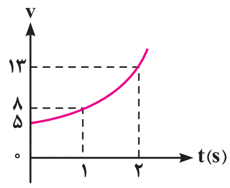
۱) ثانیهٔ دوم حرکت

۲) دو ثانیهٔ اول حرکت

۳) دو ثانیهٔ دوم حرکت

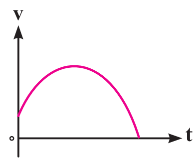
۴) چهار ثانیهٔ اول حرکت

۵۶- نمودار سرعت ـ زمان یک متحرک برحسب زمان که بر روی محور x در حال حرکت است، به‌صورت سهمی روبه‌رو است. شتاب متوسط این متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



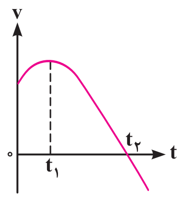
۱) ۵ ۲) ۶
۳) ۷ ۴) ۸

۵۷- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی بر روی محور x، مطابق شکل است. اگر حرکت متحرک را بعد از لحظهٔ $t=0$ بررسی کنیم، حرکت ابتدا در .... محور x با شتاب .... و سپس در .... محور x با شتاب .... است.



۱) جهت، مثبت، خلاف جهت، منفی
۲) خلاف جهت، منفی، جهت، منفی
۳) جهت، منفی، خلاف جهت، منفی
۴) جهت، مثبت، جهت، منفی

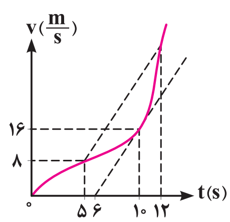
۵۸- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۰)



الف) جهت سرعت و شتاب، در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.
ب) در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، حرکت در جهت محور x است.
پ) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، تندی در حال کاهش است.
ت) بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، خلاف جهت محور x است.

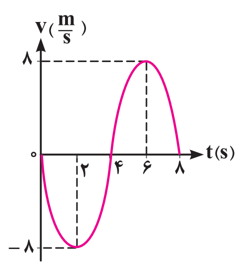
۱) (ب) ۲) (پ) ۳) (الف) و (ت) ۴) (ب) و (ت)

۵۹- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متحرک در لحظهٔ $t=10s$ برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن بین دو لحظهٔ $t_1=5s$ و $t_2=12s$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t=12s$ چند متر بر ثانیه است؟



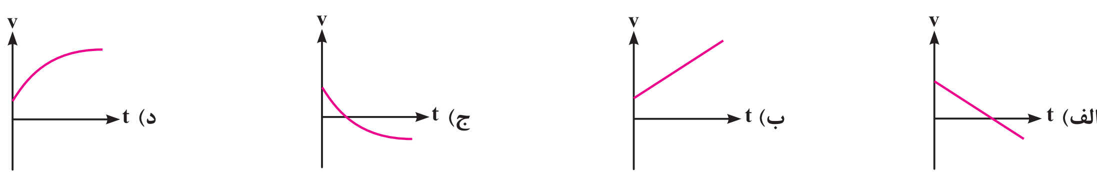
۱) ۲۸
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۲۰

۶۰- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که بردار شتاب آن تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۸
۴) ۶

۶۱- در کدام‌یک از نمودارهای سرعت ـ زمان رسم شده، همواره شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر شتاب لحظه‌ای حرکت است؟



۱) (الف) و (ب) ۲) (ج) و (د) ۳) (الف) و (ج) ۴) (ب) و (د)

۶۲- در سؤال قبل، در کدام‌یک از نمودارهای نشان داده شده، نیروی خالص وارد بر متحرک همواره در جهت مثبت محور x بوده و اندازهٔ آن در حال کاهش است؟

۱) (الف) ۲) (ب) ۳) (ج) ۴) (د)

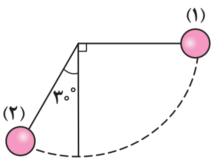
بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت یک متحرک در حالت دو بعدی

تا اینجا سؤالای حرکت یک‌بعدی رو بررسی کردیم. الان می‌خوایم بریم سراغ بررسی مفاهیم پایه‌ای حرکت تو حالت دو بعدی. کتاب درسی تو چند صفحهٔ اول فصل حرکت یه کم روی این جور بحث‌ها کارکرده و ما هم از همون مفاهیم سؤالای جالبی براتون آوردیم...

۶۳- شخصی می‌خواهد از پله‌های یک معبد بزرگ و قدیمی مطابق شکل بالا رود. اگر عرض هر پله ۳۰cm و ارتفاع آن ۴۰cm و معبد دارای ۱۰۰ پله باشد، اندازهٔ جابه‌جایی این شخص هنگامی که از این ۱۰۰ پله بالا می‌رود، چند متر است؟

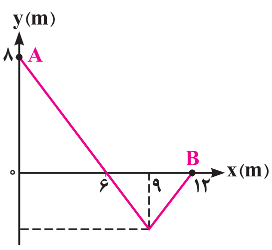
۱) ۵۰ ۲) ۵
۳) ۷۰ ۴) ۷

۶۴- آونگی را از حالت (۱) رها می‌کنیم تا به حالت (۲) برسد. در این حرکت، مسافت طی شده توسط گلولهٔ آونگ چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟ $(\pi \simeq ۳)$



۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

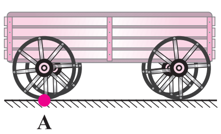
۶۵- جسمی مطابق مسیر نشان داده‌شده، در صفحهٔ مختصات از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی جسم در طول این حرکت، چند برابر مسافت طی شده توسط آن است؟



۱) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۲۰}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۴}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۰}$

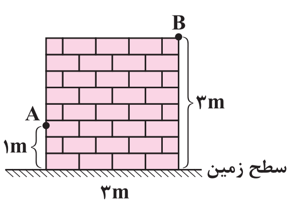
دو تا تست بعدی، عجب سؤالای توپ و باحالی هستن، کلی فسفرسوزی توش لازم دارید ...

۶۶- مطابق شکل، یک گاری دارای چرخ‌هایی به شعاع ۲۰cm می‌باشد. اگر این گاری ۳۰cm جلو برود، نقطهٔ A که روی یکی از چرخ‌ها قرار دارد، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ $(\pi \simeq ۳)$



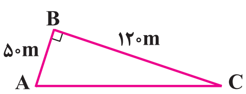
۱) $۱۰\sqrt{۵}$ ۲) $۱۰\sqrt{۱۳}$
۳) ۳۰ ۴) ۵۰

۶۷- مورچه‌ای با تندی ثابت ۱cm/s مطابق شکل بر روی دیواری در حال حرکت است. این مورچه می‌خواهد از نقطهٔ A به سطح زمین رفته و سپس از آنجا به نقطهٔ B برود. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد این مورچه از A به B برسد، چند ثانیه است؟



۱) ۵۰۰
۲) ۴۰۰
۳) $۳۰۰\sqrt{۲}$
۴) $۴۰۰\sqrt{۲}$

۶۸- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت از A به B و سپس از B به C می‌رود. تندی متوسط حرکت از B تا C، چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط حرکت از A تا C است؟



۱) $\frac{۱۳}{۷}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۲}$
۳) $\frac{۱۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱۷}{۱۳}$

۶۹- متحرکی روی خط $y = ۳x - ۲$ در صفحهٔ xoy در حال حرکت است. اگر متحرک بر روی این خط در مدت ۱۰s از نقطهٔ A با $x_A = ۱m$ به نقطهٔ B با $x_B = ۲m$ برود، تندی متوسط حرکت این متحرک در این بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۰}$

۷۰- متحرکی با تندی ثابت بر روی محیط دایره‌ای در حال چرخیدن است. اگر این متحرک هر $12s$ یک دور کامل محیط دایره را طی کند، اندازهٔ سرعت متوسط آن در مدت زمان ۶ ثانیه، چند برابر تندی متوسط آن در مدت زمان ۳ ثانیه است؟ $(\pi \simeq 3)$

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۷۱- متحرک A بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل و متحرک B بر روی خط مستقیم در حال حرکت می‌باشند. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این دو متحرک الزاماً درست است؟

الف) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک A در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، لزوماً اندازهٔ سرعت آن در یک لحظه از آن بازهٔ زمانی صفر بوده است.

ب) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، لزوماً اندازهٔ سرعت آن در یک لحظه از آن بازهٔ زمانی صفر بوده است.

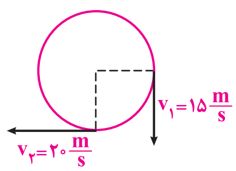
ج) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک A در یک بازهٔ زمانی $6m/s$ باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه $6m/s$ بوده است.

د) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی $6m/s$ باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه $6m/s$ بوده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تو سه تا سؤال بعدی، می‌خوایم بریم سراغ محاسبهٔ شتاب متوسط تو حرکت دوبعدی. احتمال طرح سؤال توی این بحث، تو رشتهٔ ریاضی بیشتر از رشتهٔ تجربی هست...

۷۲- ذره‌ای روی دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند. سرعت آن در شکل در دو لحظهٔ $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ به ترتیب با بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ نشان داده شده است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟

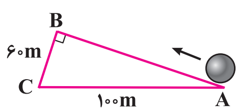


۱) ۶/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۱/۲۵
۴) ۸/۷۵

۷۳- متحرکی با تندی ثابت $5m/s$ مسیر دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر را طی می‌کند. اندازهٔ شتاب متوسط آن در مدت زمانی که متحرک نصف محیط دایره را می‌پیماید، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{5}{\pi}$ ۲) $\frac{5}{2\pi}$ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۲/۵

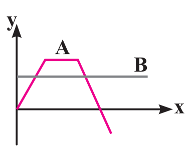
۷۴- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت $70m/s$ از نقطهٔ A به B و سپس از B به C می‌رود. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در جابه‌جایی از A تا C چند واحد SI است؟



۱) صفر ۲) $35\sqrt{2}$
۳) $70\sqrt{2}$ ۴) $50\sqrt{2}$

انصافاً سؤال بعدی، تو نگاه اول، تعجب داره. ولی با خوندن پاسخ همه‌چی حله...

۷۵- دو متحرک A و B در صفحهٔ xoy بر روی مسیرهای نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. این دو متحرک در حین حرکتشان، چند بار از کنار یک‌دیگر عبور کرده‌اند؟



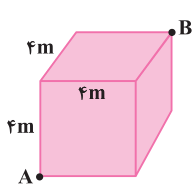
۱) دو بار ۲) یک بار
۳) این دو متحرک هیچ‌گاه از کنار یک‌دیگر عبور نمی‌کنند. ۴) هر یک از گزینه‌های مطرح شده ممکن است درست باشد.

اینم سه تا سؤال خوب که مفاهیم اصلی حرکت رو توی سه بعد بررسی کرده...

۷۶- پرنده‌ای که روی لبهٔ ساختمان بلندی به ارتفاع ۵۰ متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان می‌رسد، سپس ۴۰ متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت ۳۰ متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟ *(ریاضی خارج ۹۷)*

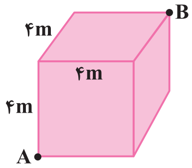
۱) ۱۲۰ ۲) $50\sqrt{2}$ ۳) ۵۰ ۴) $40\sqrt{2}$

۷۷- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع $4m$، زنبوری با تندی ثابت $1cm/s$ پرواز می‌کند. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این زنبور از نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد، چند ثانیه است؟



۱) $400\sqrt{3}$ ۲) $400\sqrt{5}$
۳) $200\sqrt{3}$ ۴) $200\sqrt{5}$

۷۸- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع $4m$ ،مورچه‌ای با تندی ثابت $1cm/s$ در حال حرکت است. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این مورچه بر روی دیواره‌های اتاق از نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد، چند ثانیه است؟



۱) $400\sqrt{3}$ ۲) $400\sqrt{5}$
۳) $200\sqrt{3}$ ۴) $200\sqrt{5}$

حرکت با سرعت ثابت

همون‌طور که همه میدونید، یه نوع ساده‌ای از حرکت، اینه که متحرک روی خط راست با تندی ثابت تو یه جهت مشخص حرکت کنه... این یعنی حرکت با سرعت ثابت و تو ادامه می خوایم با کلی سؤال بررسیش کنیم ...

۷۹- معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t + 5$ است. در این رابطه کدام بیان صحیح نیست؟

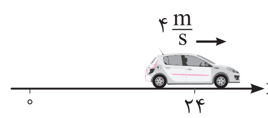
۱) حرکت متحرک به صورت یکنواخت و با سرعت ثابت است.
۲) سرعت متوسط متحرک همواره برابر سرعت لحظه‌ای آن است.
۳) شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای متحرک برابر صفر است.
۴) متحرک در دو ثانیهٔ سوم، به اندازهٔ $8m$ جابه‌جا می‌شود.

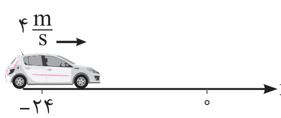
۸۰- در رابطه با حرکت یک متحرک، کدام‌یک از حالات زیر هرگز نمی‌تواند رخ دهد؟

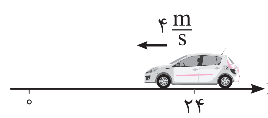
الف) سرعت متحرک ثابت باشد، اما تندی آن ثابت نباشد.
ب) تندی متحرک ثابت باشد، اما سرعت آن ثابت نباشد.
ج) متحرک با تندی ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.
د) متحرک با سرعت ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.

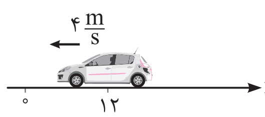
۱) (الف) و (ب) ۲) (ب) و (ج) ۳) (ج) و (د) ۴) (الف) و (د)

۸۱- ذره‌ای با سرعت ثابت بر روی محور x به حرکت درمی‌آید و در دو ثانیهٔ سوم حرکت، ۸ متر در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در پایان این بازهٔ زمانی، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. کدام گزینه وضعیت این متحرک را در شروع حرکتش نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸۲- متحرکی می‌تواند با سرعت ثابت v بر روی محور x حرکت کند. اگر این متحرک از مکان $x_1 = 2m$ شروع به حرکت کند، در لحظهٔ $t = 3s$ به مکان $x_2 = 14m$ می‌رسد. این متحرک از چند متر عقب‌تر از x_1، با همان سرعت قبل شروع به حرکت کند تا در لحظهٔ $t = 2s$ به مکان $x_2 = 12m$ برسد؟

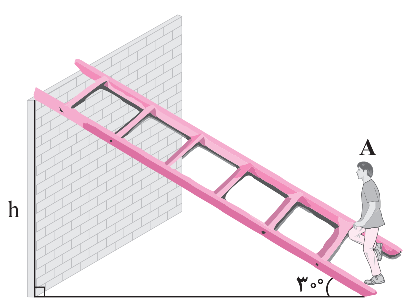
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۰

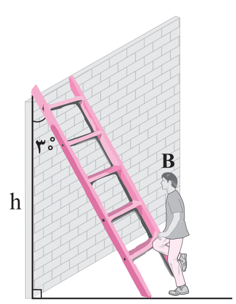
۸۳- یک قطار مترو فاصلهٔ بین دو ایستگاه معین را با سرعت ثابت v_1 در مدت ۲ دقیقه و با سرعت ثابت v_2 در مدت ۳ دقیقه می‌پیماید. اگر این قطار با سرعت $v_1 + v_2$ این مسیر را طی کند، در مدت زمان چند ثانیه فاصلهٔ این دو ایستگاه را می‌پیماید؟

۱) ۹۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۴۴ ۴) ۷۲

۸۴- مطابق شکل، دو شخص A و B با تندی یکسان بر روی دو نردبان به سمت بالا شروع به حرکت می‌کنند و می‌خواهند تا ارتفاع یکسان h بالا بروند. مدت زمانی که طول می‌کشد تا شخص A به ارتفاع موردنظر برسد، چند برابر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا شخص B به این ارتفاع برسد؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{3}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$





اینم یه سؤال قشنگ که بهتون یاد میده چه‌جوری برندهٔ یه مسابقهٔ شنا بشید...

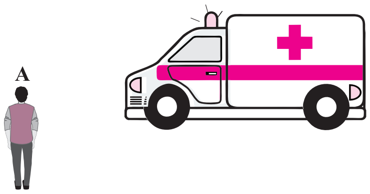
۸۵- دو شناگر A و B در یک مسابقه شرکت می‌کنند. شناگر A با تندی ثابت $12\,km/h$ طول استخر را رفته و برمی‌گردد. اما شناگر B، طول استخر را با تندی $18\,km/h$ رفته و با تندی $6\,km/h$ بازمی‌گردد. کدام شناگر برندهٔ این مسابقه می‌شود؟

۱) A
۲) B
۳) هر دو هم‌زمان به خط پایان می‌رسند.
۴) با توجه به طول استخر، هر یک از گزینه‌ها می‌توانند درست باشند.

۸۶- قطاری به طول L با سرعت ثابت v از روی پلی به طول $120\,m$ عبور می‌کند. اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند، ۳ برابر مدت زمانی باشد که قطار به طور کامل روی پل بوده است، طول قطار چند متر است؟

۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) ۱۶۰

۸۷- مطابق شکل، آمبولانسی با تندی ثابت $30\,m/s$ در مسیر مستقیم در حال حرکت است. درست در لحظه‌ای که این آمبولانس از کنار شخص ساکن A می‌گذرد، آژیر آمبولانس به مدت $10\,s$ روشن شده و سپس خاموش می‌شود. شخص A به مدت چند ثانیه صدای آژیر این آمبولانس را می‌شنود؟ (تندی حرکت صوت در هوا $300\,m/s$ است.)



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۲۰
۴) ۲۲

حالا میریم سراغ سؤالای مربوط به حرکت دو متحرک با سرعت ثابت ... کلی سؤال متنوع از این بحث براتون آوردیم ...

۸۸- دو اتومبیل با تندی‌های ثابت v_A و $v_B = 40\,km/h$ از شهر تهران به سمت شهر اراک که در ۲۴۰ کیلومتری تهران است، شروع به حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل A، دو ساعت دیرتر از B شروع به حرکت کند، دو اتومبیل هم‌زمان به اراک می‌رسند. تندی v_A چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۳۰
۲) ۸۰
۳) ۶۰
۴) ۹۰

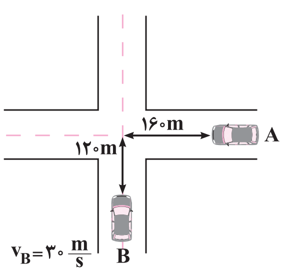
۸۹- دو اتومبیل که سرعت یکی نصف دیگری است، از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B که در فاصلهٔ ۶۰۰ متری A قرار دارد، روی مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل سریع‌تر، ۱۰ ثانیه دیرتر از اتومبیل دیگر شروع به حرکت کرده و ۱۰ ثانیه زودتر از آن به مقصد برسد، سرعت اتومبیل کندتر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۹۰- یک لاک‌پشت و یک خرگوش در یک مسیر مستقیم با یک‌دیگر مسابقه می‌دهند. سرعت حرکت لاک‌پشت $0/1\,m/s$ و سرعت حرکت خرگوش، ۱۵ برابر سرعت حرکت لاک‌پشت است. خرگوش در بین راه، ۱۹ دقیقه استراحت می‌کند و لاک‌پشت بدون توقف حرکت کرده و در نهایت با فاصلهٔ $30\,m$ از خرگوش، برندهٔ مسابقه می‌شود. طول مسیر مسابقه چند متر است؟

۱) ۱۲۰
۲) ۲۴۰
۳) ۹۰
۴) ۶۰

۹۱- مطابق شکل، دو خودرو با سرعت‌های ثابت از فواصل مشخص شده به سمت یک چهار راه حرکت می‌کنند. اگر این دو خودرو در چهار راه با یک‌دیگر تصادف کنند، تندی حرکت خودروی A چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۳۰

۹۲- در سؤال قبل، یک ثانیه قبل از برخورد دو خودرو به یک‌دیگر، این دو خودرو در فاصلهٔ چند متری از هم قرار دارند؟

۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۳۰

۹۳- معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B که به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x شروع به حرکت می‌کنند، در SI به‌صورت $x_A = vt + 40$ و $x_B = (v+6)t + 10$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ این دو متحرک از یک‌دیگر برابر $36\,m$ می‌شود؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۱
۴) ۱۲

۹۴- دو متحرک A و B بر روی محور x با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. در لحظهٔ $t = ۰$، بردار مکان متحرک A در SI برابر $\vec{d}_A = ۶۰\vec{i}$ و بردار مکان متحرک B، قرینهٔ بردار مکان A است. اگر $\vec{v}_A = v\vec{i}$ و $\vec{v}_B = ۲v\vec{i}$ باشد $(v > ۰)$، دو متحرک در فاصلهٔ چند متری از مبدأ مختصات به یک‌دیگر می‌رسند؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۰

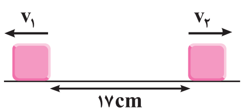
۹۵- در یک مسیر افقی، در شروع حرکت فاصلهٔ دو متحرک A و B از یک‌دیگر ۳۵۰ متر است. تندی متحرک A ثابت و برابر $۱۸\,km/h$ و تندی متحرک B ثابت و برابر $۳۶\,km/h$ است و دو متحرک در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت کرده و به هم نزدیک می‌شوند. در کدام بازهٔ زمانی (برحسب ثانیه) فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر کم‌تر از ۵۰ متر است؟

۱) $t > ۲۰$ ۲) $۲۰ < t < \frac{۸۰}{۳}$ ۳) $t < \frac{۸۰}{۳}$ ۴) $\frac{۸۰}{۳} < t < ۴۰$

۹۶- دو دوندهٔ A و B با سرعت ثابت در حال دویدن هستند. در شروع مسابقه دوندهٔ B، ۶m جلوتر از دوندهٔ A است. اگر در لحظهٔ $t = ۲s$ دوندهٔ A، ۴m جلوتر از B باشد، در لحظهٔ $t = ۳s$ فاصلهٔ دو دونده از یک‌دیگر چند متر می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۶

۹۷- مطابق شکل، دو متحرک در فاصلهٔ ۱۷ سانتی‌متری از یک‌دیگر قرار دارند و با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 در جهت‌های نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. اگر در لحظهٔ $t = ۲s$، فاصلهٔ دو متحرک به ۲۳cm برسد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها ۳۲cm می‌شود؟

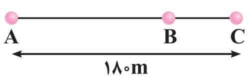


۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۹۸- متحرک A با تندی ثابت از مکان $x = ۱۸m$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با A، متحرک B با تندی ثابت از مبدأ مکان به دنبال A به راه می‌افتد. اگر در لحظهٔ $t = ۶s$ دو متحرک از کنار هم عبور کنند، در چه لحظاتی برحسب ثانیه، دو متحرک در فاصلهٔ ۳ متری از یک‌دیگر قرار دارند؟

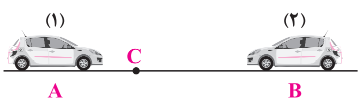
۱) ۴ و ۸ ۲) ۵ و ۷ ۳) ۵ و ۸ ۴) ۴ و ۷

۹۹- دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد، بزرگی سرعت متحرک اول، چند متر برثانیه است؟ *(ریاضی خارج ۹۹)*



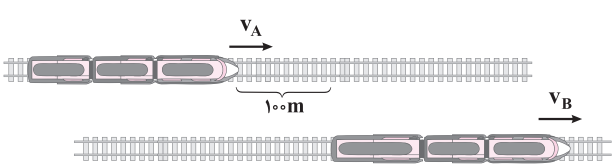
۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۰۰- مطابق شکل، خودروهای (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C از کنار هم می‌گذرند. اگر مدت حرکت خودروی (۱) از C تا B، ۹ برابر مدت حرکت خودروی (۲) از C تا A باشد، طول مسیر BC چند برابر AC است؟



۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۲

۱۰۱- مطابق شکل، دو قطار A و B به ترتیب به طول ۷۰m و ۸۰m در لحظهٔ $t = ۰$ با سرعت‌های ثابت $v_A = ۳۵\,m/s$ و $v_B = ۲۵\,m/s$ روی دو ریل موازی شروع به حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، قطار A به طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد؟



۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۲۲ ۴) ۲۵

۱۰۲- در سؤال قبل، چند ثانیه بعد از شروع حرکت، فاصلهٔ دو قطار از یک‌دیگر دوباره برابر ۱۰۰m می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۸ ۳) ۳۵ ۴) ۳۶

۱۰۳- دو قطار A و B روی دو ریل مستقیم و موازی، در خلاف جهت یک‌دیگر به ترتیب با تندی‌های ثابت ۸m/s و ۲m/s در حال حرکت هستند. این دو قطار در لحظهٔ $t = ۰$ به یک‌دیگر می‌رسند و در لحظهٔ $t = ۳۰s$ به طور کامل از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند. اگر قطار A یک لوکوموتیو و ۵ واگن و قطار B یک لوکوموتیو و ۸ واگن داشته باشد و طول تمام واگن‌ها و لوکوموتیوها با هم برابر باشد، طول هر واگن چند متر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

۱ — ۳ — بررسی گزینه‌ها

۱) درست است. بردار مکان اولیه، برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن خانه است و اندازهٔ آن برابر است با: $d_۱=\sqrt{۵^۲+۱۲^۲}=۱۳km$

۲) درست است. اگر اندازهٔ بردار مکان مدرسه را با $d_۲$ نشان دهیم، داریم:

$d_۲=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵km$

۳) مسافت طی شدهٔ دانش‌آموز، برابر طول مسیر پیموده شده توسط او می‌باشد که برابر $۲+۹+۱=۱۲km$ می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

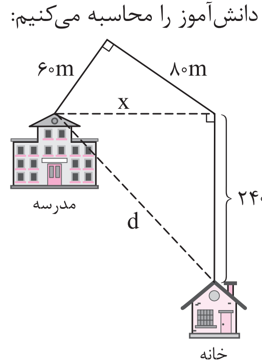
۴) بدون شرح درست است. اندازهٔ بردار جابه‌جایی برابر اندازهٔ تفاضل بردارهای مکان اولیه و ثانویهٔ متحرک است که از مسافت طی‌شده کمتر است.

اندازهٔ بردار جابه‌جایی $=\sqrt{(۴-۵)^۲+(۳-۱۲)^۲}=\sqrt{۸۲}km<۱۲km$

۲ — ۲ — **گام اول:** ابتدا مسافت طی‌شده توسط دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:

مسافت طی‌شده : $l=۶۰+۸۰+۲۴۰=۳۸۰m$

گام دوم: با توجه به شکل، اندازهٔ بردار جابه‌جایی دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:



$x^۲=۶۰^۲+۸۰^۲\Rightarrow x=۱۰۰m$

$d^۲=x^۲+۲۴۰^۲$

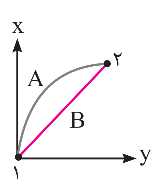
$\Rightarrow d=\sqrt{۱۰۰^۲+۲۴۰^۲}=۲۶۰m$

بنابراین اختلاف مسافت طی‌شده و اندازهٔ جابه‌جایی دانش‌آموز برابر است با:

$l-d=۳۸۰-۲۶۰=۱۲۰m$

۳ — ۱ — برای دو متحرک A و B، دو مسیر دلخواه مطابق شکل زیر در دستگاه مختصات در نظر می‌گیریم:

واضح است مسافتی که A طی کرده است، بیشتر از B است ($l_A>l_B$). نقاط ابتدا و انتهای مسیر برای هر دو متحرک یکسان است، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است ($d_A=d_B$). تندی متوسط حاصل تقسیم مسافت طی شده بر زمان سپری شده است. بنابراین می‌توان نوشت:



تندی متوسط : $s_{av}=\frac{l}{t}\xrightarrow{l_A>l_B}s_{av_A}\neq s_{av_B}$

برای مقایسهٔ سرعت متوسط دو متحرک می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{d}{t}\xrightarrow{d_A=d_B}v_{av_A}=v_{av_B}$$

بنابراین کمیت‌های جابه‌جایی و سرعت متوسط برای این دو متحرک الزاماً یکسان است.

۴ — ۳ — طبق صورت سؤال، متحرک در لحظهٔ $t=۰$، در مکان $x_۰=-۴۰m$ و در لحظهٔ $t_۲=۱۰s$، در مکان $x_۲=۲۰m$ قرار دارد. بنابراین سرعت متوسط این متحرک در طی ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\begin{cases}t_۰=۰\Rightarrow x_۰=-۴۰\,m\\ t_۲=۱۰\,s\Rightarrow x_۲=+۲۰\,m\end{cases}\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰-(-۴۰)}{۱۰-۰}=۶\,m/s$$

$$=\frac{۲۰-(-۴۰)}{۱۰-۰}=۶\,m/s$$

۵ — ۳ — **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow -۴\vec{i}=\frac{\Delta x}{۱۰}\Rightarrow(\Delta x)_{\text{صفر تا }t_۲}=-۴۰\vec{i}$$

گام دوم: سپس جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۳$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۴}{۳}\vec{i}=\frac{\Delta x}{۱۵}\Rightarrow(\Delta x)_{\text{صفر تا }t_۳}=۲۰\vec{i}$$

گام سوم: در نهایت جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ برابر است با:

$$(\Delta x)_{\text{صفر تا }t_۳}=(\Delta x)_{\text{صفر تا }t_۲}+(\Delta x)_{t_۲\text{ تا }t_۳}$$

$$۲۰\vec{i}=(-۴۰\vec{i})+(\Delta x)_{t_۲\text{ تا }t_۳}\Rightarrow(\Delta x)_{t_۲\text{ تا }t_۳}=۶۰\vec{i}$$

$$v_{av}=\frac{(\Delta x)_{t_۲\text{ تا }t_۳}}{\Delta t}=\frac{۶۰\vec{i}}{۱۵-۱۰}=۱۲\vec{i}\,\frac{m}{s}$$

۶ — ۴ — **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم:

$d_A=۰-۴۰=-۴۰m\ ,\ d_B=۰-(-۲۰)=+۲۰m$

گام دوم: نسبت سرعت متوسط دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\xrightarrow[d_A=-۴۰m,\,d_B=۲۰m]{\Delta t\text{ یکسان}}\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}}=\frac{d_A}{d_B}=\frac{-۴۰}{۲۰}=-۲$$

۷ — ۲ — **گام اول:** برای به دست آوردن مکان اولیهٔ متحرک، کافی است $t=۰$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار دهیم:

$$x=۱+۲\cos(\frac{\pi t}{۲})$$

$\xrightarrow{t=۰}$ مکان اولیه : $x_۰=۱+۲\cos(۰)=۱+۲=۳m$

گام دوم: برای به دست آوردن سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول، ابتدا جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۰\Rightarrow x_۱=۱+۲\cos(۰)=۳m\\ t_۲=۲s\Rightarrow x_۲=۱+۲\cos(\frac{\pi}{۲}\times۲)=۱+(-۲)=-۱m\end{cases}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۱-۳}{۲-۰}=-۲m/s\Rightarrow|v_{av}|=۲m/s$$

۸ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x=\frac{۱}{۳}t^۳-۲t^۲+۳t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_۱=۰ \Rightarrow x_۱=۰ \\ t_۲=۴s \Rightarrow x_۲=\frac{۱}{۳}\times ۴^۳-۲\times ۴^۲+۳\times ۴=\frac{۶۴}{۳}-۲۰=\frac{۴}{۳}>۰ \end{cases}$$

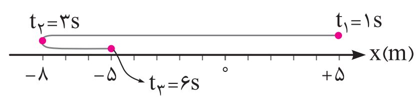
$$v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\xrightarrow[x_۲>۰]{x_۱=۰} v_{av}>۰$$

$\Rightarrow$ سرعت متوسط متحرک در جهت محور x است.

حتماً بخونش

همواره سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی، بین بیشترین و کم‌ترین سرعت لحظه‌ای متحرک در آن بازهٔ زمانی می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) قطعاً نادرست است.

۹ ۳ همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در لحظات $t_۱=۱s$ و $t_۲=۳s$ متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_۱=۵m$ و $x_۲=-۸m$ قرار دارد و در $t=۳s$ تغییر جهت داده و برمی‌گردد. این موضوع یعنی در بازهٔ زمانی سه ثانیهٔ دوم (یعنی از $t_۲=۳s$ تا $t_۳=۶s$) متحرک ۳m در جهت محور x جابه‌جا شده و به نقطهٔ $x_۳=-۵m$ می‌رسد، بنابراین برای محاسبهٔ v_{av} و s_{av} از ۱s تا ۶s می‌توان نوشت:



$$\vec v_{av}=\frac{\vec d_۳-\vec d_۱}{\Delta t}=\frac{-۵\vec i-۵\vec i}{۶-۱}=-۲\vec i\ m/s$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۳+۳}{۵}=\frac{۱۶}{۵}=۳/۲\ m/s$$

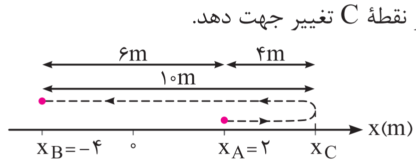
۱۰ ۴ **گام اول:** ابتدا مدت زمان کل حرکت و مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\vec v_{av}=\frac{\vec d_۲-\vec d_۱}{\Delta t}\Rightarrow -۳\vec i=\frac{-۴\vec i-۲\vec i}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۲s$$

$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۷=\frac{l}{۲}\Rightarrow$ مسافت طی شده: $l=۱۴m$

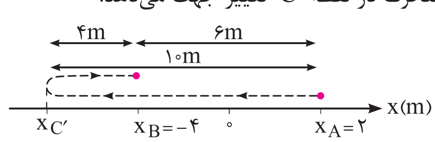
گام دوم: در این سؤال برای حرکت متحرک، دو حالت می‌تواند اتفاق بیفتد. این‌که ابتدا متحرک در جهت محور x حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد یا این‌که ابتدا در خلاف جهت محور x حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد.

حالت اول: با توجه به این‌که مسافت طی‌شده برابر ۱۴m است، متحرک می‌تواند مطابق شکل حرکت کرده و در نقطهٔ C تغییر جهت دهد.



$\vec d_C=۶\vec i$

حالت دوم: در این حالت، متحرک در نقطهٔ C′ تغییر جهت می‌دهد.



$\vec d_C=-۸\vec i$

۱۱ ۱ **گام اول:** ابتدا معادله مکان ـ زمان را بازنویسی می‌کنیم:

$$y=t^۲-۶t+۸=(t-۳)^۲-۱$$

واضح است که منفی‌ترین مقدار y (یعنی $y=-۱$)، در لحظهٔ $t=۳s$ اتفاق می‌افتد.

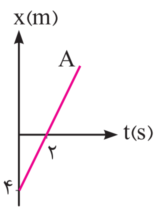
گام دوم: محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t_۱=۰$ تا $t_۲=۳s$:

$$\begin{cases} t_۱=۰\Rightarrow y_۱=۸m \\ t_۲=۳s\Rightarrow y_۲=-۱m \end{cases}\Rightarrow \Delta y=-۱-۸=-۹m$$

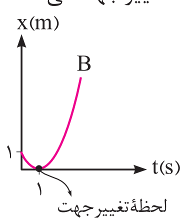
$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-۹}{۳}=-۳m/s\Rightarrow |v_{av}|=۳m/s$$

۱۲ ۲ همان‌طور که می‌دانیم، زمانی اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط یک متحرک با هم برابر است که متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده و تغییر جهت ندهد. حال به بررسی حرکت هر یک از متحرک‌ها می‌پردازیم:

متحرک A $(x_A=۲t-۴)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک A، این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

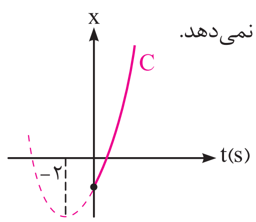


متحرک B $(x_B=t^۲-۲t+۱)$: این متحرک در لحظهٔ $t=۱s$ تغییر جهت می‌دهد.



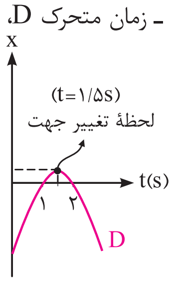
$$x_B=t^۲-۲t+۱=(t-۱)^۲$$

متحرک C $(x_C=t^۲+۴t-۲)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان آن، واضح است که این متحرک پس از لحظهٔ $t=۰$، تغییر جهت نمی‌دهد.



$$x_C=t^۲+۴t-۲=(t+۲)^۲-۶$$

متحرک D $(x_D=-t^۲+۳t-۲)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک D، این متحرک در لحظهٔ $t=۱/۵s$ تغییر جهت می‌دهد.



$$x_D=-t^۲+۳t-۲=-(t^۲-۳t+۲)=-(t-۱)(t-۲)$$

بنابراین متحرک‌های A و C پس از لحظهٔ $t=۰$ تغییر جهت نداده و در طول مسیر حرکتشان، اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است.

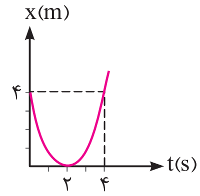
۱۳ ۳ **گام اول:** با توجه به این‌که سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش برابر صفر است، می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{\Delta t}\Rightarrow ۰=\frac{(۴-\alpha)^۲-\alpha^۲}{۴}\Rightarrow (۴-\alpha)^۲=\alpha^۲$$

$$\to \alpha=۴-\alpha\to ۲\alpha=۴\to \alpha=۲$$

گام دوم: رسم نمودار مکان ـ زمان متحرک:

$$x=(t-۲)^۲$$



مطابق شکل واضح است که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ تغییر کرده است. بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، برابر $l=۲\times۴=۸m$ است.

$$s_{av}=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{مدت زمان}}=\frac{۸}{۴}=۲m/s$$

۱۴ (۱) گام اول: ابتدا زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$y_B=y_A\to t^۲=۲۰t-۳۶\to t^۲-۲۰t+۳۶=۰$$

$$\Rightarrow (t-۱۸)(t-۲)=۰\to t_۱=۲s\ ,\ t_۲=۱۸s$$

گام دوم: این دو متحرک در لحظات $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۸s$ از کنار یکدیگر می‌گذرند. در نتیجه کافی است جابه‌جایی آن‌ها را در این بازهٔ زمانی محاسبه کنیم و سپس سرعت متوسط آن‌ها را به دست آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow y_{۱B}=۲^۲m\\ t_۲=۱۸s\Rightarrow y_{۲B}=۱۸^۲m\end{cases}$$

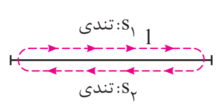
$$v_{av_B}=\frac{\Delta y_B}{\Delta t}\to v_{av_B}=\frac{۱۸^۲-۲^۲}{۱۸-۲}=\frac{(۱۸-۲)(۱۸+۲)}{۱۸-۲}=۲۰m/s$$

$$\Rightarrow \vec v_{av_A}=\vec v_{av_B}=۲۰\vec j\ (\frac{m}{s})$$

حتماً بخونش

با توجه به مفاهیم حرکت سرعت ثابت، متحرک A با سرعت ثابت $۲۰m/s$ حرکت می‌کند. بنابراین بردار سرعت متوسط آن بدون حل در هر بازهٔ زمانی دلخواه، به صورت $\vec v_{av_A}=۲۰\vec j$ است.

۱۵ (۲) گام اول: ابتدا کل زمان حرکت را محاسبه می‌کنیم ($t_۱$ زمان رفت و $t_۲$ زمان برگشت است):



$$t=\frac{l}{s_{av}}\to t_۱=\frac{l}{s_۱}\ ,\ t_۲=\frac{l}{s_۲}$$

$$\Rightarrow \text{کل زمان حرکت}: t_۱+t_۲=\frac{l}{s_۱}+\frac{l}{s_۲}=l(\frac{۱}{s_۱}+\frac{۱}{s_۲})$$

گام دوم: حال می‌دانیم شناگر مسافت $۲l$ را طی کرده است (چون مسافت l را رفته و سپس مسافت l را برگشته است)، در نتیجه تندی متوسط آن در کل مسیر حرکتش برابر است با:

$$s_{av_{\text{کل}}}=\frac{۲l}{t_۱+t_۲}=\frac{۲l}{l(\frac{۱}{s_۱}+\frac{۱}{s_۲})}=\frac{۲}{\frac{s_۲+s_۱}{s_۱s_۲}}=\frac{۲s_۱s_۲}{s_۱+s_۲}$$

۱۶ (۲) گام اول: فرض می‌کنیم طول پیست برابر l باشد، بدین‌ترتیب در دور اول مسابقه داریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۴۰=\frac{l}{\Delta t_۱}\Rightarrow \Delta t_۱=\frac{l}{۴۰}$$

گام دوم: در ادامه فرض می‌کنیم اتومبیل دور دوم را با تندی ثابت v طی کند. در این صورت زمان طی کردن دور دوم برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow v=\frac{l}{\Delta t_۲}\Rightarrow \Delta t_۲=\frac{l}{v}$$

گام سوم: در نهایت تندی متوسط را در کل دو دور به دست آورده و برابر $۶۰m/s$ قرار می‌دهیم:

$$s_{av_{\text{کل}}}=\frac{l_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}}\Rightarrow ۶۰=\frac{۲l}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}$$

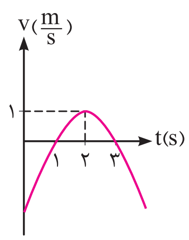
$$\Rightarrow ۶۰=\frac{۲l}{\frac{l}{۴۰}+\frac{l}{v}}\Rightarrow ۳۰=\frac{۱}{\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{v}}\Rightarrow \frac{۳}{۴}+\frac{۳۰}{v}=۱\Rightarrow \frac{۳۰}{v}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow v=۱۲۰m/s$$

۱۷ (۲) معادله سرعت ـ زمان این متحرک به صورت زیر است:

$$v=-t^۲+۴t-۳=-(t^۲-۴t+۳)=-(t-۱)(t-۳)$$

بنابراین سرعت متحرک در لحظات $t_۱=۱s$ و $t_۲=۳s$ به صفر می‌رسد و علامت آن تغییر می‌کند، پس متحرک در این لحظات تغییر جهت می‌دهد. باتوجه به نمودار سرعت ـ زمان، متحرک در بازهٔ زمانی $۱s<t<۳s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (چرا؟) و بیشترین سرعت این متحرک در این بازهٔ زمانی برابر $۱m/s$ است.



$$t=۲s\Rightarrow v=-۲^۲+۴\times۲-۳=۱m/s$$

بنابراین فقط عبارت‌های (ج) و (د) صحیح است.

۱۸ (۱) دو ثانیهٔ دوم، معادل $۲s\le t\le ۴s$ است. بنابراین برای محاسبهٔ شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow v_۱=۲\cos(۲\pi+\frac{\pi}{۶})+۴=۲\cos(\frac{\pi}{۶})+۴=۴+\sqrt{۳}m/s\\ t_۲=۴s\Rightarrow v_۲=۲\cos(۴\pi+\frac{\pi}{۶})+۴=۲\cos(\frac{\pi}{۶})+۴=۴+\sqrt{۳}m/s\end{cases}$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{v_۱=v_۲}a_{av}=۰$$

۱۹ (۳) گام اول: ابتدا تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec a_{av}=\frac{\Delta\vec v}{\Delta t}\Rightarrow -۲\vec i=\frac{\Delta\vec v}{۱۰}\Rightarrow(\Delta\vec v)_{\text{صفر تا }t_۲}=-۲۰\vec i$$

گام دوم: سپس تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۳$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec a'_{av}=\frac{\Delta\vec v}{\Delta t}\Rightarrow \frac{۲}{۳}\vec i=\frac{\Delta\vec v}{۱۵}\Rightarrow(\Delta\vec v)_{\text{صفر تا }t_۳}=۱۰\vec i$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ برابر است با:

$$(\Delta\vec v)_{\text{صفر تا }t_۳}=(\Delta\vec v)_{\text{صفر تا }t_۲}+(\Delta\vec v)_{t_۲\text{ تا }t_۳}$$

$$۱۰\vec i=-۲۰\vec i+(\Delta\vec v)_{t_۲\text{ تا }t_۳}\Rightarrow(\Delta\vec v)_{t_۲\text{ تا }t_۳}=۳۰\vec i$$

$$\vec a_{av}=\frac{(\Delta\vec v)_{t_۲\text{ تا }t_۳}}{\Delta t}=\frac{۳۰\vec i}{۱۵-۱۰}=۶\vec i\ (\frac{m}{s^۲})$$

۲۰ ۲ **گام اول:** محاسبهٔ تغییرات سرعت در بازه‌های زمانی داده‌شده:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}-۴=\dfrac{\Delta v_۱}{۱۰-۵}\Rightarrow \Delta v_۱=-۲۰m/s\\ ۲=\dfrac{\Delta v_۲}{۱۲-۱۰}\Rightarrow\Delta v_۲=۴m/s\end{cases}$$

گام دوم: محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۲s$:

$$a_{av}=\frac{\Delta v_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{\Delta v_۱+\Delta v_۲}{۱۲-۵}=\frac{-۲۰+۴}{۱۲-۵}=-\frac{۱۶}{۷}\Rightarrow \vec a_{av}=-\frac{۱۶}{۷}\vec i$$

۲۱ ۳ **گام اول:** ابتدا لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را به‌دست می‌آوریم:
$v=۰\Rightarrow t^۲-b=۰\Rightarrow t=\sqrt b$

در این لحظه سرعت صفر شده و علامت سرعت تغییر می‌کند (چرا؟)، بنابراین در لحظهٔ $t=\sqrt b$ جهت حرکت عوض می‌شود.

گام دوم: در ادامه شتاب متوسط متحرک را از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ تغییر جهت برحسب b به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۰\Rightarrow v_۱=-b\\ t_۲=\sqrt b\Rightarrow v_۲=۰\end{cases}$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{۰-(-b)}{\sqrt b-۰}\Rightarrow\frac{b}{\sqrt b}=۲\Rightarrow\sqrt b=۲\Rightarrow b=۴$$

۲۲ ۱ **گام اول:** ابتدا معادلهٔ سرعت متحرک را بازنویسی می‌کنیم:

$v=t^۲-۲t+۵=(t-۱)^۲+۴$

واضح است که کم‌ترین تندی متحرک $(۴m/s)$ در لحظهٔ $t=۱s$ اتفاق می‌افتد.

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی $۰\le t\le ۱s$ به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۴-۵}{۱-۰}=-۱m/s^۲\Rightarrow|a_{av}|=۱m/s^۲$$

۲۳ ۲ **گام اول:** برای محاسبهٔ شتاب متوسط متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت، ابتدا باید سرعت متحرک را در لحظات $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$ به‌دست آوریم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow x_۱=(۲+۱)^۲=۹m\Rightarrow v_۱=۲\sqrt{۹}=۶m/s\\ t_۲=۴s\Rightarrow x_۲=(۴+۱)^۲=۲۵m\Rightarrow v_۲=۲\sqrt{۲۵}=۱۰m/s\end{cases}$$

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰-۶}{۴-۲}=۲m/s^۲$$

۲۴ ۱ بررسی گزاره‌ها

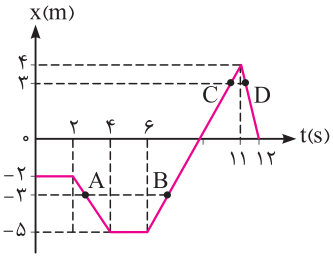
الف) نادرست است. بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان برابر ۵m می‌باشد.

ب) نادرست است. متحرک در دو ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ سوم توقف دارد (در مجموع به مدت ۴ ثانیه).

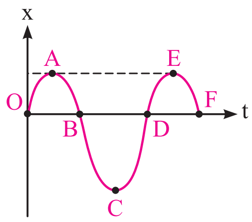
ج) نادرست است. مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲s برابر است با:
$l=۳+۵+۴+۴=۱۶m$

د) درست است. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در نقاط A، B، C و D، فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان برابر ۳m می‌شود.

ه) نادرست است. چون در بازهٔ زمانی $t_۱=۶s$ تا $t_۲=۱۱s$، متحرک تغییر جهت نداده است، بنابراین در این بازهٔ زمانی اندازهٔ جابه‌جایی برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.



۲۵ ۳ **گام اول:** ابتدا بر روی نمودار، نقاط را نام‌گذاری می‌کنیم. با توجه به نمودار مقابل، می‌توان نوشت:



$x_O=x_B=x_D=x_F=۰$

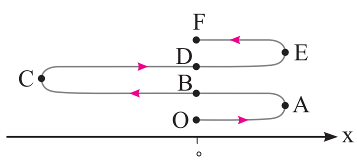
$x_A=x_E>۰$

$x_C<۰$

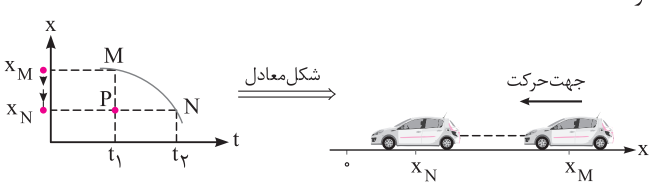
$|x_C|>|x_A|$

گام دوم: رسم مسیر حرکت.

متحرک از مبدأ تا A در جهت محور x حرکت کرده، سپس از A تا C در خلاف جهت و از C تا E مجدداً در جهت محور x و از E تا F در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

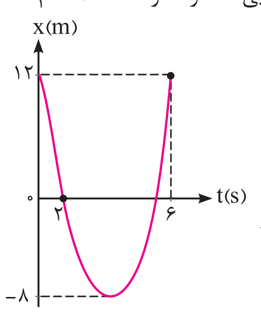


۲۶ ۳ با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده شده، متحرک در لحظهٔ $t_۱$ در مکان x_M و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان x_N است. بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، متحرک در خلاف جهت محور x از x_M تا x_N بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده است.



بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، مسافت طی شده توسط متحرک برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن $|x_N-x_M|$ است که با توجه به شکل فوق، همان طول پاره‌خط MP می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است. (دقت شود چون متحرک در این بازهٔ زمانی تغییر جهت نداده است، اندازهٔ جابه‌جایی برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.)

۲۷ ۱ **گام اول:** با توجه به شکل، جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۶s$ برابر است با:



$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow x_۱=۰\\ t_۲=۶s\Rightarrow x_۲=۱۲m\end{cases}$$

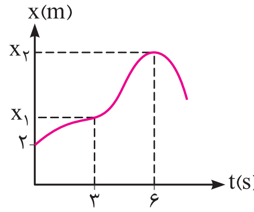
$\Rightarrow$ جابه‌جایی : $\Delta x=x_۲-x_۱=۱۲-۰=۱۲m$

سرعت متوسط : $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۲-۰}{۶-۲}=۳m/s$

گام دوم: مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۶s$ برابر $۸+۸+۱۲=۲۸m$ است. بنابراین داریم:

تندی متوسط : $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۲۸}{۴}=۷m/s$

۲۸ ۲ گام اول: ابتدا به‌کمک رابطهٔ تندی متوسط، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:



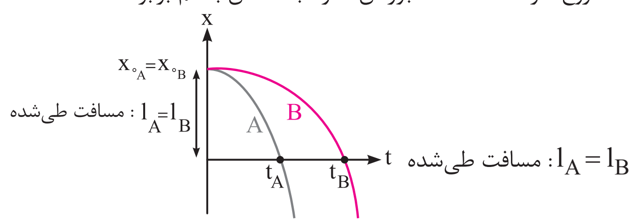
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{l}{۳}\Rightarrow l=۶m$$

$$x_1=۲+l=۲+۶=۸m$$

گام دوم: در ادامه به کمک رابطهٔ سرعت متوسط، مقدار x_2 را که همان مکان تغییر جهت ذره است، به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{\Delta t}\Rightarrow ۴=\frac{x_2-۸}{۳}\Rightarrow x_2=۲۰m$$

۲۹ ۳ با توجه به نمودار رسم‌شده، مسافت طی‌شده توسط هر دو متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور آن‌ها از مبدأ مکان با هم برابر است.



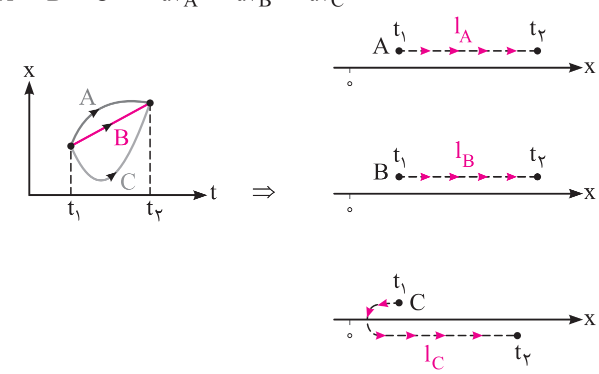
از طرفی با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $\left(s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\right)$ و این‌که $t_B>t_A$ است، تندی متوسط B، کم‌تر از A است.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\xrightarrow[t_B>t_A]{l_A=l_B}s_{av_A}>s_{av_B}$$

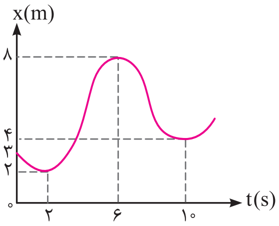
۳۰ ۱ طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط یک متحرک به جابه‌جایی و زمان جابه‌جایی موردنظر بستگی دارد. با توجه به نمودار مکان ـ زمان رسم شده، هر سه متحرک در لحظهٔ t_1 از یک مکان شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ t_2 به یک مکان رسیده‌اند، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها و در نتیجه سرعت متوسط آن‌ها با یک‌دیگر برابر است.

طبق رابطهٔ $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$، برای مقایسهٔ تندی متوسط، باید مسافت طی شده توسط سه متحرک را مقایسه کنیم. دو متحرک A و B در مسیر حرکتشان تغییر جهت نداده‌اند، بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است و در نتیجه $s_{av_A}=s_{av_B}$ است. متحرک C در بازهٔ زمانی موردنظر تغییر جهت داده است. بنابراین مسافت طی شده توسط C، بیشتر از دو متحرک دیگر بوده و در نتیجه تندی متوسط C نیز بیشتر از دو متحرک A و B است.

$$l_A=l_B<l_C\Rightarrow s_{av_A}=s_{av_B}<s_{av_C}$$



۳۱ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال جالب، می‌توان اعدادی مناسب و منطقی متناسب با نمودار را بر روی آن فرض کرد و تندی متوسط را در تمامی بازه‌های اشاره‌شده با توجه به این اعداد به‌دست آورد. به‌طور مثال، می‌توان نوشت:



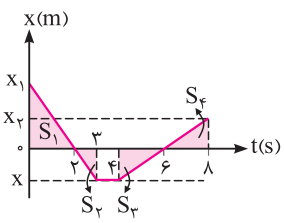
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$$

$$\begin{cases}۰<t<۲s\Rightarrow s_{av}=\frac{۱}{۲}m/s\\ ۰<t<۶s\Rightarrow s_{av}=\frac{۱+۶}{۶}=\frac{۷}{۶}m/s\\ ۲s<t<۱۰s\Rightarrow s_{av}=\frac{۶+۴}{۱۰-۲}=\frac{۱۰}{۸}=\frac{۵}{۴}m/s\\ ۶s<t<۱۰s\Rightarrow s_{av}=\frac{۴}{۱۰-۶}=۱m/s\end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است، هر چند که سؤال چندان استاندارد نیست.

۳۲ ۲ گام اول: به کمک تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۶s$ به‌دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۶=\frac{l}{۴}\Rightarrow l=۲۴m$$



همان‌طور که در نمودار مقابل می‌بینید، در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۶s$، متحرک به اندازهٔ x از مبدأ مکان دور شده و سپس به اندازهٔ x باز می‌گردد و به مبدأ مکان می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر ۲x می‌شود و داریم:

$$l=۲x\Rightarrow ۲۴=۲x\Rightarrow x=۱۲m$$

گام دوم: در ادامه با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_1 و S_2، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{x_1}{x}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow\frac{x_1}{۱۲}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow x_1=۲۴m$$

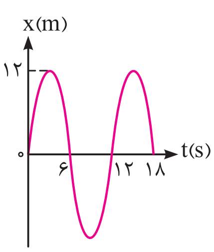
و با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_3 و S_4، مقدار x_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_2}{x}=\frac{۲}{۲}\Rightarrow x_2=۱۲m$$

و در نهایت داریم:

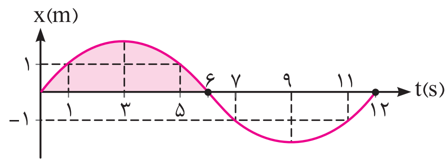
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{۱۲-۲۴}{۸}=\frac{-۱۲}{۸}=-\frac{۳}{۲}m/s$$

۳۳ ۲ طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، هنگامی که جابه‌جایی متحرک صفر می‌شود، سرعت متوسط آن نیز صفر خواهد شد. با توجه به نمودار رسم شده، اولین‌بار در لحظهٔ $t=۶s$، متحرک به مکان اولیه‌اش در لحظهٔ $t=۰$ رسیده و جابه‌جایی و سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود. برای به دست آوردن تندی متوسط در بازهٔ زمانی $۰\le t\le ۶s$ داریم:



$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۲+۱۲}{۶}=۴m/s$$

۳۴ - ۱ با توجه به تقارن قسمت هاشورخورده در شکل حول محور عبوری از وسط آن، متوجه می‌شویم که متحرک در لحظهٔ $t = \frac{1+5}{2} = 3s$ در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش قرار داشته و در لحظات $t = 6s$ و $t = 12s$ از مبدأ مکان می‌گذرد و همچنین این متحرک در لحظات $t = 7s$ و $t = 11s$ نیز در مکان $x = -1m$ قرار دارد (چرا؟).

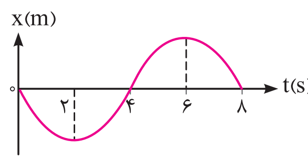


در ادامه می‌توان گفت بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط وقتی بین دو مکان $x_1 = 1m$ و $x_2 = -1m$ جابه‌جا شود، مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در کم‌ترین زمان ممکن انجام می‌شود (یعنی در بازهٔ $5s < t < 7s$) و کمترین اندازهٔ سرعت متوسط مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در بیشترین زمان ممکن انجام شود (یعنی در بازهٔ $1s < t < 11s$). بنابراین می‌توان نوشت:

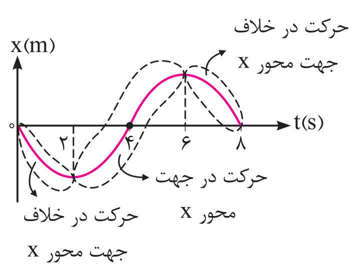
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط}: |v_{av_1}| = \left|\frac{-1-(1)}{7-5}\right| = 1 m/s \\ \text{کم‌ترین اندازهٔ سرعت متوسط}: |v_{av_2}| = \left|\frac{-1-(1)}{11-1}\right| = \frac{1}{5} m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|v_{av_1}|}{|v_{av_2}|} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

۳۵ - ۲ همان‌طور که می‌دانیم، هرگاه متحرک در مکان‌های منفی $(x < 0)$ قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در خلاف جهت محور x و هرگاه متحرک در مکان‌های مثبت $(x > 0)$ قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در جهت محور x می‌باشد. بنابراین در این سؤال، در بازهٔ زمانی $0 < t < 4s$، بردار مکان در خلاف جهت محور x و در بازهٔ $4s < t < 8s$، بردار مکان در جهت محور x است. بنابراین گزینهٔ (۲) می‌تواند صحیح باشد.

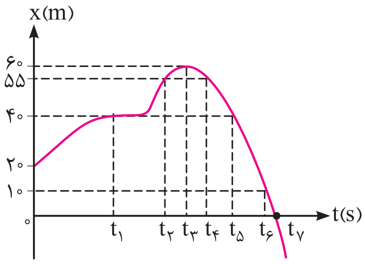


۳۶ - ۱ در شکل زیر مشخص شده است که متحرک در کدام بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) می‌تواند صحیح باشد، زیرا در بازهٔ زمانی $0 < t < 4s$، متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت می‌کند.



۳۷ - ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را تحلیل می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها



۱) با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده شده، متحرک فقط در لحظهٔ t_7 از مبدأ مکان $(x = 0)$ می‌گذرد و در این لحظه، علامت سرعت آن منفی بوده و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین این گزینه نادرست است.

۲) متحرک دو بار در مکان $x = 40m$ قرار می‌گیرد. یک بار در این مکان توقف داشته (t_1) و یک بار وقتی سرعت آن منفی است، از این مکان می‌گذرد (t_5)، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۳) متحرک در لحظهٔ t_6 که سرعت آن منفی است، از مکان $x = 10m$ می‌گذرد، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۴) متحرک دو بار از مکان $x = 55m$ می‌گذرد که یک بار سرعت آن مثبت (در لحظهٔ t_2)، و یک بار سرعت آن منفی (در لحظهٔ t_4) است. بنابراین این گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۳۸ - ۳ بررسی گزاره‌ها

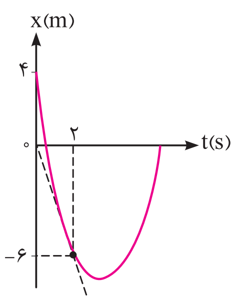
الف) متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $2s$، $5s$ تا $7s$ و $10s$ تا $12s$، در مجموع به مدت $6s$ در جهت محور x حرکت کرده است و در بازه‌های زمانی صفر تا $2s$، $5s$ تا $7s$ و $8s$ تا $10s$ در مجموع به مدت $6s$ از مبدأ مکان دور شده است. بنابراین گزاره (الف) درست است.

ب) متحرک در بازه‌های زمانی $4s$ تا $5s$، $7s$ تا $8s$ و $10s$ تا $12s$، در مجموع به مدت ۴ ثانیه در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان بوده است و در بازه‌های زمانی $4s$ تا $5s$ و $7s$ تا $10s$، در مجموع به مدت ۴ ثانیه دارای سرعت منفی می‌باشد. بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

ج) متحرک در لحظات $t = 0$، $t = 8s$ و $t = 12s$ در مبدأ مکان بوده است، و چهار دفعه تغییر جهت داده است، بنابراین گزاره (ج) درست است.

د) در بازهٔ زمانی که متحرک تغییر جهت نداده است، اندازهٔ سرعت متوسط برابر تندی متوسط می‌باشد. طولانی‌ترین بازه‌ای که این متحرک تغییر جهت نداده است، بازهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 4s$ می‌باشد. بنابراین گزاره (د) درست است.

۳۹ - ۴ گام اول: ابتدا تندی متوسط این متحرک را در ۲ ثانیهٔ اول حرکت محاسبه می‌کنیم:



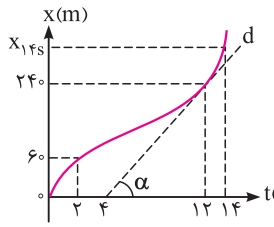
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \rightarrow s_{av} = \frac{10}{2-0} = 5 m/s$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$|v| = |$شیب خط مماس$|$: اندازهٔ سرعت در لحظهٔ $t = 2s$

$$\Rightarrow |v| = \left|\frac{-6-0}{2-0}\right| = 3 m/s \Rightarrow \frac{|v|}{s_{av}} = \frac{3}{5}$$

۴۰ - ۱ - **گام اول:** تندی متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$، برابر شیب خط d می‌باشد که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$v_{۱۲s}=\tan\alpha=\frac{۲۴۰}{۸}=۳۰\frac{m}{s}$$

گام دوم: با توجه به صورت سوال، تندی متوسط در بازهٔ $t_1=۲s$ تا $t_2=۱۴s$ برابر تندی در لحظهٔ $t=۱۲s$ می‌باشد. بنابراین مکان متحرک در لحظهٔ $t_2=۱۴s$ برابر است با:

$$s_{av}=v_{۱۲s}\Rightarrow\frac{x_{۱۴s}-۶۰}{۱۴-۲}=۳۰\Rightarrow x_{۱۴s}=۴۲۰m$$

دقت شود که متحرک از ۲s تا ۱۴s بدون تغییر جهت روی خط راست در حال حرکت است و تندی متوسط متحرک برابر سرعت متوسط آن است.

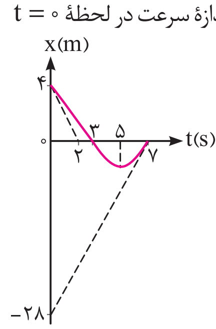
گام سوم: نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{(v_{av})_{\text{۰ تا ۲}}}{(v_{av})_{\text{۱۲ تا ۱۴}}}=\frac{\frac{۶۰-۰}{۲}}{\frac{۴۲۰-۲۴۰}{۲}}=\frac{۶۰}{۱۸۰}=\frac{۱}{۳}$$

۴۱ - ۴ - **گام اول:** محاسبهٔ اندازهٔ سرعت اولیهٔ متحرک: همان‌طورکه می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، برابر سرعت متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t=۰\ \text{اندازهٔ سرعت در لحظهٔ}: |v_1|=|\text{شیب خط مماس}|=\left|\frac{۰-۴}{۲-۰}\right|=۲m/s$$

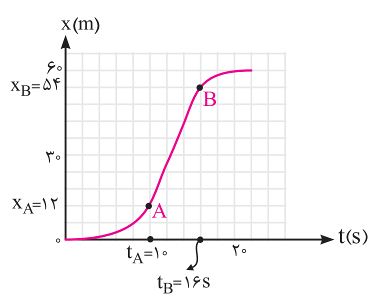
گام دوم: با توجه به نمودار داده شده، متحرک بار اول در لحظهٔ $t=۳s$ و بار دوم در لحظهٔ $t=۷s$ به مبدأ مکان می‌رسد. حال اندازهٔ سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=۷s$ به کمک شیب خط مماس به دست می‌آوریم:



$$|v_2|=\left|\frac{۰-(-۲۸)}{۷-۰}\right|=\frac{۲۸}{۷}=۴m/s$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^2\xrightarrow{\text{ثابت } m}\frac{K_2}{K_1}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2=\left(\frac{۴}{۲}\right)^2=۴$$

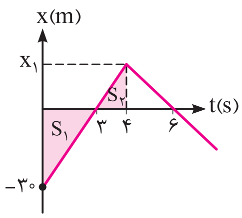
۴۲ - ۳ - در حرکت این متحرک، از لحظهٔ $t=۰$ تا A، سرعت متحرک در حال افزایش است (شیب مماس ترسیمی بر نمودار در حال افزایش است)، در ادامه از A تا B نمودار مکان ـ زمان خط صاف بوده و سرعت متحرک ثابت است و در نهایت از B سرعت کاهش یافته و در نهایت به صفر می‌رسد. با توجه به این موضوع، بیشترین سرعت بین A تا B است و کافیست شیب خط AB را بیابیم (هر یک از خانه‌های محور قائم معادل ۶m و هر یک از خانه‌های محور افقی معادل ۲s است):



$$v_{AB}=v_{av_{AB}}=\frac{x_B-x_A}{t_B-t_A}=\frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰}\Rightarrow v_{AB}=۷m/s$$

۴۳ - ۲ - شتاب متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین کافی است سرعت متحرک را در لحظات $t_1=۳s$ و $t_2=۶s$ به دست آوریم.

گام اول: چون شیب نمودار $x-t$ در بازهٔ زمانی $۰<t<۴s$ ثابت است، بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۳s$ برابر شیب این خط می‌باشد.



$$t=۳s\ \text{سرعت در لحظهٔ}: v_1=\frac{۰-(-۳۰)}{۳-۰}=۱۰m/s$$

گام دوم: ابتدا به کمک تشابه دو مثلث S_1 و S_2، مقدار x_1 را به دست آورده و سپس سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=۶s$ به دست می‌آوریم:

$$S_2\ \text{و}\ S_1\ \text{تشابه دو مثلث}\Rightarrow\frac{x_1}{۳۰}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow x_1=۱۰m$$

$$t=۶s\ \text{سرعت متحرک در لحظهٔ}: v_2=\frac{۰-۱۰}{۶-۴}=-۵m/s$$

گام سوم: محاسبهٔ شتاب متوسط:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{-۵-۱۰}{۶-۳}=-۵m/s^2$$

$$\Rightarrow|a_{av}|=۵m/s^2$$

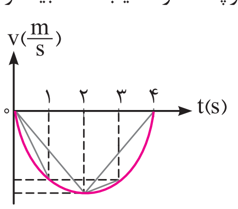
۴۴ - ۱ - وقتی متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظاتی که تغییر جهت می‌دهد، اندازهٔ سرعت آن برابر صفر می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{در لحظات تغییر جهت}: v_1=v_2=۰$$

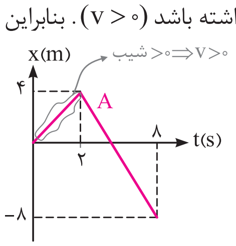
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{v_2=v_1=۰}a_{av}=۰$$

دقت در این سؤال متحرک در لحظات $t_1=۴s$ و $t_2=۸s$ تغییر جهت می‌دهد (چرا؟).

۴۵ - ۱ - **شیب خط واصل** بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان، برابر شتاب متوسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین هرچه اندازهٔ شیب خط بیشتر باشد، اندازهٔ شتاب متوسط در آن بازهٔ زمانی بیشتر است. در این سؤال در ثانیهٔ اول $(۰\le t\le۱s)$، اندازهٔ شیب خط بیشتر از اندازهٔ شیب خطوط مطرح شده در گزینه‌های دیگر است.



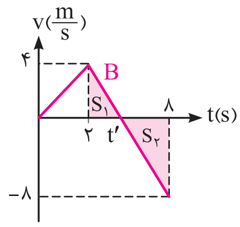
۴۶ - ۱ - در نمودار مکان ـ زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ مثبت باشد $(v>۰)$. از طرفی در نمودار سرعت ـ زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند که نمودار در بالای محور زمان قرار داشته باشد $(v>۰)$. بنابراین می‌توان نوشت:



بررسی متحرک A:

متحرک A در بازهٔ زمانی $۰<t<۲s$، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

بررسی متحرک B:



متحرک B در بازهٔ زمانی $۰ \le t \le t'$، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (چون سرعت متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است). حال باید لحظهٔ t' را به کمک تشابه دو مثلث به دست آوریم:

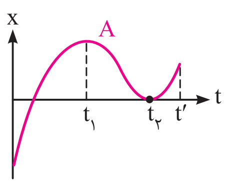
$$S_1 \text{ و } S_2 \text{ تشابه دو مثلث} \Rightarrow \frac{۸-t'}{۸} = \frac{t'-۲}{۴} \Rightarrow t' = ۴s$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

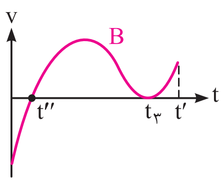
۴۷ (۱) در نمودار مکان ـ زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان صفر شده $(v=۰)$ و علامت شیب مماس قبل و پس از این لحظه تغییر کند. از طرفی در نمودار سرعت ـ زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که نمودار محور زمان را قطع کند $(v=۰)$ و از آن رد شود. بنابراین می‌توان نوشت:

بررسی متحرک A:

متحرک A در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت می‌دهد.



بررسی متحرک B:



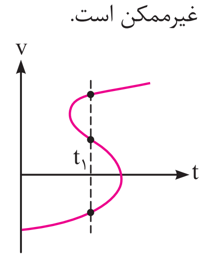
متحرک B فقط در لحظهٔ t'' تغییر جهت می‌دهد. (چون سرعت در این لحظه صفر شده و علامت سرعت قبل و پس از این لحظه تغییر می‌کند.)

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

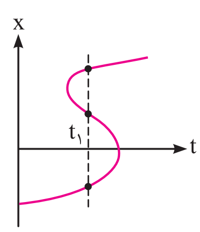
حواستون باشه

متحرک B در لحظهٔ t_3 یک لحظه توقف کرده و سپس بدون تغییر جهت، به حرکت خود ادامه می‌دهد، زیرا علامت سرعت آن تغییر نکرده است.

۴۸ (۲) ابتدا باید دقت شود که نمودارهای (الف) و (ب) نمی‌تواند مربوط به حرکت یک متحرک باشد، زیرا در لحظهٔ t_1 در شکل (الف) متحرک در ۳ محل قرار گرفته که غیرممکن است و در شکل (ب) متحرک سه مقدار برای سرعت دارد که این نیز غیرممکن است.

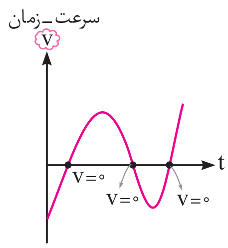


(ب)

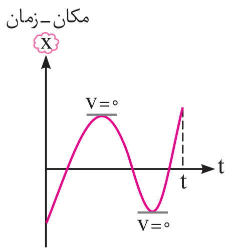


(الف)

از سوی دیگر در نمودار مکان ـ زمان (پ)، متحرک تا لحظهٔ t' دو بار تغییر جهت داده و در نمودار (ت) این موضوع سه بار رخ داده است و در مجموع گزینهٔ (۲) صحیح است.



(ت)

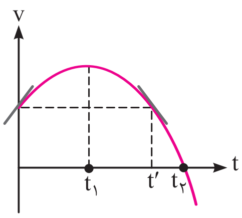


(پ)

۴۹ (۴) بررسی گزینه‌ها

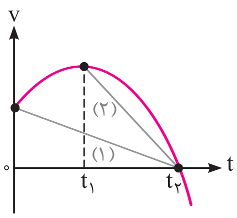
۱) اندازهٔ سرعت متحرک از لحظهٔ صفر تا t_1 در حال افزایش است، بنابراین تندی متحرک در این بازهٔ زمانی افزایش می‌یابد.

۲) با توجه به تقارن سهمی نسبت به رأس آن، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در لحظات صفر و t' برابر است. بنابراین اندازهٔ شتاب متحرک در این دو لحظه با هم برابر است و مقدار آن از شتاب در لحظهٔ t_2 کمتر است.

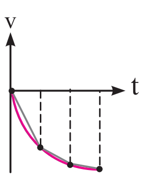


۳) از لحظهٔ صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده و در نتیجه شتاب متحرک، مثبت و در جهت محور x است.

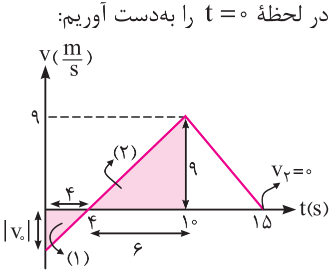
۴) شتاب متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان است. در این سؤال، اندازهٔ شیب خط (۲) بیشتر از خط (۱) است، بنابراین این گزینه صحیح است.



۵۰ (۱) با توجه به این‌که طبق صورت سؤال، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، باید سرعت متحرک منفی باشد، بنابراین نمودارهای رسم شده در گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست می‌باشد. از طرف دیگر همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، اگر در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، خطوطی واصل از ابتدا به انتهای بازه را در نمودار سرعت ـ زمان در گزینهٔ (۱) رسم کنیم، اندازهٔ شیب خطوط موردنظر کاهش می‌یابد و در نتیجه، اندازهٔ شتاب متوسط حرکت رو به کاهش است، بنابراین نمودار رسم شده در گزینهٔ (۱) درست است.



۵۱ (۱) برای محاسبهٔ اندازهٔ شتاب متوسط از روی نمودار سرعت ـ زمان، از رابطهٔ $|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظهٔ $t=۰$ را به‌دست آوریم:

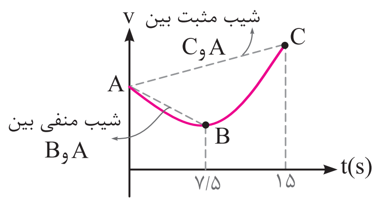


$$\text{تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)} \Rightarrow \frac{۴}{۶} = \frac{|v_0|}{۹} \Rightarrow |v_0| = ۶\,m/s$$

همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، $v_{\circ}$ عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1=\circ \Rightarrow v_1=v_{\circ}=-۶\,m/s \\ t_2=۱۵\,s \Rightarrow v_2=\circ \end{cases} \Rightarrow |\vec{a}_{av}|=\frac{\circ-(-۶)}{۱۵-\circ}=\circ/۴\,m/s^2$$

۵۲ (۳) شتاب متوسط در ۷/۵ ثانیهٔ اول حرکت منفی و در ۱۵ ثانیهٔ اول حرکت مثبت است. با توجه به این‌که شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان معادل شتاب متوسط متحرک است، تنها گزینهٔ (۳) می‌تواند نمودار سرعت ـ زمان این متحرک باشد.



۵۳ (۴) **گام اول:** به دست آوردن سرعت در لحظات $t=۴s$ و $t=\circ$:

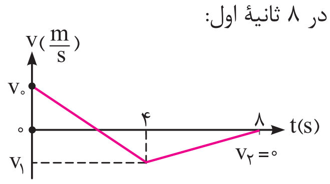
شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{v_2-v_1}{۸-۴}$

$$\xrightarrow{v_2=\circ} \frac{۱}{۲}=\frac{\circ-v_1}{۴} \Rightarrow v_1=-۲\,m/s$$

شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ اول: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۲=\frac{v_1-v_{\circ}}{۴-\circ}$

$$\xrightarrow{v_1=-۲m/s} -۲=\frac{-۲-v_{\circ}}{۴} \Rightarrow v_{\circ}=۶\,m/s$$

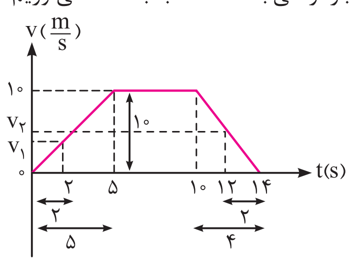
گام دوم: به دست آوردن شتاب متوسط در ۸ ثانیهٔ اول:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_{\circ}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{\circ-۶}{۸-\circ}=-\frac{۳}{۴}\,m/s^2$$

۵۴ (۲) برای محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۱۲s$، ابتدا سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی به کمک تشابه به‌دست می‌آوریم:

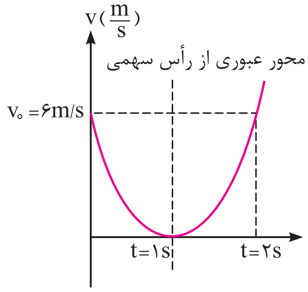


$$t_1=۲s \Rightarrow \frac{۱۰}{v_1}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow v_1=۴\,m/s$$ (تشابه در سمت چپ شکل)

$$t_2=۱۲s \Rightarrow \frac{۱۰}{v_2}=\frac{۱۴-۱۰}{۱۴-۱۲} \Rightarrow v_2=۵\,m/s$$ (تشابه در سمت راست شکل)

$$|\vec{a}_{av}|=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{۵-۴}{۱۲-۲}=\frac{۱}{۱۰}\,m/s^2$$

۵۵ (۲) همان‌طور که می‌دانید، سهمی نسبت به محور عبوری از رأس آن، دارای تقارن است. در دو ثانیهٔ اول حرکت که یک بازهٔ متقارن نسبت به محور عبوری از رأس سهمی است، سرعت در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی برابر بوده و در نتیجه شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی برابر صفر است.



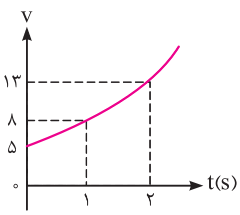
$$\begin{cases} t_1=\circ \Rightarrow v_1=۶\,\frac{m}{s} \\ t_2=۲s \Rightarrow v_2=۶\,\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\circ$$

حتماً بخونش

در این سؤال، به طور کلی در بازهٔ زمانی t_1 و t_2، به شرطی که $t=۱s$ در وسط آن بازه قرار گیرد $\left(\frac{t_1+t_2}{۲}=۱s\right)$، شتاب متوسط برابر صفر می‌شود. به عنوان مثال از $t_1=\circ/۷۵s$ تا $t_2=۱/۲۵s$ نیز شتاب متوسط برابر صفر است.

۵۶ (۳) چون در صورت سؤال بیان شده است که نمودار سرعت ـ زمان یک سهمی است، بنابراین معادلهٔ آن را به شکل $v=at^2+bt+c$ نوشته و سپس مقادیر مجهول a، b و c را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$v=at^2+bt+c$$

$$\begin{cases} t=\circ \Rightarrow ۵=a(\circ)^2+b(\circ)+c \Rightarrow c=۵ \\ t=۱s \Rightarrow ۸=a(۱)^2+b(۱)+۵ \Rightarrow a+b=۳ \\ t=۲s \Rightarrow ۱۳=a(۲)^2+b(۲)+۵ \Rightarrow ۸=۴a+۲b \Rightarrow ۲a+b=۴ \end{cases}$$

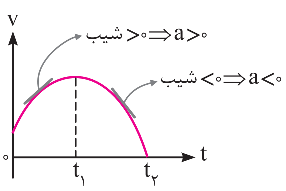
$$\begin{cases} a+b=۳ \\ ۲a+b=۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a=۱ \\ b=۲ \end{cases} \Rightarrow v=t^2+۲t+۵$$

پس از یافتن معادلهٔ سهمی، برای یافتن شتاب متوسط متحرک در ثانیهٔ سوم $(۲s \le t < ۳s)$، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1=۲s \Rightarrow v_1=۲^2+۲\times۲+۵=۱۳\,m/s \\ t_2=۳s \Rightarrow v_2=۳^2+۲\times۳+۵=۲\circ\,m/s \end{cases}$$

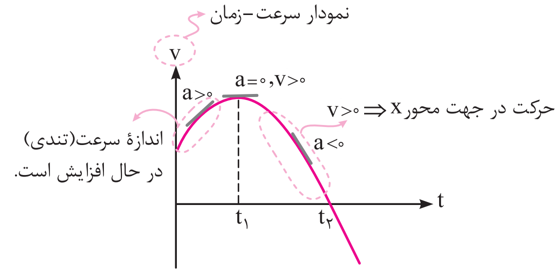
$$\Rightarrow a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{۲\circ-۱۳}{۳-۲}=۷\,m/s^2$$

۵۷ (۴) همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه، نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک در آن لحظه می‌باشد. بنابراین در این سؤال از لحظهٔ $t=\circ$ تا t_1، شتاب متحرک مثبت و از لحظهٔ t_1 تا t_2 شتاب متحرک منفی می‌باشد.



دقت شود در این سؤال چون علامت سرعت همیشه مثبت است، بنابراین متحرک همواره در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

۵۸ ۱ ابتدا به نمودار سرعت ـ زمان داده‌شده و شیب مماس‌های ترسیمی بر روی آن توجه کنید:



با توجه به این نمودار، به بررسی گزاره‌های مطرح‌شده می‌پردازیم:

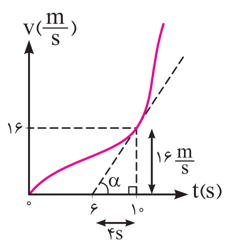
الف) نادرست است. در لحظهٔ $t_۱$ جهت شتاب متحرک تغییر می‌کند اما جهت سرعت آن تغییر نمی‌کند و در جهت محور x است.

ب) درست است. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت مثبت بوده و متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

پ) نادرست است. با توجه به اینکه نمودار از نوع سرعت ـ زمان است، در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، تندی متحرک در حال افزایش است.

ت) نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان مثبت بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در جهت محور x است و در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان منفی بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

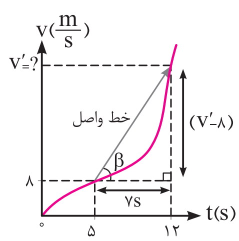
۵۹ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:



۱) طبق صورت سوال، شتاب متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$، برابر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۲s$ است و داریم:

$t=۱۰s$ شتاب در لحظهٔ: $a=$ شیب مماس

$$\Rightarrow a=\tan\alpha=\frac{۱۶}{۴}=۴\,m/s^۲$$

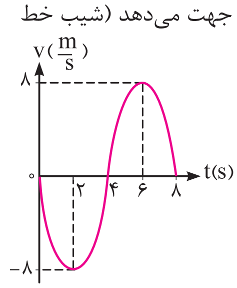


۲) در صورتی که سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$ برابر v' باشد، با محاسبهٔ اندازهٔ شتاب متوسط از لحظهٔ ۵s تا ۱۲s داریم:

$$\text{شتاب متوسط}: a_{av}=\tan\beta=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{v'-۸}{۷}=۴\Rightarrow v'=۳۶\,m/s$$

۶۰ ۱ با توجه به نمودار سرعت ـ زمان داده شده، مشخص است که بردار شتاب متحرک در لحظات $t=۲s$ و $t=۶s$ تغییر جهت می‌دهد (شیب خط مماس بر نمودار $v-t$، برابر شتاب متحرک است). پس کافیست شتاب متوسط را در بازهٔ زمانی $۲s\le t\le ۶s$ محاسبه می‌کنیم:



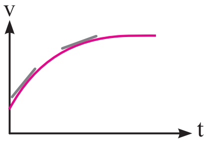
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۸-(-۸)}{۶-۲}=۴\,m/s^۲$$

۶۱ ۱ همان‌طور که می‌دانیم، اگر نمودار سرعت ـ زمان به صورت یک خط راست با شیب ثابت باشد، شتاب لحظه‌ای ثابت بوده و برابر شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی (همان شیب نمودار سرعت ـ زمان) است.

بنابراین فقط در شکل‌های (الف) و (ب)، همواره شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر شتاب لحظه‌ای می‌باشد.

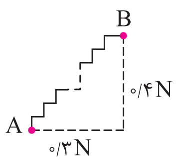
۶۲ ۴ با توجه به رابطهٔ $F_{\text{برایند}}=ma$، هنگامی برایند نیروهای وارد بر متحرک در جهت مثبت محور x است که شتاب متحرک در جهت مثبت محور x باشد.

$$\underbrace{\boxed{F_{\text{برایند}}}}_{}^{\text{مثبت}}=ma\xrightarrow{F_{\text{برایند}}>0}a>0$$



از طرفی می‌دانیم شیب مماس بر نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب متحرک است. بنابراین نمودارهای (الف) و (ج) نمی‌توانند پاسخ این سؤال باشند. همچنین طبق صورت سؤال، باید اندازهٔ شتاب متحرک در حال کاهش باشد، بنابراین فقط نمودار (د) می‌تواند پاسخ این سؤال باشد، چون اندازهٔ شیب مماس بر آن در حال کاهش است.

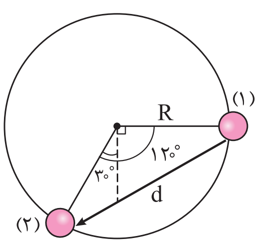
۶۳ ۱ **گام اول:** ابتدا شکل مسأله را رسم می‌کنیم (N تعداد پله‌ها است):



گام دوم: مطابق شکل، شخص از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شده است، در نتیجه می‌توانیم طول AB را محاسبه کنیم:

$$AB=\sqrt{(۰/۳N)^۲+(۰/۴N)^۲}\xrightarrow{N=۱۰۰}AB=\sqrt{۳۰^۲+۴۰^۲}=۵۰m$$

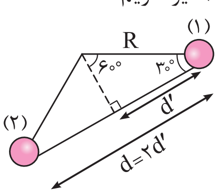
۶۴ ۱ با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط آونگ $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره است. بنابراین داریم:



$$\text{مسافت طی‌شده}: l=\frac{\text{محیط دایره}}{۳}$$

$$\Rightarrow l=\frac{۲\pi R}{۳}=\frac{۲(۳)R}{۳}=۲R$$

برای به دست آوردن جابه‌جایی بین دو نقطهٔ (۱) و (۲) نیز داریم:

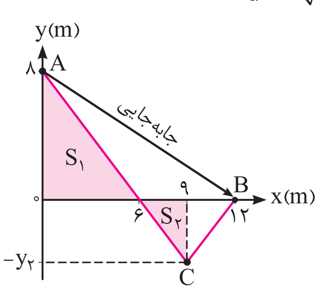


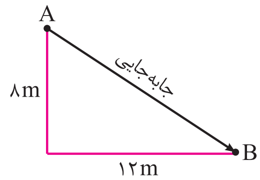
$$d'=R\cos ۳۰=\frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

$$\text{اندازهٔ جابه‌جایی}: d=۲d'=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}R=\sqrt{۳}R$$

$$\frac{l}{d}=\frac{۲R}{\sqrt{۳}R}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۶۵ ۳ این سؤال بسیار جالب است. زیرا باید دقت کنید که نمودار مکان ـ زمان داده نشده است، بلکه نمودار مربوط به حرکت یک متحرک در صفحهٔ xoy است. بنابراین طول این مسیر، برابر مسافت طی شده و فاصلهٔ بین ابتدا و انتهای مسیر، برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک می‌باشد.



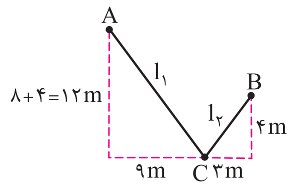


اندازهٔ جابه‌جایی: $d=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}m$

برای محاسبهٔ مسافت طی شده، ابتدا به کمک تشابه دو مثلث S_1 و S_2، مقدار y_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{8}{y_2}=\frac{6}{9-6}\Rightarrow y_2=4m$$

حال طول کل مسیر را به دست می‌آوریم (در واقع طول کل پاره‌خط‌ها را محاسبه می‌کنیم):

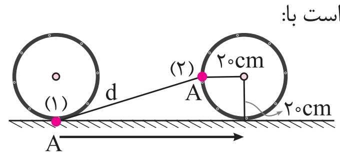


$$\begin{cases} l_1=\sqrt{12^2+9^2}=15m \\ l_2=\sqrt{4^2+3^2}=5m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت}=5+15=20m$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{مسافت}}=\frac{4\sqrt{13}}{20}=\frac{\sqrt{13}}{5}$$

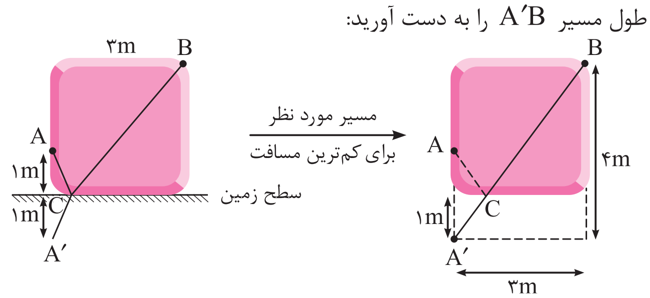
۶۶ (۱) هنگامی که گاری ۳۰cm جابه‌جا می‌شود، تمام نقاط روی آن و از جمله محور چرخ‌ها نیز به اندازهٔ ۳۰cm پیش می‌روند. بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، چرخ موردنظر به طور کلی به اندازهٔ ۳۰cm به پیش حرکت کرده است. از طرف دیگر در حین چرخیدن چرخ، نقطهٔ A به سمت بالا آمده است. با توجه به این‌که محیط چرخ ۱۲۰cm $(2\pi R=120cm)$ است و چرخ به اندازهٔ ۳۰cm چرخیده است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که نقطهٔ A به اندازهٔ ۹۰ درجه روی محیط چرخ حرکت کرده و مطابق شکل زیر از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) آمده است. در این صورت جابه‌جایی آن برابر است با:



$$d=\sqrt{10^2+20^2}=10\sqrt{5}\ cm$$

دقت کنید که اگر شکل چرخ را در دو وضعیت به طور دقیق رسم می‌کردیم، دو شکل با یک‌دیگر تداخل پیدا می‌کردند (چرا؟) بنابراین برای وضوح بیشتر، شکل چرخ در دو وضعیت جدا از یک‌دیگر رسم شده است.

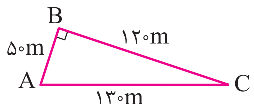
۶۷ (۱) این تست، یک سؤال دشوار می‌باشد. هدف اصلی این سؤال، یافتن کم‌ترین مسافتی است که مورچه باید طی کند تا از نقطهٔ A به سطح زمین آمده و سپس به نقطهٔ B برود. فرض کنید مسیر ACB که بر روی شکل مشخص شده است، مسافتی است که مورچه باید طی کند. حال اگر مسیر AC را نسبت به سطح زمین قرینه کنیم، مسیر A′C به دست می‌آید که برابر مسیر AC است. مسیر A′CB زمانی کم‌ترین طول را دارد که این مسیر به صورت کاملاً مستقیم بوده و از A′ به B وصل شود (شکل سمت راست) و در این حالت نقاط A′، C و B در یک امتداد قرار دارند. در این صورت به راحتی می‌توان طول مسیر A′B را به دست آورید:



مسافت طی‌شده: $l=A'B=\sqrt{3^2+4^2}=5m$

$$l=v\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{5}{1\times10^{-2}}=500s$$

۶۸ (۴) فرض می‌کنیم اندازهٔ تندی حرکت برابر v باشد. بنابراین مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C به صورت زیر به دست می‌آید:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \begin{cases}\Delta t_{AB}=\frac{50}{v}\\ \Delta t_{BC}=\frac{120}{v}\end{cases}$$

برای به دست آوردن سرعت متوسط حرکت جسم از A تا C، باید جابه‌جایی جسم از A تا C را بر کل زمان حرکت تقسیم کنیم. به این ترتیب داریم:

$$v_{av_{\text{A تا C}}}=\frac{\Delta x_{AC}}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}}=\frac{130}{\frac{50}{v}+\frac{120}{v}}=\frac{130}{\frac{170}{v}}=\frac{13}{17}v$$

با توجه به این‌که تندی این متحرک ثابت است، بنابراین تندی متوسط آن نیز برابر همان تندی لحظه‌ای می‌باشد و می‌توان نوشت:

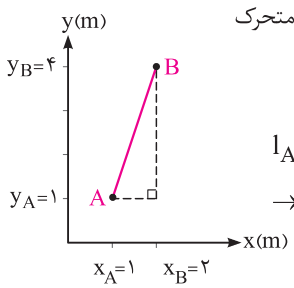
$$\frac{s_{av_{\text{A تا C}}}}{v_{av_{\text{A تا C}}}}=\frac{v}{\frac{13}{17}v}=\frac{17}{13}$$

دقت شود که فاصلهٔ AC برابر $AC=\sqrt{50^2+120^2}=130m$ است.

۶۹ (۳) گام اول: متحرک بر روی خط $y=3x-2$ حرکت می‌کند. حال نقاط ابتدا و انتهای مسیر را به دست می‌آوریم:

$$y=3x-2\rightarrow \begin{cases}x_A=1m\rightarrow y_A=1m\\ x_B=2m\rightarrow y_B=4m\end{cases}$$

باتوجه به شکل، مسافت پیموده شده توسط متحرک (یعنی طول پاره خط AB)، برابر است با:



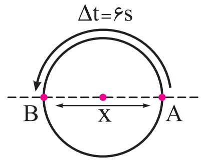
$$l_{AB}=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$\rightarrow l_{AB}=\sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}m$$

گام دوم: محاسبهٔ تندی متوسط:

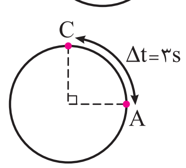
$$s_{av}=\frac{l_{AB}}{\Delta t}=\frac{\sqrt{10}}{10}m/s$$

۷۰ (۱) گام اول: محاسبهٔ سرعت متوسط در مدت زمان ۶ ثانیه: متحرک در مدت زمان ۱۲s، یک دور کامل بر روی دایره طی می‌کند. بنابراین این متحرک در مدت زمان ۶s، نصف محیط دایره را طی کرده و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر ۲R می‌باشد.



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{2R}{6}=\frac{R}{3}$$

گام دوم: محاسبهٔ تندی متوسط در مدت زمان ۳s: متحرک در مدت زمان ۳s، ربع محیط دایره را طی می‌کند (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:



$$s_{av}=\frac{l_{AC}}{\Delta t}=\frac{\frac{2\pi R}{4}}{3}=\frac{\pi R}{6}\simeq\frac{R}{2}\Rightarrow\frac{v_{av}}{s_{av}}=\frac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{2}}=\frac{2}{3}$$

۷۱ ۲ (بررسی گزاره‌ها)

الف) اگر متحرک A با تندی ثابت یک دور کامل بر روی دایره بچرخد، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن برابر صفر است، در حالی که در هیچ یک از نقاط مسیر حرکتش، سرعت لحظه‌ای آن صفر نشده است. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

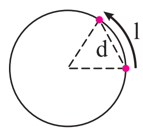
ب) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B که بر روی یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، برابر صفر باشد، یعنی جابه‌جایی این متحرک صفر است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{v_{av}=0}\Delta x=0$$

بنابراین متحرک باید یکی از دو مسیر زیر را طی کرده باشد.

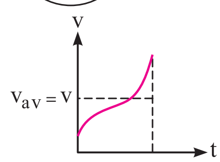
در نتیجه این متحرک حتماً یک تغییر جهت داشته و در نتیجه در یک لحظه اندازهٔ سرعت آن صفر شده است. بنابراین گزارهٔ (ب) صحیح است.

ج) اگر متحرک A با تندی ثابت بر روی دایره بچرخد، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه، کم‌تر از تندی متحرک است، زیرا جابه‌جایی این متحرک کم‌تر از مسافت طی شده توسط آن است. بنابراین این گزاره نیز نادرست است.



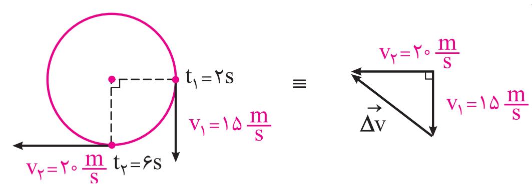
$$l>d\Rightarrow s_{av}>v_{av}$$

د) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی برابر v باشد، حتماً تندی آن در حداقل یک لحظه از آن بازهٔ زمانی برابر v خواهد بود. برای درک بهتر این مطلب، می‌توان به نمودار سرعت ـ زمان مقابل توجه کرد:



بنابراین فقط گزاره‌های (ب) و (د) الزاماً صحیح هستند.

۷۲ ۱ با محاسبهٔ بردار $\Delta\vec{v}$، به سادگی شتاب متوسط این متحرک محاسبه می‌شود:



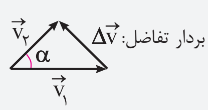
$$\Rightarrow \text{اندازهٔ شتاب متوسط}: |\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{\sqrt{20^2+15^2}}{6-2}$$

$$=\frac{25}{4}=6/25\,m/s^2$$

حواستون باشه

۱) سرعت کمیتی برداری است و برای بررسی جهت $\Delta\vec{v}$، ابتدا از یک نقطه بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را رسم می‌کنیم. بردار $\vec{v}_2-\vec{v}_1$ برداری است که مستقیماً انتهای $\vec{v}_1$ را به انتهای $\vec{v}_2$ متصل می‌کند.

۲) در مثال فوق، اگر زاویهٔ بین دو بردار غیر از ۹۰ درجه باشد، برای محاسبه $\Delta\vec{v}$ از رابطهٔ کلی زیر استفاده می‌کنیم:

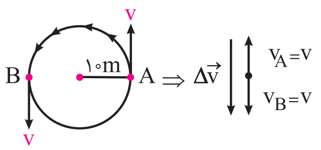


$$|\Delta\vec{v}|=\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\alpha}$$

زاویه بین دو بردار سرعت

۷۳ ۱ فرض کنید که این متحرک از A تا B حرکت کرده است. از طرفی می‌دانیم که سرعت بر مسیر حرکت مماس می‌باشد، با توجه به این موضوع در شکل زیر، سرعت در نقاط A و B نشان داده شده است. در ادامه برای حل سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ بردار $\Delta\vec{v}$:



$$|\Delta\vec{v}|=2v=2\times5=10\,m/s$$

دقت شود هنگامی که زاویهٔ بین دو بردار برابر ۱۸۰ درجه است، اندازهٔ تفاضل دو بردار، بیشینه بوده و برابر مجموع اندازهٔ دو بردار است.

گام دوم: محاسبهٔ زمان جابه‌جایی از نقطهٔ A تا B: با توجه به این‌که متحرک با تندی ثابت حرکت می‌کند، برای محاسبهٔ زمان جابه‌جایی، کافیست طول کمان AB را بر تندی آن تقسیم کنیم:

$$\Delta t_{AB}=\frac{\text{طول کمان }AB}{v}\Rightarrow\Delta t_{AB}=\frac{\frac{1}{2}\times\text{محیط}}{v}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times(2\pi\times10)}{5}=2\pi\ \text{ثانیه}$$

گام سوم: محاسبهٔ شتاب متوسط:

$$\text{اندازهٔ شتاب متوسط}: |\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{10}{2\pi}=\frac{5}{\pi}\,m/s^2$$

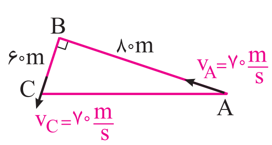
۷۴ ۲ **گام اول:** ابتدا مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C را به دست می‌آوریم:

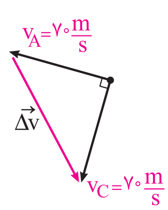
$$BC=60\,m\ ,\ AC=100\,m\Rightarrow(AB)^2+(BC)^2=(AC)^2$$

$$\Rightarrow(AB)^2+60^2=100^2\Rightarrow AB=80\,m$$

$$l=v\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_{AB}=\frac{80}{70}s\\ \Delta t_{BC}=\frac{60}{70}s\end{cases}$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، سرعت متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکتش مماس است. بنابراین بردار سرعت در نقاط A و C مطابق شکل است:



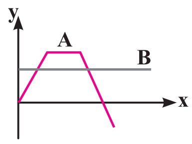


$$|\Delta\vec{v}|=\sqrt{70^2+70^2}=70\sqrt{2}\,m/s$$

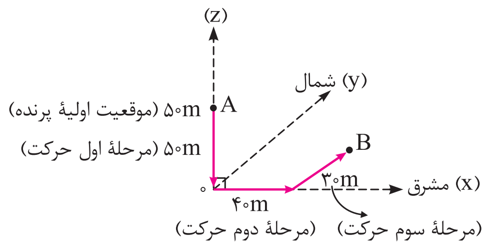
$$|\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}}$$

$$\Rightarrow|\vec{a}_{av}|=\frac{70\sqrt{2}}{\frac{80}{70}+\frac{60}{70}}=35\sqrt{2}\,m/s^2$$

۷۵ ۴ نمودارهای رسم شده، صرفاً مسیر حرکت دو متحرک در صفحهٔ xoy را مشخص می‌کند و اطلاعاتی در مورد زمان عبور هر یک از این دو متحرک از نقاط مشخص شده را نمی‌دهد. بنابراین مشخص نیست که آیا دو متحرک با هم به نقاط مشترک خود در طی مسیر می‌رسند یا خیر. بنابراین نمی‌توان در مورد رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر اظهارنظر کرد.



۷۶ ۲ برای پاسخ به این تست مفهومی، شکل زیر را در نظر بگیرید. با توجه به حرکت‌های اشاره شده برای پرنده در صورت سؤال، موقعیت آن از A به B رسیده است:



موقعیت اولیه در A : $(x_۱=۰, y_۱=۰, z_۱=+۵۰m)$

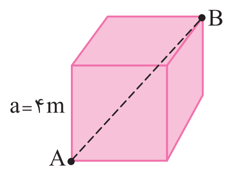
موقعیت ثانویه در B : $(x_۲=+۴۰m, y_۲=+۳۰m, z_۲=۰)$

بردار جابه‌جایی برابر طول پاره‌خط AB است و داریم:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲+(z_۲-z_۱)^۲}$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{۴۰^۲+۳۰^۲+(-۵۰)^۲}=۵۰\sqrt{۲}m$$

۷۷ ۱ گام اول: کوتاه‌ترین مسیر بین نقاط A و B، برابر قطر مکعب است.



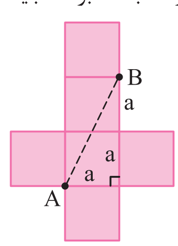
همان‌طور که می‌دانید، برای یک مکعب به ضلع a، قطر داخلی مکعب برابر $a\sqrt{۳}$ می‌باشد. بنابراین در این سؤال، مسافت طی شده توسط زنبور از A تا B برابر است با: مسافت طی شده : $l=a\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}m$

گام دوم: با توجه به تندی حرکت زنبور، می‌توان نوشت:

$$l=v\Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۱۰^{-۲}}=۴۰۰\sqrt{۳}s$$

۷۸ ۲ این سؤال، یک تست دشوار می‌باشد. تفاوت آن با سؤال قبل در این است که در سؤال قبل، زنبور در فضای داخل اتاق می‌تواند پرواز کند، ولی در این سؤال، مورچه باید بر روی سطح مکعب حرکت کند و قابلیت پرواز کردن ندارد.

گام اول: اگر سطوح این مکعب را باز کنیم، شکل زیر به دست می‌آید. با توجه به این شکل، کم‌ترین مسافتی که مورچه باید طی کند تا از A به B برسد، باید مسیر مستقیم بین A و B باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



مسافت طی‌شده : $l=\sqrt{a^۲+(۲a)^۲}=\sqrt{۵}a=۴\sqrt{۵}m$

گام دوم: با توجه به تندی حرکت مورچه، می‌توان نوشت:

$$l=v\Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{۴\sqrt{۵}}{۱۰^{-۲}}=۴۰۰\sqrt{۵}s$$

۷۹ ۴ معادلهٔ مکان ـ زمان برای حرکت با سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_۰$ می‌باشد. بنابراین حرکت این متحرک $(x=۳t+۵)$ به صورت سرعت ثابت می‌باشد.

$$\begin{cases}x=vt+x_۰\\ x=۳t+۵\end{cases}\Rightarrow v=۳m/s\ ,\ x_۰=۵m$$

در نتیجه $v_{av}=v=۳m/s$ و $a_{av}=a=۰$ می‌باشد.

برای محاسبهٔ جابه‌جایی در دو ثانیهٔ سوم $(\Delta t=۲s)$، می‌توان نوشت:

جابه‌جایی : $\Delta x=v\Delta t=۳\times۲=۶m$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۸۰ ۴ هر یک از حالات را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف) ثابت بودن بردار سرعت متحرک به این معنی است که اندازه و جهت سرعت ثابت است، بنابراین تندی متحرک نیز همواره ثابت و برابر با اندازهٔ سرعت خواهد بود. (حالت (الف) نمی‌تواند رخ دهد.)

ب) اگر تندی حرکت ثابت باشد، اندازهٔ سرعت متحرک ثابت است ولی جهت بردار سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه بردار سرعت تغییر خواهد کرد. حرکت با تندی ثابت روی محیط یک دایره نمونه‌ای از این نوع حرکت است. (حالت (ب) می‌تواند رخ دهد.)

ج) مطابق توضیحات قسمت (ب)، در حرکت با تندی ثابت، جهت سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه با تغییر بردار سرعت، حرکت شتاب‌دار خواهد بود. (حالت (ج) می‌تواند رخ دهد.)

د) در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت بردار سرعت همواره ثابت است، بنابراین بردار سرعت تغییری نخواهد کرد و در نتیجه حرکت شتاب‌دار نخواهد بود. (حالت (د) نمی‌تواند رخ دهد.)

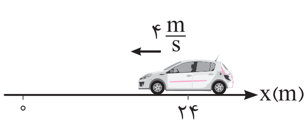
۸۱ ۳ گام اول: جابه‌جایی در دو ثانیهٔ سوم حرکت، برابر $\Delta x=-۸m$ است، بنابراین داریم $(۴s\le t\le ۶s\Rightarrow \Delta t=۲s)$:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow -۸=v\times۲\Rightarrow v=-۴m/s$$

گام دوم: طبق صورت سؤال، در لحظهٔ $t=۶s$، متحرک در مکان $x=۰$ قرار دارد (بردار مکان در هنگام عبور از مبدأ مکان تغییر جهت می‌دهد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$x=vt+x_۰\Rightarrow ۰=-۴\times۶+x_۰\Rightarrow x_۰=۲۴m$$

گام سوم: بنابراین در لحظهٔ $t=۰$، متحرک در مکان $x_۰=۲۴m$ قرار داشته و با $۴m/s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



۸۲ ۴ گام اول: متحرک در مدت ۳ ثانیه از مکان $x_۱=۲m$ به مکان $x_۲=۱۴m$ رسیده است، بنابراین ۱۲ متر جابه‌جا شده است و می‌توان نوشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۲}{۳}=۴m/s$$

گام دوم: فرم کلی معادلهٔ حرکت سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_۰$ است، بنابراین برای آن‌که متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ به مکان $x_۳=۱۲m$ برسد، داریم:

$$x=vt+x_۰\xrightarrow[t=۲s]{v=۴m/s\ ,\ x_۳=۱۲m}۱۲=۴\times۲+x_۰\Rightarrow x_۰=۴m$$

بنابراین متحرک باید از ۱۰ متر عقب‌تر از $x_۲=۱۴m$، شروع به حرکت کند.

۸۳ (۴) **گام اول:** اگر فاصلهٔ دو ایستگاه را با Δx نشان دهیم، مطابق رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ در حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

فاصلهٔ Δx با سرعت v_1 در ۲ دقیقه طی می‌شود. $\Delta x = v_1 \times (۲ \times ۶۰)$:

$$\Rightarrow v_1 = \frac{\Delta x}{۱۲۰}$$

فاصلهٔ Δx با سرعت v_2 در ۳ دقیقه طی می‌شود. $\Delta x = v_2 \times (۳ \times ۶۰)$:

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\Delta x}{۱۸۰}$$

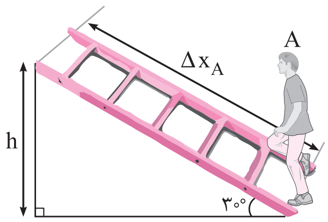
گام دوم: در صورتی که قطار با سرعت $v_1 + v_2$ حرکت کند، داریم:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{\Delta x}{۱۲۰} + \frac{\Delta x}{۱۸۰} = \frac{۳\Delta x + ۲\Delta x}{۳۶۰} = \frac{\Delta x}{۷۲}$$

$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{v = \frac{\Delta x}{۷۲}} \cancel{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}}{۷۲} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۷۲s$$

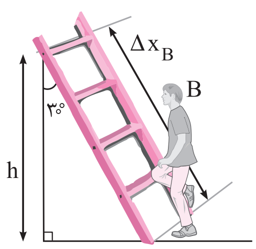
۸۴ (۲) **گام اول:** محاسبهٔ جابه‌جایی هر شخص روی نردبان:

مطابق شکل، برای آن‌که هر شخص به اندازهٔ h بالا برود، داریم:



$$\underbrace{\sin ۳۰°}_{\frac{۱}{۲}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{h}{\Delta x_A}$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = ۲h$$



$$\underbrace{\cos ۳۰°}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{h}{\Delta x_B}$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = \frac{۲h}{\sqrt{۳}}$$

گام دوم: مقایسهٔ زمان حرکت دو شخص:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\text{برابر } v} \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}$$

$$\xrightarrow[\Delta x_B = \frac{۲h}{\sqrt{۳}}]{\Delta x_A = ۲h} \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{۲h}{\frac{۲h}{\sqrt{۳}}} = \sqrt{۳}$$

۸۵ (۱) فرض می‌کنیم طول استخر برابر l باشد و زمان رفت و برگشت هر یک از شناگرها را محاسبه می‌کنیم. شناگری که در زمان کوتاه‌تری این مسیر را طی کند، برندهٔ مسابقه خواهد بود.

شناگر A: این شناگر کل مسیر رفت و برگشت (۲l) را با تندی ثابت $۱۲ km/h$ طی می‌کند و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۲l = ۱۲\Delta t_A \Rightarrow \Delta t_A = \frac{۲l}{۱۲} = \frac{l}{۶}$$

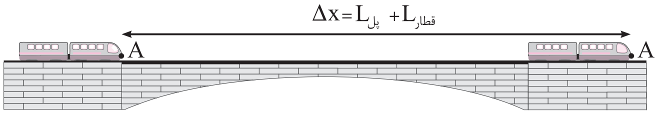
شناگر B: این شناگر مسیر رفت به طول l را با تندی $۱۸ km/h$ رفته و مسیر برگشت به طول l را با تندی $۶ km/h$ بازمی‌گردد و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} l = ۱۸\Delta t_{1B} \Rightarrow \Delta t_{1B} = \frac{l}{۱۸} \\ l = ۶\Delta t_{2B} \Rightarrow \Delta t_{2B} = \frac{l}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_{1B} + \Delta t_{2B} = \frac{l}{۱۸} + \frac{l}{۶} = \frac{۲l}{۹}$$

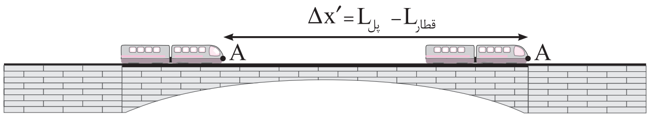
$\Rightarrow \Delta t_B > \Delta t_A \Rightarrow$ شناگر A برندهٔ مسابقه می‌شود.

۸۶ (۱) مطابق شکل، برای آن‌که قطار کاملاً از روی پل عبور کند، نقطهٔ A باید به اندازهٔ مجموع طول قطار و طول پل جابه‌جا شود، بنابراین می‌توان نوشت:



رابطهٔ (۱): $\Delta x = v\Delta t \Rightarrow L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}} = v\Delta t$

همچنین در مدتی که قطار به طور کامل روی پل بوده است، جابه‌جایی نقطهٔ A از قطار به اندازهٔ اختلاف طول پل با طول قطار است.



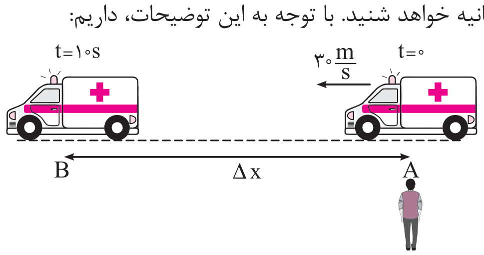
رابطهٔ (۲): $\Delta x' = v\Delta t' \Rightarrow L_{\text{پل}} - L_{\text{قطار}} = v\Delta t'$

با تقسیم رابطهٔ (۱) به رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}}}{L_{\text{پل}} - L_{\text{قطار}}} = \frac{\cancel{v}\Delta t}{\cancel{v}\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t = ۳\Delta t']{L_{\text{پل}} = ۱۲۰m} \frac{۱۲۰ + L_{\text{قطار}}}{۱۲۰ - L_{\text{قطار}}} = ۳$$

$$\Rightarrow ۱۲۰ + L_{\text{قطار}} = ۳۶۰ - ۳L_{\text{قطار}} \Rightarrow ۴L_{\text{قطار}} = ۲۴۰ \Rightarrow L_{\text{قطار}} = ۶۰m$$

۸۷ (۲) از لحظه‌ای که آژیر آمبولانس در کنار شخص A روشن می‌شود، این شخص صدای آژیر را می‌شنود. پس از ۱۰ ثانیه که آژیر خاموش می‌شود، آخرین پرده‌های صوتی از آمبولانس در نقطهٔ B به سمت شخص حرکت می‌کند و مدتی طول می‌کشد تا به شخص برسد، بنابراین شخص A صدای آژیر را بیشتر از مدت زمان ۱۰ ثانیه خواهد شنید. با توجه به این توضیحات، داریم:



$$\Delta x = v_{\text{آمبولانس}} \Delta t_{\text{آمبولانس}} = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰m$$

$$\Delta x = v_{\text{صوت}} \Delta t_{\text{صوت}} \Rightarrow \overset{۳۰۰m/s}{v_{\text{صوت}}} \Delta t_{\text{صوت}} = ۳۰۰ \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = ۱s$$

بنابراین یک ثانیه طول می‌کشد تا آخرین پردهٔ صوتی آژیر به شخص A برسد و در نتیجه این شخص، ۱۱ ثانیه صدای آژیر را خواهد شنید.

۸۸ (۳) برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ زمان رسیدن اتومبیل B:

$$\Delta x = v_B \Delta t_B \Rightarrow ۲۴۰ = ۴۰ \Delta t_B \Rightarrow \Delta t_B = ۶h$$

گام دوم: محاسبهٔ سرعت اتومبیل A:

طبق صورت سؤال، اتومبیل A، دو ساعت دیرتر حرکت کرده است و هم‌زمان با B به اراک رسیده است، بنابراین زمان حرکت آن، ۲ ساعت کم‌تر از B است و داریم:

$$\Delta t_A = \Delta t_B - ۲ = ۶ - ۲ = ۴h$$

$$\Delta x = v_A \Delta t_A \Rightarrow ۲۴۰ = v_A \times ۴ \Rightarrow v_A = ۶۰ km/h$$

۸۹ (۱) **گام اول:** سرعت اتومبیل کندتر را برابر v و سرعت اتومبیل سریع‌تر را برابر ۲v در نظر می‌گیریم. با توجه به آن‌که اتومبیل سریع‌تر، ۱۰ ثانیه دیرتر حرکتش را شروع کرده و ۱۰ ثانیه زودتر به مقصد رسیده است، زمان کل حرکت آن، ۲۰ ثانیه کم‌تر از اتومبیل کندتر است (برای اتومبیل کندتر از اندیس (۱) و برای اتومبیل سریع‌تر از اندیس (۲) استفاده می‌کنیم).

$$\Delta t_۲ = \Delta t_۱ - ۲۰s \ ، \ v_۱ = v \ ، \ v_۲ = ۲v$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطهٔ (۱):} \quad ۶۰۰ = v\Delta t_۱ : \text{اتومبیل کند} \\ \text{رابطهٔ (۲):} \quad ۶۰۰ = ۲v\Delta t_۲ = ۲v(\Delta t_۱ - ۲۰) : \text{اتومبیل سریع} \end{cases}$$

با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{۶۰۰}{۶۰۰} = \frac{۲v(\Delta t_۱ - ۲۰)}{v\Delta t_۱} \Rightarrow ۱ = \frac{۲(\Delta t_۱ - ۲۰)}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۲\Delta t_۱ - ۴۰$$

$$\Rightarrow \Delta t_۱ = ۴۰s$$

گام دوم: با جایگذاری $\Delta t_۱ = ۴۰s$ در رابطهٔ (۱) داریم:

$$۶۰۰ = v\underset{}{\overset{۴۰s}{\Delta t_۱}} \Rightarrow v = ۱۵ m/s$$

۹۰ (۱) خرگوش در طول مسیر، ۱۹ دقیقه استراحت کرده است، بنابراین زمان حرکت آن، ۱۹ دقیقه کم‌تر از لاک‌پشت است. هم‌چنین لاک‌پشت با فاصلهٔ ۳۰ متر، برندهٔ مسابقه شده است، بنابراین جابه‌جایی خرگوش، ۳۰ متر کم‌تر از طول مسیر مسابقه است و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطهٔ (۱):} \quad \Delta x = ۰/۱ \times t : \text{لاک پشت} \\ \text{رابطهٔ (۲):} \quad \Delta x - ۳۰ = ۱/۵ \times (t - ۱۹ \times ۶۰) : \text{خرگوش} \end{cases}$$

با کم کردن رابطهٔ (۱) از (۲) داریم:

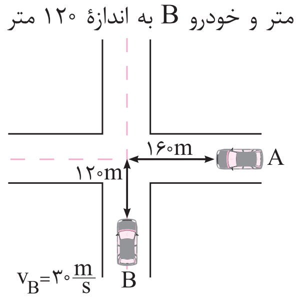
$$۳۰ = ۰/۱t - ۱/۵(t - ۱۹ \times ۶۰) \Rightarrow ۳۰ = -۱/۴t + ۱۷۱۰ \Rightarrow ۱/۴t = ۱۶۸۰$$

$$\Rightarrow t = ۱۲۰۰s$$

در نهایت با توجه به رابطهٔ (۱) می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \Delta x = ۰/۱t = ۰/۱ \times ۱۲۰۰ = ۱۲۰m$$

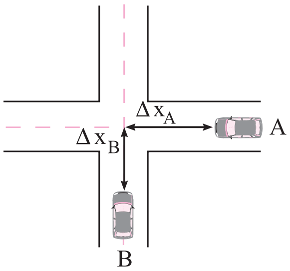
۹۱ (۱) برای آن‌که دو خودرو به‌طور همزمان به چهار راه رسیده و با هم تصادف کنند، باید خودرو A به اندازهٔ ۱۶۰ متر و خودرو B به اندازهٔ ۱۲۰ متر جابه‌جا شوند، بنابراین داریم:



$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta t \text{ یکسان}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۶۰}{۱۲۰} = \frac{v_A}{۳۰} \Rightarrow v_A = ۴۰ m/s$$

۹۲ (۲) ابتدا فاصلهٔ هر یک از دو خودرو تا چهارراه را، یک ثانیه قبل از برخورد به یکدیگر محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x_A = v_A \Delta t = ۴۰ \times ۱ = ۴۰m$$

$$\Delta x_B = v_B \Delta t = ۳۰ \times ۱ = ۳۰m$$

$$\text{فاصلهٔ A تا B} = \sqrt{(\Delta x_A)^۲ + (\Delta x_B)^۲}$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ A تا B} = \sqrt{۴۰^۲ + ۳۰^۲} = ۵۰m$$

۹۳ (۳) فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر برابر $|x_B - x_A|$ است، بنابراین داریم:

$$|x_B - x_A| = ۳۶ \Rightarrow |(v+۶)t + ۱۰ - (vt + ۴۰)| = ۳۶ \Rightarrow |۶t - ۳۰| = ۳۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۶t - ۳۰ = ۳۶ \Rightarrow t_۱ = ۱۱s \\ ۶t - ۳۰ = -۳۶ \Rightarrow t_۲ = -۱s \ \text{(غیرقابل قبول)} \end{cases}$$

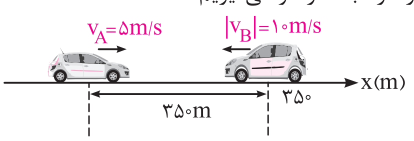
۹۴ (۳) مکان اولیهٔ متحرک A برابر $x_{۰A} = ۶۰$ است و مکان اولیهٔ متحرک B، قرینهٔ آن یعنی $x_{۰B} = -۶۰$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = vt + ۶۰ \\ x_B = ۲vt - ۶۰ \end{cases}$$

دو متحرک به هم می‌رسند: $x_A = x_B \Rightarrow vt + ۶۰ = ۲vt - ۶۰ \Rightarrow vt = ۱۲۰$

$$\Rightarrow x_A = \underset{۱۲۰}{vt} + ۶۰ = ۱۸۰m$$

۹۵ (۲) شکل رسم شده، وضعیت دو متحرک را در لحظهٔ $t_۰ = ۰$ نشان می‌دهد. برای حل، ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک از متحرک‌ها را به‌دست می‌آوریم (برای راحتی کار، متحرک A را در مبدأ درنظر می‌گیریم):

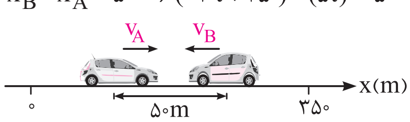


$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \\ x_B = v_B t + x_{۰B} \end{cases} \xrightarrow[|v_B| = ۳۶km/h = ۱۰m/s]{v_A = ۱۸km/h = ۵m/s} \begin{cases} x_A = ۵t + ۰ \\ x_B = -۱۰t + ۳۵۰ \end{cases}$$

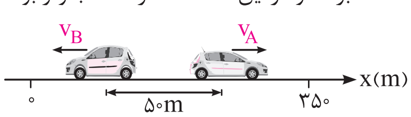
(متحرک B در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.)

لحظه‌ای که برای اولین بار فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر به ۵۰m می‌رسد، زمانی است که متحرک B در سمت راست متحرک A بوده (جلوتر بوده) و داریم:

$$x_B - x_A = ۵۰ \Rightarrow (-۱۰t + ۳۵۰) - (۵t) = ۵۰ \Rightarrow ۱۵t = ۳۰۰ \Rightarrow t = ۲۰s$$



در ادامه اگر متحرک B به متحرک A رسیده و از آن عبور کند، فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر می‌تواند مجدداً به ۵۰m برسد و در این حالت متحرک A جلوتر بوده و می‌توان نوشت:



$$x_A - x_B = ۵۰ \Rightarrow ۵t - (-۱۰t + ۳۵۰) = ۵۰ \Rightarrow ۱۵t - ۳۵۰ = ۵۰$$

$$\Rightarrow t = \frac{۴۰۰}{۱۵} = \frac{۸۰}{۳}s$$

پس در محدودهٔ زمانی $۲۰s < t < \frac{۸۰}{۳}s$، فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر، کم‌تر از ۵۰m است.

حواستون باشه

تحلیل حرکت با کمک حرکت نسبی دو متحرک

در این سؤال، سرعت نسبی دو متحرک $15\,m/s$ است و دو بار فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر $50m$ می‌شود. این دو زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

۱) قبل از رسیدن دو متحرک به یکدیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک ۳۰۰ متر $(350-50=300m)$ است:

$$\Delta x_{\text{کل}}=350-50=300m \Rightarrow 300=(5+10)\times t_1 \Rightarrow t_1=\frac{300}{15}=20s$$

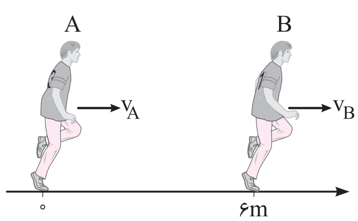
۲) پس از رسیدن دو متحرک به یکدیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک ۴۰۰ متر $(350+50=400m)$ است. فراموش نشود که فاصلهٔ دو متحرک ابتدا برابر $350m$ بوده و در نتیجه ابتدا $350m$ را مجموعاً می‌پیمایند تا به هم برسند و سپس ۵۰ متر دیگر از هم دور می‌شوند:

$$\Delta x_{\text{کل}}=\underbrace{350}_{\text{فاصلهٔ اولیه}}+50=400m \Rightarrow 400=(5+10)\times t_2 \Rightarrow t_2=\frac{400}{15}=\frac{80}{3}s$$

بنابراین می‌توان گفت که در بازهٔ زمانی بین $20s$ و $\frac{80}{3}s$ $(20s<t<\frac{80}{3}s)$، فاصلهٔ بین دو متحرک کم‌تر از ۵۰ متر است و در خارج از این بازهٔ زمانی، فاصلهٔ دو متحرک بیشتر از ۵۰ متر می‌شود.

دقت کنید چون دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر مجموع اندازهٔ سرعت آن‌ها و برابر $15\,m/s$ $(5+10)$ است.

۹۶ - ۲ گام اول: شکل مقابل، لحظهٔ شروع مسابقه را نشان می‌دهد که دوندهٔ B، ۶ متر جلوتر از A است. در این صورت، معادلهٔ حرکت دونده‌ها به صورت زیر است:



$$x=vt+x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A=v_At \\ x_B=v_Bt+6\end{cases}$$

گام دوم: در لحظهٔ $t=2s$، دوندهٔ A، ۴ متر جلوتر از B است، بنابراین داریم:

$$\text{در لحظهٔ } t=2s: x_A-x_B=4 \Rightarrow v_A\times2-(v_B\times2+6)=4$$

$$\Rightarrow 2v_A-2v_B=10 \Rightarrow v_A-v_B=5\,m/s$$

گام سوم: در ادامه، فاصلهٔ دو دونده را در لحظهٔ $t=3s$ محاسبه می‌کنیم:

$$\text{در لحظهٔ } t=3s \Rightarrow \begin{cases}x_A=v_A\times3\\x_B=v_B\times3+6\end{cases} \Rightarrow x_A-x_B=3(v_A-v_B)-6$$

$$\xrightarrow{v_A-v_B=5m/s} x_A-x_B=3\times5-6=9m$$

حتماً بخونش

در ابتدا، دوندهٔ A به اندازهٔ ۶ متر عقب بوده است و در مدت ۲ ثانیه، ۴ متر جلو می‌افتد، بنابراین در این ۲ ثانیه، دوندهٔ A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از دوندهٔ B دویده است و به عبارت دیگر، دوندهٔ A، هر ثانیه به اندازهٔ ۵ متر بیشتر از B می‌دود. با توجه به این توضیحات، در لحظهٔ $t=3s$، فاصلهٔ دو دونده به اندازهٔ ۵ متر بیشتر از لحظهٔ $t=2s$ است، یعنی فاصلهٔ آن‌ها از ۴ متر به ۹ متر می‌رسد.

۹۷ - ۳ در مدت ۲ ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک از $17cm$ به $23cm$ می‌رسد، در نتیجه فاصلهٔ بین آن‌ها $6cm$ زیاد شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها $3cm$ زیاد می‌شود. با توجه به این توضیحات، برای آن‌که فاصلهٔ آن‌ها از $17cm$ به $32cm$ برسد، یعنی $15cm$ زیاد شود، ۵ ثانیه زمان نیاز است.

$$\text{در هر ثانیه } 3cm \text{ به فاصله اضافه می‌شود} \Rightarrow v_{\text{نسبی}}=3\,cm/s$$

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=v_{\text{نسبی}}\Delta t \Rightarrow 15=3\Delta t \Rightarrow \Delta t=5s$$

۹۸ - ۲ گام اول: متحرک A از مکان $x_{0A}=18m$ و متحرک B از مبدأ مکان $(x_{0B}=0)$ شروع به حرکت می‌کنند، بنابراین معادلهٔ حرکت آن‌ها به صورت زیر است:

$$x_A=v_At+18\ ,\ x_B=v_Bt$$

گام دوم: در لحظهٔ $t=6s$، دو متحرک به هم می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{در لحظهٔ } t=6s \text{ به هم می‌رسند}: x_A=x_B \Rightarrow v_A\times6+18=v_B\times6$$

$$\Rightarrow v_B-v_A=3\,m/s$$

گام سوم: در ادامه، لحظاتی که فاصلهٔ دو متحرک به ۳ متر می‌رسد را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{فاصلهٔ دو متحرک}: |x_B-x_A|=3 \Rightarrow |v_Bt-(v_At+18)|=3$$

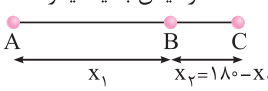
$$\Rightarrow |(v_B-v_A)t-18|=3 \xrightarrow{v_B-v_A=3m/s} |3t-18|=3$$

$$\Rightarrow \begin{cases}3t-18=3\Rightarrow t_1=7s\\3t-18=-3\Rightarrow t_2=5s\end{cases}$$

حتماً بخونش

در مدت ۶ ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک، ۱۸ متر کم شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها به اندازهٔ ۳ متر تغییر می‌کند. با توجه به این‌که در لحظهٔ $t=6s$، دو متحرک کنار هم قرار دارند، ۱ ثانیه قبل و بعد از این لحظه، فاصلهٔ آن‌ها برابر ۳ متر است.

۹۹ - ۲ گام اول: بررسی حرکت دو متحرک تا لحظهٔ رسیدن به یکدیگر:



$$\text{رابطهٔ I}: \begin{cases}x_1=v_1\Delta t\\x_2=v_2\Delta t\end{cases}\Rightarrow \frac{x_2}{x_1}=\frac{v_2}{v_1}$$

گام دوم: بررسی ادامهٔ حرکت هر یک از دو متحرک:

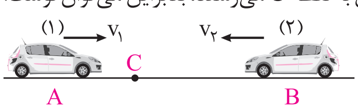
$$\begin{cases}x_1=v_2\times25\\x_2=v_1\times16\end{cases}\Rightarrow\frac{x_1}{x_2}=\frac{v_2}{v_1}\times\frac{25}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ I}}\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_2}{x_1}\times\frac{25}{16}\Rightarrow\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2=\frac{25}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{x_1}{x_2}=\frac{5}{4}\Rightarrow\frac{x_1}{180-x_1}=\frac{5}{4}\Rightarrow x_1=100m\ ,\ x_2=80m$$

گام سوم: $x_2=v_1\times16\Rightarrow80=v_1\times16\Rightarrow v_1=5\,m/s$

۱۰۰ - ۲ دو خودرو به طور همزمان به نقطهٔ C می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:



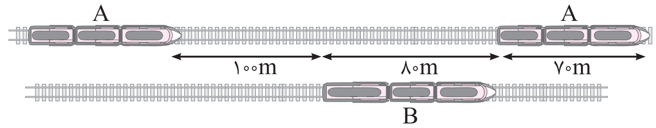
$$\left.\begin{matrix}AC=v_1\Delta t\\BC=v_2\Delta t\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{AC}{BC}=\frac{v_1}{v_2}$$

طبق صورت سؤال، زمان حرکت خودروی (۱) از C تا B، ۹ برابر زمان حرکت خودروی (۲) از C تا A است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}BC=v_1(9\Delta t')\\AC=v_2\Delta t'\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{BC}{AC}=\frac{9v_1}{v_2}\xrightarrow{\frac{v_1}{v_2}=\frac{AC}{BC}}\frac{BC}{AC}=\frac{9AC}{BC}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{BC}{AC}\right)^2=9\Rightarrow\frac{BC}{AC}=3$$

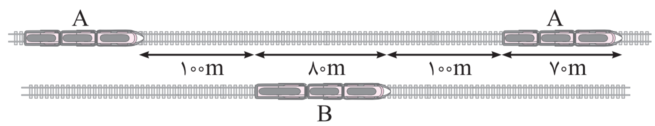
۱۰۱ ۴ مطابق شکل، برای آن‌که قطار A به‌طور کامل از B سبقت بگیرد، باید به اندازهٔ مجموع فاصلهٔ اولیهٔ دو قطار و طول قطارها، بیشتر از B حرکت کند، بنابراین داریم:



$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۱۰۰ + ۸۰ + ۷۰ = \Delta x_B + ۲۵۰$$

تندی قطار A، $۱۰m/s$ بیشتر از B است، بنابراین در هر ثانیه، قطار A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از B حرکت می‌کند و در نتیجه برای آن‌که قطار A به اندازهٔ ۲۵۰ متر بیشتر از B حرکت کند، ۲۵ ثانیه زمان نیاز است.

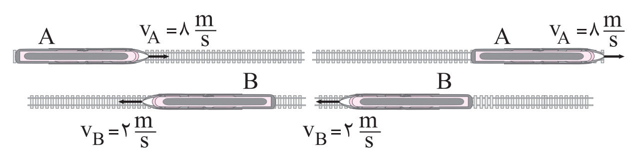
۱۰۲ ۳ مطابق توضیحات پاسخ سؤال قبل، برای آن‌که قطار A، ۱۰۰ متر جلوتر از B باشد، باید به اندازهٔ ۳۵۰ متر بیشتر از B حرکت کند.



$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۱۰۰ + ۸۰ + ۱۰۰ + ۷۰ = \Delta x_B + ۳۵۰$$

در هر ثانیه، قطار A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از B حرکت می‌کند، بنابراین در مدت ۳۵ ثانیه، به اندازهٔ ۳۵۰ متر بیشتر حرکت خواهد کرد.

۱۰۳ ۴ شکل‌های زیر، نحوهٔ قرارگیری قطارها در لحظات $t = ۰$ و $t = ۳۰s$ را نشان می‌دهد.



وضعیت دو قطار در $t = ۰$ — وضعیت دو قطار در $t = ۳۰s$

مطابق شکل‌ها، در مدت زمان ۳۰ ثانیه، دو قطار در مجموع مسافتی به اندازهٔ مجموع طول قطارها را طی کرده‌اند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_A = v_A\Delta t\\ \Delta x_B = v_B\Delta t\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_A + \Delta x_B = (v_A + v_B)\Delta t$$

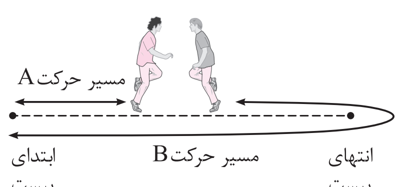
$$\xrightarrow[v_A=۸m/s\ ,\ v_B=۲m/s]{\Delta t=۳۰s\ ,\ \Delta x_{\text{کل}}=L_A+L_B} L_A + L_B = (۸+۲)\times ۳۰ = ۳۰۰m$$

اگر طول هر واگن یا لوکوموتیو را با d نشان دهیم، طول قطار A برابر ۶d و طول قطار B برابر ۹d است، بنابراین داریم:

$$\overset{۶d}{L_A} + \overset{۹d}{L_B} = ۳۰۰ \Rightarrow ۱۵d = ۳۰۰ \Rightarrow d = ۲۰m$$

۱۰۴ ۴ مطابق شکل، دو دونده در لحظه‌ای به هم می‌رسند که دوندهٔ B مسیر رفت را طی کرده و در حال برگشت است، ولی دوندهٔ A هم‌چنان در مسیر رفت قرار دارد.

مطابق شکل، مجموع مسافت طی شده توسط دو دونده، باید ۲ برابر طول پیست، یعنی برابر ۶۰۰ متر باشد، بنابراین داریم:



$$l_A + l_B = ۶۰۰ \Rightarrow v_At + v_Bt = ۶۰۰ \Rightarrow ۴t + ۶t = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۶۰s$$

فاصله از نقطهٔ شروع: $l_A = v_At = ۴\times ۶۰ = ۲۴۰m$

۱۰۵ ۲ **گام اول:** محاسبهٔ فاصلهٔ دو قطار اول که از ایستگاه A به طرف B شروع به حرکت کرده‌اند:

فاصلهٔ زمانی دو قطار اول برابر ۱۰۰ ثانیه است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = v\Delta t = ۱۰۰v$$

گام دوم: محاسبهٔ فاصلهٔ زمانی ملاقات قطار سوم با دو قطار اول: (منظور از قطار سوم، قطاری است که از ایستگاه B به طرف A شروع به حرکت کرده است.)

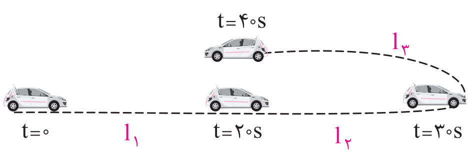
قطار سوم، با تندی v به سمت قطارهای اول و دوم می‌رود، بنابراین با توجه به این‌که قطارهای اول و دوم با تندی v حرکت می‌کنند، قطارها با سرعت نسبی ۲v به سمت هم حرکت می‌کنند می‌توان نوشت:

$$\overset{۱۰۰v}{\Delta x} = ۲v\Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰s$$

۱۰۶ ۳ در یک مدت زمان معین، نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\left\{\begin{array}{l}s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t}\\[2mm] v_{av} = \dfrac{d}{\Delta t}\end{array}\right. \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}}$$

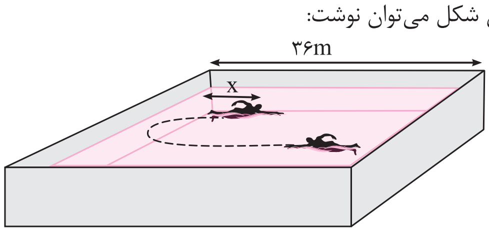
بنابراین کافی است مسافت و جابه‌جایی این اتومبیل را محاسبه کنیم. با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\left\{\begin{array}{l}l_۱ = v_۱\Delta t_۱ = ۱۰\times ۲۰ = ۲۰۰m\\ l_۲ = v_۲\Delta t_۲ = ۴\times ۱۰ = ۴۰m\\ l_۳ = v_۳\Delta t_۳ = ۴\times ۱۰ = ۴۰m\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{مسافت}: l = l_۱ + l_۲ + l_۳ = ۲۸۰m\\ \text{جابه‌جایی}: d = l_۱ + l_۲ - l_۳ = ۲۰۰m\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{۲۸۰}{۲۰۰} = \frac{۷}{۵}$$

۱۰۷ ۱ شناگر در ۲۰ ثانیه طول استخر را طی کرده و سپس به اندازهٔ x برگشته است، مطابق شکل می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l}\text{مسافت}: l = ۳۶ + x\\ \text{اندازهٔ جابه‌جایی}: |\vec{d}| = ۳۶ - x\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{l}{|\vec{d}|} = \frac{۳۶+x}{۳۶-x} = ۵$$

$$\Rightarrow ۳۶ + x = ۱۸۰ - ۵x \Rightarrow ۶x = ۱۴۴ \Rightarrow x = ۲۴m$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در کل این ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$v_{av} = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{۳۶-x}{۲۰} = \frac{۳۶-۲۴}{۲۰} = ۰/۶m/s$$