راهنمای استفاده از کتاب

برای کسب بهترین نتیجه در امتحانات مدرسه و کنکور گام‌های زیر را به ترتیب برای هر فصل طی کنید.

گام اول

فیلم آموزشی

۱. هر فصل به تعدادی جلسه تقسیم شده است.
۲. برای استفاده از فیلم‌های آموزشی هر جلسه QR-Codeهای صفحه بعد را اسکن کنید.
۳. در هر جلسه مطالب کتاب درسی درس به درس تدریس شده است.
۴. تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی به صورت کامل تدریس شده است.

گام دوم

درسنامه آموزشی

۱. هر فصل به تعدادی قسمت تقسیم شده است.
۲. در هر قسمت آموزش کاملی به همراه مثال و تست ارائه شده است.
۳. سطح تست‌ها عموماً کمی بالاتر از مثال‌ها است. اگر دانش‌آموز وقت کافی ندارد یا می‌خواهد فقط در سطح امتحانات مدرسه درس بخواند، می‌تواند بدون این‌که مطلبی را از دست دهد از تست‌ها عبور کند.
۴. قسمت‌هایی تحت عنوان «ویژهٔ تراز برترها» آورده شده است که ویژهٔ آمادگی برای آزمون‌های تستی و کنکور است و مطالعهٔ آن‌ها برای امتحانات مدارس ضروری نیست.
۵. نکتهٔ **STP**، مخفف نکتهٔ «سیرتاپیاز» است و معمولاً شامل نکات تستی و راه‌حل‌های کوتاه است.

گام سوم

پرسش‌های تشریحی

۱. هر فصل به تعدادی قسمت (دقیقاً منطبق بر قسمت‌بندی گام دوم) تقسیم شده است.
۲. سؤالات از ساده به دشوار و موضوعی مرتب شده‌اند.
۳. سؤالات دارای پاسخ تشریحی هستند.

گام چهارم

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. هر فصل به تعدادی قسمت (دقیقاً منطبق بر قسمت‌بندی گام دوم و سوم) تقسیم شده است.
۲. هر قسمت نیز دارای ریز طبقه‌بندی است.
۳. تست‌ها از ساده به دشوار و موضوعی مرتب شده‌اند.
۴. تمامی تست‌های کنکور داخل و خارج از کشور قابل استفاده و منطبق بر کتاب درسی جدید آورده شده است.
۵. تست‌های فراتر از کتاب درسی با عنوان «ویژهٔ تراز برترها» مشخص شده است که برای دستیابی به تراز بالا در کنکور توصیه می‌شوند.
۶. تست‌ها دارای پاسخ تشریحی هستند.
۷. تست‌های واجب با علامت ☆ و تست‌های دشوار با علامت ★ مشخص شده است.
۸. تست‌های **V.I.P** در انتهای فصل ویژهٔ دانش‌آموزان برتر است.

به جای آن‌که چندین کتاب بخوانید، کتاب‌های گاج را چندین بار بخوانید

FILM

فصل اوّل: الکتریسیتهٔ ساکن

جلسه اول و دوم: بار الکتریکی — 88 min
جلسه سوم: قانون کولن — 107 min
جلسه چهارم تا ششم: میدان الکتریکی — 87 min
جلسه هفتم و هشتم: انرژی پتانسیل الکتریکی و... — 71 min
جلسه نهم: توزیع بار در اجسام رسانا — 46 min
جلسه دهم و یازدهم: خازن — 90 min
جلسه دوازدهم: حل تمرین‌های کتاب درسی — 66 min

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

جلسه سیزدهم تا پانزدهم: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی و... — 52 min
جلسه شانزدهم: نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها — 30 min
جلسه هفدهم: توان در مدارهای الکتریکی — 30 min
جلسه هجدهم: ترکیب مقاومت‌ها و تحلیل مدارها — 131 min
جلسه نوزدهم: حل تمرین‌های کتاب درسی — 43 min

فصل سوم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

جلسه بیستم: مفاهیم اولیهٔ مغناطیس — 10 min
جلسه بیست و یکم تا بیست و سوم: نیروهای مغناطیسی — 94 min
جلسه بیست و چهارم: آثار مغناطیسی ناشی از... — 70 min
جلسه بیست و پنجم: ویژگی‌های مغناطیسی مواد — 41 min
جلسه بیست و ششم: پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی... — 37 min
جلسه بیست و هفتم: قانون القای الکترومغناطیسی فاراده — 28 min
جلسه بیست و هشتم: قانون لنز — 41 min
جلسه بیست و نهم: القاگرها — 28 min
جلسه سی‌ام: جریان متناوب — 40 min
جلسه سی و یکم: حل تمرین‌های کتاب درسی — 24 min

درسنامه آموزشی

فصل اوّل: الکتریسیتهٔ ساکن

قسمت اول: بار الکتریکی ۱۰
قسمت دوم: قانون کولن ۱۶
قسمت سوم: میدان الکتریکی ۳۱
قسمت چهارم: انرژی پتانسیل الکتریکی و ۴۷
قسمت پنجم: توزیع بار در اجسام رسانا ۵۶
قسمت ششم: خازن ۵۹

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

قسمت اول: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی و ۶۷
قسمت دوم: نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها ۷۸
قسمت سوم: توان در مدارهای الکتریکی ۸۵
قسمت چهارم: ترکیب مقاومت‌ها ۹۳
قسمت پنجم: تحلیل مدارها ۱۰۲

فصل سوم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

قسمت اول: مفاهیم اولیهٔ مغناطیس ۱۱۴
قسمت دوم: نیروهای مغناطیسی ۱۲۰
قسمت سوم: آثار مغناطیسی ناشی از ۱۳۲
قسمت چهارم: ویژگی‌های مغناطیسی مواد ۱۴۵
قسمت پنجم: پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی ۱۴۸
قسمت ششم: قانون القای الکترومغناطیسی فاراده ۱۵۲
قسمت هفتم: قانون لنز ۱۶۱
قسمت هشتم: القاگرها ۱۶۵
قسمت نهم: جریان متناوب ۱۷۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

فصل اوّل: الکتریسیتهٔ ساکن

قسمت اول: بار الکتریکی ۱۷۷
قسمت دوم: قانون کولن ۱۸۰
قسمت سوم: میدان الکتریکی ۱۸۹
قسمت چهارم: انرژی پتانسیل الکتریکی و ۲۰۰
قسمت پنجم: توزیع بار در اجسام رسانا ۲۰۵
قسمت ششم: خازن ۲۰۷
تست‌های V.I.P ۲۱۰

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

قسمت اول: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی و ۲۴۸
قسمت دوم: نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها ۲۵۳
قسمت سوم: توان در مدارهای الکتریکی ۲۵۸
قسمت چهارم: ترکیب مقاومت‌ها ۲۶۲
قسمت پنجم: تحلیل مدارها ۲۶۷
تست‌های V.I.P ۲۷۹

فصل سوم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

قسمت اول: مفاهیم اولیهٔ مغناطیس ۳۱۹
قسمت دوم: نیروهای مغناطیسی ۳۲۱
قسمت سوم: آثار مغناطیسی ناشی از ۳۲۹
قسمت چهارم: ویژگی‌های مغناطیسی مواد ۳۳۸
قسمت پنجم: پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی ۳۳۹
قسمت ششم: قانون القای الکترومغناطیسی فاراده ۳۴۱
قسمت هفتم: قانون لنز ۳۴۶
قسمت هشتم: القاگرها ۳۵۲
قسمت نهم: جریان متناوب ۳۵۴
تست‌های V.I.P ۳۵۷

پرسش‌های تشریحی

فصل اوّل: الکتریسیتهٔ ساکن

قسمت اول: بار الکتریکی ۴۰۱
قسمت دوم: قانون کولن ۴۰۲
قسمت سوم: میدان الکتریکی ۴۰۴
قسمت چهارم: انرژی پتانسیل الکتریکی و ۴۰۷
قسمت پنجم: توزیع بار در اجسام رسانا ۴۰۹
قسمت ششم: خازن ۴۱۰

فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

قسمت اول: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی و ۴۲۳
قسمت دوم: نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها ۴۲۶
قسمت سوم: توان در مدارهای الکتریکی ۴۲۷
قسمت چهارم: ترکیب مقاومت‌ها ۴۲۹
قسمت پنجم: تحلیل مدارها ۴۳۱

فصل سوم: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

قسمت اول: مفاهیم اولیهٔ مغناطیس ۴۴۵
قسمت دوم: نیروهای مغناطیسی ۴۴۶
قسمت سوم: آثار مغناطیسی ناشی از ۴۴۹
قسمت چهارم: ویژگی‌های مغناطیسی مواد ۴۵۳
قسمت پنجم: پدیدهٔ القای الکترومغناطیسی ۴۵۵
قسمت ششم: قانون القای الکترومغناطیسی فاراده ۴۵۶
قسمت هفتم: قانون لنز ۴۵۸
قسمت هشتم: القاگرها ۴۶۱
قسمت نهم: جریان متناوب ۴۶۲

فصل ۱

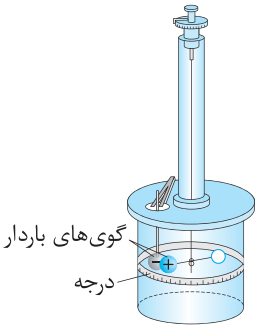
قسمت دوم

قانون کولن

اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند.

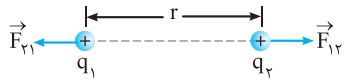
دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد.

کولن با استفاده از ترازوی پیچشی مقابل عوامل را بررسی کرد. در دو سر میله‌ای نارسانا بار مثبت و یک قرص قرار داد و توسط سیم نازک آویزان کرد. یک گوی با بار منفی و هم‌اندازه با بار مثبت داخل استوانه برد و با توجه به مقدار چرخش میلهٔ نارسانا، نیروی وارد بر بار مثبت را تعیین کرد.

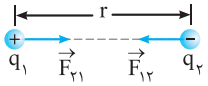


نتیجهٔ آزمایش کولن به‌صورت قانون بیان شد.

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



آ) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است.



ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، رایشی است.

F_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و F_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید:

۱) این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.

۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.

۳) اندازهٔ این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطهٔ قانون کولن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: اندازهٔ نیروی الکتریکی (الکتروستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای[1] که در راستای خط واصل آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل‌ضرب بزرگی بارها متناسب است و با مربع فاصلهٔ آن‌ها نسبت وارون دارد.

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{F_{12}=F_{21}=F}_{\text{قانون سوم نیوتون}} \;,\; F\propto|q_1|\times|q_2| \\ \vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21} \qquad\quad F\propto\dfrac{1}{r^2} \end{array}\right\} \Rightarrow F\propto\frac{|q_1|\times|q_2|}{r^2} \Rightarrow \boxed{F=k\frac{|q_1|\times|q_2|}{r^2}}$$

q_1 و q_2: بار دو ذره بر حسب کولن (C)، r: فاصلهٔ بین دو ذره بر حسب متر (m)

k: ثابت کولن بر حسب $\frac{N.m^2}{C^2}$ $(k\simeq 8/89\times10^9\simeq 9\times10^9)$

ضریب k را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان می‌کنند.

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\;,\;\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\;\frac{C^2}{N.m^2}$$

مثال

دو ذرهٔ $q_1=+3\mu C$ و $q_2=-6\mu C$ در فاصلهٔ $30cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند.

آ) اندازهٔ نیرویی که ذرهٔ q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازهٔ نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟

ب) نیرویی که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند را محاسبه کنید.

پاسخ: آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است: $F_{12}=F_{21}$

ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F=k\frac{q_1\times|q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times6\times10^{-6}}{(30)^2\times10^{-4}}=1/8N$$

۱. برای اجسام باردار به شرطی می‌توانیم از رابطهٔ کولن استفاده کنیم که ابعاد جسم در مقایسه با فاصلهٔ بین بارها ناچیز باشد.

تست دو بار نقطه‌ای q و 5q در فاصلهٔ r از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q به بار 5q وارد می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار 5q به q وارد می‌کند چند F است؟

۱) F ۲) 3F ۳) 5F ۴) 6F

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذرهٔ باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند، بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{21}$ در جهت شمال شرق باشد، $\vec{F}_{12}$ در کدام جهت است؟

۱) شمال شرق ۲) جنوب غرب ۳) شمال غرب ۴) جنوب شرق

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت شمال شرق باشد، نیروی دیگر در جهت جنوب غرب است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست دو ذرهٔ باردار در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{12} = 6\vec{i} - 7\vec{j}$ باشد، $\vec{F}_{21}$ کدام است؟

۱) $6\vec{i} - 7\vec{j}$ ۲) $-6\vec{i} + 7\vec{j}$ ۳) $-6\vec{i} - 7\vec{j}$ ۴) $6\vec{i} + 7\vec{j}$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون نیروها خلاف جهت هستند.

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = -(6\vec{i} - 7\vec{j}) = -6\vec{i} + 7\vec{j} \Rightarrow$ گزینهٔ (۲) درست است.

نکته طبق رابطهٔ قانون کولن اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی n برابر شود، نیرو $\frac{1}{n^2}$ برابر می‌شود و اگر یکی از بارها n برابر شود، نیرو نیز n برابر می‌شود.

مثال در هر یک از حالت‌های زیر؛ نیروی بین دو ذرهٔ باردار چند برابر می‌شود؟

آ) فاصلهٔ بارها دو برابر شود.

ب) فاصلهٔ بارها نصف شود.

پ) فقط اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود.

ت) اندازهٔ هر یک از بارها دو برابر شود.

پاسخ: آ) طبق قانون کولن، نیرو با مربع فاصله رابطهٔ عکس دارد.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

بنابراین؛

اگر فاصلهٔ دو بار دو برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = 2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2 = \frac{1}{2}r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

پ) $F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ دو برابر، اندازهٔ } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2$

ت) $F \propto |q_1||q_2| \xrightarrow{\text{اندازهٔ } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند.}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1||q_2|} = 4$

توجه رابطهٔ قانون کولن برای نیروی بین دو ذرهٔ باردار است. محاسبهٔ نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل و تست‌ها فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

تست دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود، فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی الکتریکی بین آن‌ها تغییر نکند؟

۱) $\sqrt{2}$ برابر ۲) $\frac{1}{2}$ برابر ۳) ۲ برابر ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

پاسخ:

$$\begin{cases} F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F' = k\dfrac{2|q_1||q_2|}{r'^2} \end{cases}, \quad F = F' \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{2|q_1||q_2|}{r'^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r'^2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

گزینهٔ (۱) درست است.

مثال

دو بار هم‌اندازهٔ q روی دو کرهٔ فلزی مشابه در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟

آ) بارها هم‌نام باشند. **ب) بارها ناهم‌نام باشند.**

پاسخ : آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذرهٔ اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذرهٔ دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد.

$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{|\frac{1}{2}q||\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k\frac{|q||q|}{r^2}}=\frac{3}{4}$$

ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد.

$$q_1=\frac{1}{2}q\ ,\ q'_2=-\frac{1}{2}q\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{|\frac{q}{2}|\times|\frac{q}{2}|}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}=\frac{1}{4}$$

تست

دو کرهٔ فلزی یکسان که روی دو پایهٔ عایق قرار دارند، دارای بار الکتریکی $q_1=+12\mu C$ و $q_2=-2\mu C$ می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصلهٔ قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) $\frac{25}{24}$ ۳) $\frac{1}{25}$ ۴) $\frac{24}{25}$

پاسخ : با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{12+(-2)}{2}=+5\mu C$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1|\times|q'_2|}{|q_1|\times|q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2=\frac{5\times5}{12\times2}\times1=\frac{25}{24}\Rightarrow$$ گزینهٔ (۲) درست است.

نکتهٔ STP اگر مجموع بار دو کرهٔ هم‌نام و هم‌اندازه ثابت باشد، نیروی دافعهٔ بین دو کره هنگامی بیشینه است که اندازهٔ بار کره‌ها یکسان باشند.

تست

دو کرهٔ هم‌اندازه، بارهای $q_1=-10nC$ و $q_2=-12nC$ دارند. تقریباً چند درصد از بار کرهٔ دوم را به کرهٔ اول منتقل کنیم تا نیروی بین آن‌ها بیشینه شود؟ (مشابه سراسری ریاضی- ۹۶)

۱) ۸/۳۳ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۹۱/۶۷

پاسخ : برای این‌که نیروی بین کره‌ها بیشینه شود، باید بار کره‌ها هم‌اندازه و برابر $-11nC$ شود.

$$q'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{-10+(-12)}{2}=-11nC$$

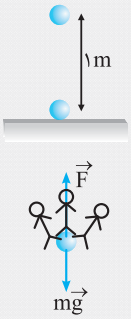
بنابراین باید $-1nC$ بار از کرهٔ دوم به کرهٔ اول منتقل شود که به‌صورت درصد باید محاسبه گردد.

$$(\frac{-1}{-12})\times100=\frac{100}{12}=\frac{25}{3}\simeq8/33\Rightarrow$$ گزینهٔ (۱) درست است.

نکته یک کولن بار الکتریکی ساکن، مقدار بار بسیار زیادی می‌باشد. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مثال

دو کرهٔ رسانای بزرگ در فاصلهٔ یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار $+1C$ داده‌ایم. برای این‌که کرهٔ بالایی در همان فاصلهٔ یک متری باقی بماند، چند انسان ۱۰۰ کیلوگرمی باید روی کرهٔ بالایی بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف‌نظر کنید. $(g=10\frac{N}{kg}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



پاسخ : باید وزن انسان‌ها، نیروی F را خنثی کند، بنابراین:

$$F=mg\times N\Rightarrow k\frac{q_1q_2}{r^2}=mg\times N\Rightarrow9\times10^9\times\frac{1\times1}{1^2}=1000\times N\Rightarrow N=9\times10^6$$ ۹ میلیون نفر!!!

(N: تعداد انسان‌ها)

توجه امکان قراردادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.

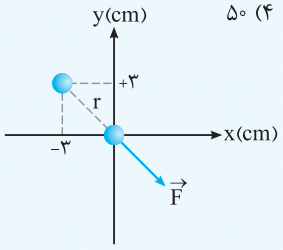
نکتهٔ STP اگر بارها بر حسب μC و فاصله بر حسب سانتی‌متر باشد، می‌توان تمام توان‌ها را با هم ساده کرد و رابطه را به‌صورت زیر با همان یکای μC و cm قرار داد:

$$F=9\times\frac{|q_1|^{\mu C}|q_2|^{\mu C}}{r^2}\ (N)\ (cm^2)$$

تست

دو بار الکتریکی هم اندازهٔ $+۲\mu C$ یکی در مبدأ مختصات و دیگری در مکان $(-۳cm, +۳cm)$ قرار دارند. نیروی وارد بر ذره‌ای که در مبدأ مختصات قرار دارد، چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰



پاسخ: فاصلهٔ بین دو ذره را از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$r = \sqrt{x^{۲}+y^{۲}} = \sqrt{۳^{۲}+۳^{۲}} = ۳\sqrt{۲}\ cm$$

طبق نکتهٔ STP، محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^{۲}} = ۹۰\times\frac{۲\times۲}{(۳\sqrt{۲})^{۲}} = \frac{۹۰\times۴}{۱۸} = ۲۰N$$

گزینهٔ (۱) درست است. $\Rightarrow$

نیروی هسته‌ای

نیروی بین پروتون‌های هسته از نوع دافعه است، بنابراین هسته باید متلاشی شود ولی چنین چیزی رخ نمی‌دهد بنابراین نتیجه می‌گیریم باید نیرویی قوی وجود داشته باشد که مانع از متلاشی شدن هسته شود و به آن نیروی هسته‌ای می‌گویند.

مثال

در هستهٔ اتم هلیم فاصلهٔ تقریبی دو پروتون $۲/۴\times۱۰^{-۱۵}m$ است. نیروی بین این دو پروتون چند نیوتون است؟

$$(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$$

پاسخ: بار پروتون هم‌اندازه با بار الکترون است:

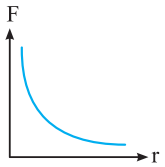
$$F = k\frac{|q||q|}{r^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})^{۲}}{(۲/۴\times۱۰^{-۱۵})^{۲}} = ۴۰N$$

نمودارهای مربوط به قانون کولن — ویژهٔ تراز برترها

در این قسمت نمودار نیرو بر حسب فاصلهٔ بارها و نیرو بر حسب حاصل‌ضرب دو بار را رسم می‌کنیم. در رسم نمودارها از رابطهٔ کولن کمک می‌گیریم:

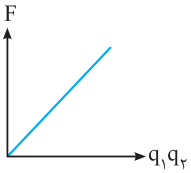
آ) اگر مقدار بارها ثابت باشند و فقط فاصلهٔ بارها تغییر کند، نمودار نیرو بر حسب فاصله مطابق شکل زیر می‌شود:

$$y = F = \frac{\overbrace{kq_۱q_۲}^{\text{ثابت}}}{r^{۲}} \Rightarrow y = \frac{a}{x^{۲}} \Rightarrow$$



ب) اگر فاصلهٔ بین دو بار ثابت باشد و اندازهٔ بارها تغییر کند، نمودار به‌صورت زیر می‌شود:

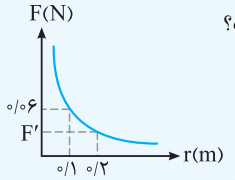
$$y = F = \overbrace{\frac{k}{r^{۲}}}^{\text{ثابت}}\ x \Rightarrow y = ax \Rightarrow$$



$$\text{شیب} = \frac{k}{r^{۲}} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{۰}r^{۲}}$$

تست

نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار بر حسب فاصلهٔ بین آن‌ها به‌صورت مقابل است. مقدار F' چند نیوتون است؟



۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۰۱۵ ۳) ۰/۰۳ ۴) ۰/۰۴۵

پاسخ: طبق نمودار، فاصله از $۰/۱m$ به $۰/۲m$ رسیده است، یعنی فاصله دو برابر شده است، بنابراین نیرو $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

$$F' = \frac{۱}{۴}\times۰/۰۶ = ۰/۰۱۵ \Rightarrow$$

گزینهٔ (۲) درست است.

ترکیب مسائل نیرو با حرکت‌شناسی

با رابطهٔ $F = ma$ آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی F ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از فرمول نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به‌دست آورید.

مثال

دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان ۲g حامل بارهای $+10\mu C$ هستند و در فاصلهٔ ۳۰cm از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛ اگر در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند m/s^2 می‌شود؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

پاسخ : ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{10\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{900\times10^{-4}} = 10N$$

حال از رابطهٔ نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2\times10^{-3}} = 5\times10^3 m/s^2$$

تست

دو جسم باردار با بارهای $q_2 = 4q_1$ و جرم‌های $m_2 = 4m_1$ در فاصلهٔ کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

پاسخ : نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطهٔ $q_2 = 4q_1$ نکتهٔ انحرافی تست است.

شتاب با جرم رابطهٔ عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{\text{هم‌اندازه } F} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4m_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$ گزینهٔ (۳) درست است.

تست

دو ذرهٔ باردار هم‌نام و کوچک را در فاصلهٔ معینی از یکدیگر رها می‌کنیم. اگر تنها نیروی وارد به آن‌ها، نیروی الکتریکی باشد، شتاب آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

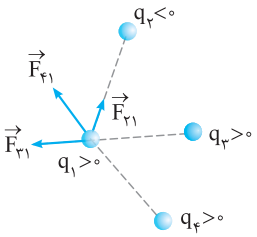
۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس شتاب صفر می‌شود.
۴) ابتدا کاهش و سپس ثابت می‌شود.

پاسخ : نیروی بین دو ذرهٔ هم‌نام دافعه است، بنابراین با گذشت زمان فاصلهٔ بین ذره‌ها افزایش و اندازهٔ نیروی الکتریکی کاهش می‌یابد.طبق رابطهٔ $a = \frac{F}{m}$، با کاهش F، اندازهٔ شتاب نیز کاهش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

توجه اگر دو ذره ناهم‌نام بودند، با گذشت زمان فاصلهٔ بین دو ذره کاهش و اندازهٔ نیرو افزایش می‌یافت و شتاب به طور پیوسته افزایش می‌یافت.

برایند نیروهای الکتریکی

آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند. به عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل رسم کرده و سپس برایندگیری می‌کنیم:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$: نیروی برایند

(موضوع بیان‌شده را اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی می‌گویند.)

مراحل استفاده از برایندگیری

۱) مطابق شکل قبل نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذرهٔ مورد نظر باشد.

۲) اندازهٔ هر یک از نیروها را با استفاده از رابطهٔ کولن محاسبه کنید.

۳) بردار نیروی خالص (نیروی برایند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازهٔ بردار برایند را به‌دست آورید.

انواع سؤال‌های برایندگیری: سؤال‌های مربوط به برایندگیری به سه دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند:

۱) ذره‌ها روی یک خط باشند. ۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری‌که روی یک خط نباشند. ۳) ذره‌ها به‌صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.

در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای نیروهای عمود بر هم بررسی شده است.

حالت اوّل: ذره‌ها روی یک خط باشند

در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برایندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

توجه اگر نیروها در راستای محور x باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{i}$ و اگر نیروها در راستای محور y باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکهٔ $\vec{j}$ نوشت.

مثال

سه ذرهٔ $q_1 = +2/5\mu C$ ، $q_2 = -1/0\mu C$ و $q_3 = +4\mu C$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند.

آ) نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

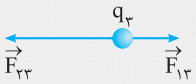
ب) اگر علامت q_3 منفی شود، اندازه و جهت نیروی وارد بر q_3 چه تغییری می‌کند؟

پاسخ : آ) نیروی وارد بر q_3 برابر است با برایند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیرویی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times10^{-2}}{36\times10^{-4}} = \frac{1}{4}\times10^2 = 25N$$

$$F_{23} = k\frac{q_3\times|q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2)^2\times10^{-4}} = \frac{9\times4\times10^{-3}}{4\times10^{-4}} = 90N$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:



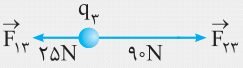
با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$F_{23} > F_{13}$ است، بنابراین $\vec{F}_T$ هم‌جهت با $\vec{F}_{23}$ و به سمت چپ خواهد شد.

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65N$$

ب) اگر علامت q_3 تغییر کند، اندازهٔ نیروهای وارد بر q_3 تغییر نمی‌کند ولی جهت آن‌ها تغییر می‌کند و بنابراین جهت نیروی برایند نیز بر عکس می‌شود.



$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65N$$

$\vec{F}_T$ به سمت راست می‌شود.

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای یکّه بنویسید.

پاسخ : آ) $\vec{F}_{13}$ به سمت راست و $\vec{F}_{23}$ به سمت چپ است.

$$\vec{F}_{13} = +25\vec{i}\ ,\ \vec{F}_{23} = -90\vec{i}$$

حال نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25\vec{i} + (-90\vec{i}) = -65\vec{i}$$

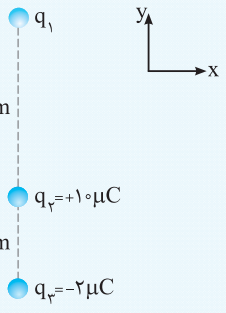
یعنی اندازهٔ نیرو 65 N و به سمت خلاف جهت محور x ها است.

ب) جهت نیروی برایند بر عکس قسمت (آ) می‌شود:

$$\vec{F}_{T_1} = -65\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_{T_2} = +65\vec{i}$$

تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در محل خود روی محور y ها ثابت شده‌اند. بار q_1 چند میکروکولن باشد تا برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $-6\vec{j}$ در SI باشد؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) $+60$
۲) -60
۳) $+120$
۴) -120

پاسخ : نیرویی که بار $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند، جاذبه و رو به بالا است:

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۱۰)^۲\times۱۰^{-۴}}=۱۸N\Rightarrow\vec{F}_{۲۳}=+۱۸\vec{j}$$

برای این‌که نیروی برایند ۶N و به سمت پایین شود باید $F_{۱۳}$ برابر ۲۴N و به سمت پایین باشد. به همین علت $q_۱$ باید با $q_۳$ هم‌نام باشد. می‌توان این نتیجه را به‌صورت برداری نیز به‌دست آورد:

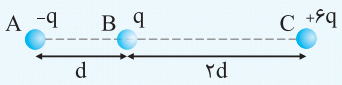
$$\vec{F}_T=\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳}\Rightarrow-۶\vec{j}=\vec{F}_{۱۳}+۱۸\vec{j}\Rightarrow\vec{F}_{۱۳}=-۲۴\vec{j}$$

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}\Rightarrow۲۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۳۰)^۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow|q_۱|=۱۲\times۱۰^{-۵}C=۱۲۰\mu C\xrightarrow{q_۱<۰}q_۱=-۱۲۰\mu C$$

گزینهٔ (۴) درست است. $\Rightarrow$

تست

بارهای مشابه q در فاصلهٔ d به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. در شکل زیر بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q کدام است؟



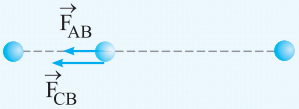
۱) $\frac{۱}{۲}F$

۲) $۲F$

۳) $\frac{۳}{۲}F$

۴) $\frac{۵}{۲}F$

پاسخ : ابتدا با توجه به علامت بارها، جهت نیروها را رسم می‌کنیم.



طبق متن سؤال نیروی F به‌صورت مقابل می‌باشد: $F=k\frac{|qq|}{d^۲}=k\frac{q^۲}{d^۲}$

طبق شکل F_{AB} و F_{CB} را محاسبه می‌کنیم و بر حسب F به‌دست می‌آوریم:

$$F_{AB}=k\frac{|q||-q|}{d^۲}=k\frac{q^۲}{d^۲}=F\ ,\ F_{CB}=k\frac{۶q\times q}{۴d^۲}=\frac{۶}{۴}k\frac{q^۲}{d^۲}=\frac{۳}{۲}F$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_T=F_{AB}+F_{CB}=F+\frac{۳}{۲}F=\frac{۵}{۲}F\Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

نیروی صفر و بار در حال تعادل: اگر دو ذرهٔ باردار $q_۱$ و $q_۲$ در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار $q_۳$ را در محلی قرار داد که برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ از طرف $q_۱$ و $q_۲$ صفر شود و یا اصطلاحاً بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل $q_۳$ به نکات زیر توجه کنید.

۱) $q_۳$ حتماً روی خطی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را به یکدیگر متصل می‌کند، قرار می‌گیرد؛ زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر $q_۳$، با هم زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.

۲) مقدار و علامت $q_۳$ اهمیتی ندارد.

۳) اگر $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام باشند، $q_۳$ بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، $q_۳$ خارج از فاصلهٔ دو بار قرار می‌گیرد.

۴) $q_۳$ همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

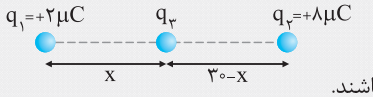
مثال

دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ ۳۰cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار $q_۳$ را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر باشد.) (مشابه ریاضی- شهریور ۹۰)

آ) $q_۱=+۲\mu C\ ,\ q_۲=+۸\mu C$

ب) $q_۱=+۲\mu C\ ,\ q_۲=-۸\mu C$

پاسخ : آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ هم‌جهت می‌شوند و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

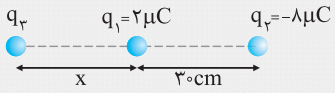


برای در تعادل ماندن بار $q_۳$، باید نیروهای وارد بر آن از طرف $q_۱$ و $q_۲$ در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{q_۱q_۳}{x^۲}=k\frac{q_۲q_۳}{(۳۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{q_۱}{x^۲}=\frac{q_۲}{(۳۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰-x)^۲}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰-x}\Rightarrow۳۰-x=۲x\Rightarrow x=۱۰cm$$

ب) بارها ناهم‌نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصلهٔ دو بار و به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است. چون اگر در فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد، $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



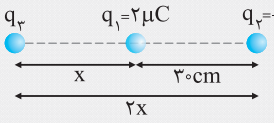
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{x^۲}=\frac{|q_۲|}{(۳۰+x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{x^۲}=\frac{۸}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۴}{(۳۰+x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x}=\frac{۲}{۳۰+x}\Rightarrow ۲x=۳۰+x\Rightarrow x=۳۰cm$$

روش STP : با توجه به رابطهٔ $\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}=\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}$ نتیجه می‌گیریم $\frac{r_۱}{r_۲}=\sqrt{\frac{|q_۱|}{|q_۲|}}$

یعنی در قسمت (آ)، نسبت بارها ۲ به ۸ یا ۱ به ۴ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۲ است. یعنی ۳۰cm را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کنیم، یعنی ۱۰cm و ۲۰cm.

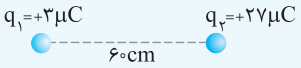
در قسمت (ب) نیز می‌توان شکل مقابل را با همین نسبت درنظر گرفت و با توجه به این شکل می‌توان نوشت:



$$۲x-x=۳۰\Rightarrow x=۳۰cm$$

تست

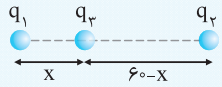
دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در محل خود ثابت شده‌اند. بار $q_۳$ را در چه فاصله‌ای از بار $q_۱$ قرار دهیم تا بار $q_۳$ در حالت تعادل قرار گیرد؟



۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

پاسخ : روش اول: نسبت بارها ۳ به ۲۷ یا ۱ به ۹ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۳، یعنی ۱۵ به ۴۵ سانتی‌متر است. پس فاصله از $q_۱$ برابر ۱۵cm است.

روش دوم:



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{q_۱q_۳}{x^۲}=k\frac{q_۲q_۳}{(۶۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{x^۲}=\frac{۲۷}{(۶۰-x)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{x^۲}=\frac{۹}{(۶۰-x)^۲}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۱}{x}=\frac{۳}{۶۰-x}\Rightarrow ۳x=۶۰-x\Rightarrow ۴x=۶۰\Rightarrow x=۱۵cm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

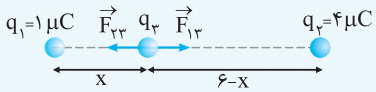
تست

سه بار الکتریکی $q_۱=۱\mu C$، $q_۲=۴\mu C$ و $q_۳$ روی یک خط قرار دارند. مقدار $q_۳$ و مکان آن را طوری تعیین کنید تا هر سه بار به حال تعادل و سکون بمانند. (فاصلهٔ $q_۱$ تا $q_۲$ برابر ۶cm است.)

۱) $+\frac{۴}{۹}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۱$ ۲) $-\frac{۴}{۹}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۱$

۳) $+\frac{۹}{۴}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۲$ ۴) $-\frac{۹}{۴}\mu C$ و ۲cm از بار $q_۲$

پاسخ : با توجه به هم‌نام بودن $q_۱$ و $q_۲$، باید $q_۳$ را بین دو بار و نزدیک به بار $q_۱$ قرار دهیم.



ابتدا مکان $q_۳$ که فاصلهٔ آن تا بار $q_۱$ را x در نظر گرفته‌ایم، به‌دست می‌آوریم. برای متعادل ماندن $q_۳$ باید $F_{۱۳}$ با $F_{۲۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت باشند.

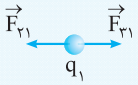
$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow\frac{k\times۱\times|q_۳|}{x^۲}=\frac{k\times۴\times|q_۳|}{(۶-x)^۲}\Rightarrow ۴x^۲=(۶-x)^۲\xrightarrow{\text{جذر}}۲x=۶-x\Rightarrow x=۲cm$$

بنابراین فاصلهٔ $q_۳$ تا $q_۱$ باید ۲ سانتی‌متر باشد. اکنون برای تعیین اندازهٔ آن برای بار دیگری مثل $q_۱$ مسئله را دنبال می‌کنیم. برای تعادل $q_۱$ باید $F_{۳۱}$ و $F_{۲۱}$ برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{۳۱}=F_{۲۱}\Rightarrow\frac{k|q_۳|\times۱}{۲^۲}=\frac{k\times۴\times۱}{۶^۲}\Rightarrow|q_۳|=\frac{۴}{۹}\mu C$$

با توجه به جهت نیروی $F_{۳۱}$ باید بار $q_۳$ منفی باشد تا نیروی وارد از آن بر $q_۱$ ربایشی باشد. پس $q_۳=-\frac{۴}{۹}\mu C$ و فاصلهٔ آن تا بار $q_۱$، ۲cm است.

ضمناً دیگر برای تعادل بار $q_۲$ لازم نیست روابط را بنویسیم. چون اگر به روابط بالا نگاه کنیم، داریم:



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=F_{۳۲}=F_{۲۱}=F_{۱۲}\Rightarrow F_{۳۲}=F_{۱۲}\Rightarrow$$ این یعنی تعادل بار $q_۲$

توجه کنید وقتی جای اعداد زیروند (اندیس) را عوض می‌کنیم، به علت کنش و واکنش در قانون سوم نیوتون، نیروها برابر می‌شوند. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

حالت دوم: کنج قائم (نیروهای عمود بر هم)

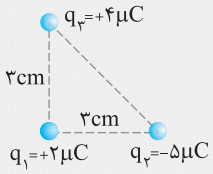
اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس می‌توانید اندازهٔ نیروی برایند را محاسبه کنید.

یادآوری **نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$**

یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است. اندازهٔ بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ برابر ۱ واحد است. بردار $\vec{i}$ در جهت محور xها و بردار $\vec{j}$ در جهت محور yها است. به عنوان مثال؛ اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت مثبت محور xها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $۲۰\vec{i}$ نمایش دهیم. اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت منفی محور yها باشد، می‌توانیم آن را به‌صورت $-۲۰\vec{j}$ نمایش می‌دهیم.

مثال

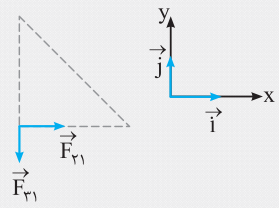
مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.



آ) برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

ب) اندازهٔ برایند را به‌دست آورده و جهت نیروی برایند را روی شکل نشان دهید. $\left(k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$

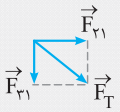
پاسخ: آ) با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر $q_۱$ را نمایش می‌دهیم و سپس اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{۲۱}=k\dfrac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۲\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}}=۱۰^۲\,N \\ \vec{F}_{۲۱}=+۱۰۰\vec{i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{۳۱}=k\dfrac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\dfrac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳)^۲\times۱۰^{-۴}}=۸۰N \\ \vec{F}_{۳۱}=-۸۰\vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{۲۱}+\vec{F}_{۳۱}=+۱۰۰\vec{i}-۸۰\vec{j}$$



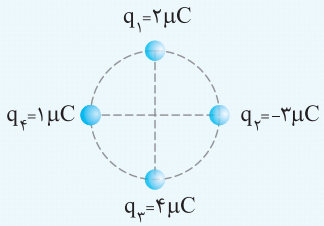
ب) بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\sqrt{۱۰۰^۲+۸۰^۲}=\sqrt{۱۰۰۰۰+۶۴۰۰}=\sqrt{۴۰۰(۲۵+۱۶)}=۲۰\sqrt{۴۱}N$$

توجه اگر علامت هر یک از بارها تغییر کند، اندازهٔ نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند و با توجه به عمود بودن این دو نیرو اندازهٔ نیروی برایند تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند.

تست

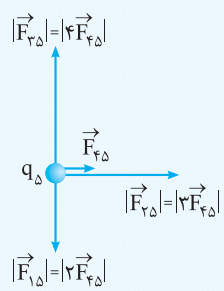
مطابق شکل روبه‌رو، ۴ ذرهٔ باردار در فواصل مساوی بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳cm قرار گرفته‌اند. اگر بار $q_۵=۲\mu C$ را در مرکز دایره قرار دهیم، اندازهٔ برایند نیروهای واردشده به آن چند نیوتون است؟ $\left(k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ (آزمون‌های گاج)



۱) $۴۰\sqrt{۳}$
۲) $۸۰\sqrt{۵}$
۳) $۸۰\sqrt{۳}$
۴) $۴۰\sqrt{۵}$

پاسخ: **روش اول:** راه‌حل کلی این‌گونه است که ۴ نیروی وارد بر $q_۵$ را جداگانه و با استفاده از قانون کولن محاسبه کرده و سپس برایندگیری نماییم.

روش دوم: با توجه به این‌که اندازهٔ $q_۴$ از بقیه کوچک‌تر است، ابتدا نیرویی که بار $q_۴$ به بار $q_۵$ وارد می‌کند را پیدا کرده و سپس با توجه به یکسان بودن فاصله‌ها و نسبت اندازهٔ بارها بقیهٔ نیروها را به‌دست می‌آوریم:

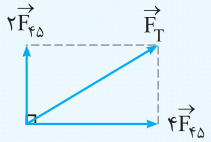


$$F_{۴۵}=k\frac{q_۴q_۵}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۲۰N$$

$$q_۱=۲q_۴\Rightarrow F_{۱۵}=۲F_{۴۵}$$

$$|q_۲|=۳q_۴\Rightarrow F_{۲۵}=۳F_{۴۵}$$

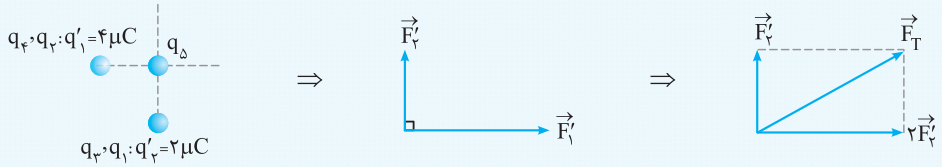
$$q_۳=۴q_۴\Rightarrow F_{۳۵}=۴F_{۴۵}$$



$$F_T=\sqrt{(۲F_{۴۵})^۲+(۴F_{۴۵})^۲}=\sqrt{۴F_{۴۵}^۲+۱۶F_{۴۵}^۲}=\sqrt{۲۰}F_{۴۵}$$

$$\Rightarrow F_T=\sqrt{۲۰}\times۲۰=۴۰\sqrt{۵}N\Rightarrow$$ گزینهٔ (۴) درست است.

روش سوم: با توجه به جذب و دفع q_5 توسط بارها و یکسان بودن فاصله‌ها، به جای چهار بار الکتریکی، مطابق شکل از دو بار الکتریکی استفاده می‌کنیم:



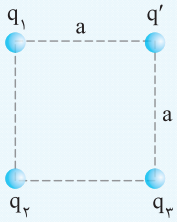
$$F'_2 = k\frac{q'_2 \times q_5}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 40N \Rightarrow F_T = \sqrt{5}F'_2 = 40\sqrt{5}N \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

تست

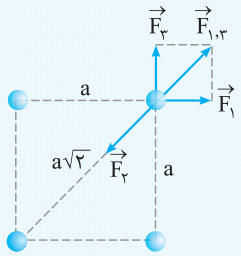
مطابق شکل چهار ذرهٔ باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. $q_1 = q_3 = +8nC$ است.

بار q_2 چند نانوکولن باشد تا بار q' در حال تعادل باشد؟



۱) $+16\sqrt{2}$
۲) $-16\sqrt{2}$
۳) $+16$
۴) -16

پاسخ: علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت q' مثبت است. برای تعادل بار q' باید برایند سه نیروی رسم‌شده، صفر شود.



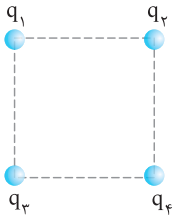
$$F_1 = F_3 \Rightarrow F_{1,3} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} = \sqrt{2}F_1$$

$$q' \text{ در حال تعادل} \Rightarrow F_2 = F_{1,3} \Rightarrow k\frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2}|q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2}nC$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد. یعنی $q_2 = -16\sqrt{2}nC$ است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نکتهٔ STP هرگاه در چهار رأس یک مربع، بارهای الکتریکی وجود داشته باشد و یکی از بارها، مثلاً q_4 در شکل مقابل در تعادل باشد، آن‌گاه:



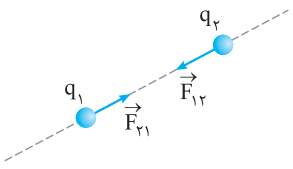
۱) اندازه و نوع باری که در تعادل است (یعنی q_4) اهمیتی ندارد.

۲) بارهای رأس‌های کناری با q_4 باید هم‌اندازه و هم‌نام باشند، یعنی $q_2 = q_3$ باشد.

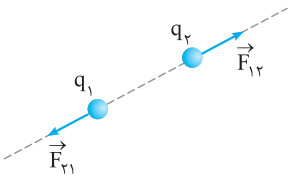
۳) بار رأس مقابل با بار q_4 باید نسبت به دو بار دیگر ناهم‌نام بوده و اندازهٔ آن $2\sqrt{2}$ برابر آن‌ها باشد؛ یعنی $q_1 = -2\sqrt{2}q_3$ باشد.

توجه طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تئوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.

نکته نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



بارهای ناهم‌نام

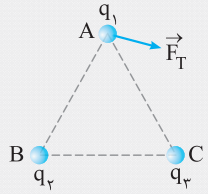


بارهای هم‌نام

در تجزیهٔ نیروی برایند، از نکتهٔ قبل استفاده می‌کنیم.

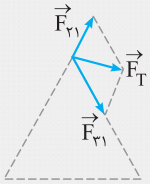
مثال

سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، علامت و اندازهٔ بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که بار q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{21} و F_{31} مشخص شوند.

از انتهای F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید.



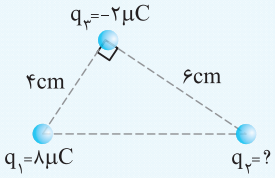
طبق جهت F_{21} و F_{31} نتیجه می‌گیریم: q_2 با q_1 هم‌نام است و q_3 با q_1 ناهم‌نام است. بنابراین q_2 و q_3 نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل، $|F_{31}|>|F_{21}|$ است:

$$|F_{31}|>|F_{21}| \Rightarrow k\frac{|q_3||q_1|}{r^2} > k\frac{|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_3|>|q_2|$$

توجه اندازهٔ q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.

تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلثی ثابت شده‌اند. اگر نیروی برایند وارد بر بار q_3 برابر $90\sqrt{2}\,N$ باشد، اندازهٔ بار q_2 کدام است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۲۶

پاسخ: ابتدا نیروی بین q_1 و q_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow F_{13} = 9\times10^9 \times \frac{8\times2\times10^{-12}}{4^2\times10^{-4}} = 90N$$

با توجه به قائم بودن نیروهایی که به بار q_3 وارد می‌شود، باید از فیثاغورس استفاده کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow 90\sqrt{2} = \sqrt{90^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F_{23} = 90N$$

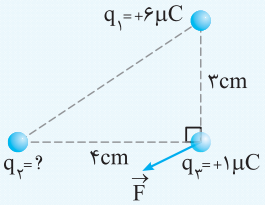
$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 90 = 9\times10^9 \times \frac{|q_2|\times2\times10^{-6}}{6^2\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{1}{2}\times|q_2|\times10^7 \Rightarrow |q_2| = 18\times10^{-6}C = 18\mu C \Rightarrow$$ گزینهٔ (۲) درست است.

توجه مثبت یا منفی بودن بار q_2 تأثیری بر اندازهٔ نیروی برایند ندارد، بنابراین علامت q_2 را نمی‌توان تعیین کرد.

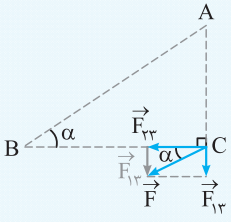
تست

مطابق شکل سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بار q_2 کدام باشد تا نیروی برایند وارد بر بار q_3، موازی وتر شود؟



۱) $-\frac{128}{9}\mu C$
۲) $+\frac{128}{9}\mu C$
۳) $-8\mu C$
۴) $+8\mu C$

پاسخ: با توجه به جهت نیروی برایند F، می‌توان نتیجه گرفت که بار q_2 باید بار q_3 را جذب کند. طبق شکل مقابل و با توجه به زاویهٔ α در مثلث بزرگ و مثلث کوچک می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha &= \frac{AC}{BC}\\ \tan\alpha &= \frac{F_{13}}{F_{23}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{k\frac{|q_1||q_3|}{AC^2}}{k\frac{|q_2||q_3|}{BC^2}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\times\frac{BC^2}{AC^2}$$

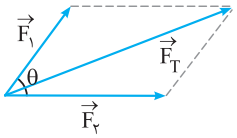
$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{|q_2|}\times\frac{4^2}{3^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{3\times3^2}{4\times4^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{27}{64} \Rightarrow |q_2| = \frac{128}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{128}{9}\mu C \Rightarrow$$ گزینهٔ (۱) درست است.

برایند نیروهای الکتریکی در حالت کلی | ویژهٔ تراز برترها

اگر نیروها هم‌راستا نباشند، یا نیروها با یکدیگر زاویهٔ 90° نسازند و یا در یک صفحه نباشند و شکل به‌صورت سه‌بعدی و فضایی باشد، می‌توانید از نکات ریاضی زیر استفاده کنید:

در تست‌ها اگر از روش زیر استفاده کنید، سریع‌تر و راحت‌تر به جواب می‌رسید.

اگر دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ با یکدیگر زاویهٔ θ بسازند، رسم و محاسبهٔ برایند به‌صورت زیر است:



$$\begin{cases}\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2\\ F_T=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta}\end{cases}$$

حالت‌های خاص

دو بردار هم‌جهت $\Rightarrow \theta=0 \Rightarrow F_T=F_1+F_2$

دو بردار عمود بر هم $\Rightarrow \theta=90^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$

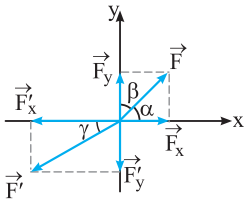
دو بردار خلاف جهت $\Rightarrow \theta=180^\circ \Rightarrow F_T=|F_2-F_1|$

اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، برایند از روابط مقابل هم، قابل محاسبه است:

$$F_1=F_2 \Rightarrow F_T=2F_1\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases}\theta=60^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{3}F_1\\ \theta=90^\circ \Rightarrow F_T=\sqrt{2}F_1\\ \theta=120^\circ \Rightarrow F_T=F_1=F_2\end{cases}$$

همچنین اگر بخواهید از روش تجزیه و بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ استفاده کنید باید به صورت زیر عمل کنید:

اگر بردار F با محورهای مختصات زاویه‌های α و β بسازد، می‌توان این بردار را به‌صورت زیر تجزیه کرده و برحسب بردارهای یکه نوشت:



$$\sin\beta=\cos\alpha=\frac{F_x}{F}\Rightarrow F_x=F\cos\alpha=F\sin\beta$$

$$\sin\alpha=\cos\beta=\frac{F_y}{F}\Rightarrow F_y=F\cos\beta=F\sin\alpha$$

$$\begin{cases}\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}\\ F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}\end{cases},\quad \tan\alpha=\frac{F_y}{F_x}$$

بردار F' با محور x ها زاویهٔ γ ساخته است:

$$\cos\gamma=\frac{F'_x}{F'}\Rightarrow F'_x=F'\cos\gamma \qquad \sin\gamma=\frac{F'_y}{F'}\Rightarrow F'_y=F'\sin\gamma$$

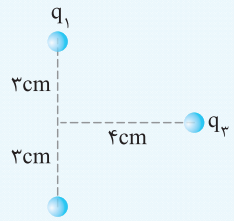
$$\begin{cases}\vec{F}'=-F'_x\vec{i}-F'_y\vec{j}\\ F'=\sqrt{F'^2_x+F'^2_y}\end{cases},\quad \tan\gamma=\left|\frac{F'_y}{F'_x}\right|$$

تست

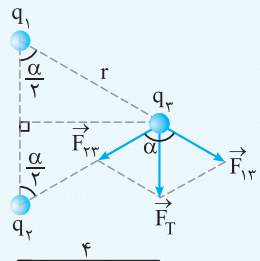
مطابق شکل سه ذرهٔ باردار $+2\mu C$ و $q_1=-q_2$ و $10\mu C$ $=q_3$ در محل‌های نشان داده‌شده، ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟

۱) ۷۲ ۲) ۸۶/۴

۳) ۱۴۴ ۴) ۱۷۲/۸



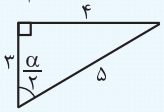
پاسخ: **روش اول:** ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازهٔ آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\xrightarrow{r=\sqrt{4^2+3^2}=5cm}F=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times10\times10^{-6}}{25\times10^{-4}}$$

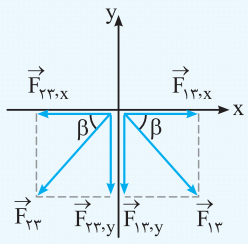
$$\Rightarrow F=\frac{18}{25}\times10^2=\frac{360}{5}=72N \quad \text{یا} \quad F=90\times\frac{2\times10}{5^2}=72N$$

با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل:



$$F_T=2F\cos\frac{\alpha}{2}\xrightarrow{\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}}F_T=2\times72\times\frac{3}{5}=\frac{432}{5}=86/4N$$

روش دوم: $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را به مؤلفه‌های قائم و افقی تجزیه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{۱۳,x} = F_{۱۳}\cos\beta = ۷۲\times\frac{۴}{۵} \\ F_{۱۳,y} = F_{۱۳}\sin\beta = ۷۲\times\frac{۳}{۵} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{۱۳} = +۷۲\times\frac{۴}{۵}\vec{i} - ۷۲\times\frac{۳}{۵}\vec{j}$$

با توجه به هم‌اندازه بودن $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{۲۳} = -۷۲\times\frac{۴}{۵}\vec{i} - ۷۲\times\frac{۳}{۵}\vec{j}$$

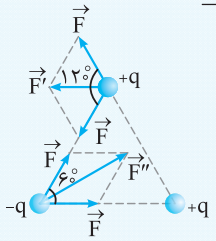
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{۱۳} + \vec{F}_{۲۳} = ۰\vec{i} - ۲\left(۷۲\times\frac{۳}{۵}\right)\vec{j} = -\frac{۴۳۲}{۵}\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = \frac{۴۳۲}{۵} = ۸۶/۴\,N$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست

در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی بارهای $+q$، $+q$ و $-q$ ثابت شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر $+q$ چند برابر برایند نیروهای وارد بر بار $-q$ است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$



پاسخ: با توجه به هم‌اندازه بودن بارها و فاصلهٔ بین دو بار، نیروی بین هر دو بار را F در نظر می‌گیریم:

اگر نیروی برایند وارد بر بار $+q$ را F' و نیروی برایند وارد بر بار $-q$ را F'' نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F' = ۲F\cos\left(\frac{۱۲۰^\circ}{۲}\right) = ۲F\cos ۶۰^\circ = ۲F\times\frac{۱}{۲} = F \\ F'' = ۲F\cos\left(\frac{۶۰^\circ}{۲}\right) = ۲F\cos ۳۰^\circ = ۲F\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}F \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F''} = \frac{F}{\sqrt{۳}F} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

گزینهٔ (۴) درست است.

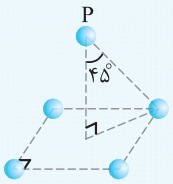
حالت سوم: برایند نیروها در فضای سه‌بعدی

در تست‌های سه‌بعدی فقط کافی است شکل دقیقی در ذهن بسازید تا بتوانید از نکات ریاضی برایند گیری به راحتی استفاده کنید.

تست

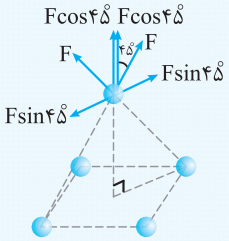
مطابق شکل چهار ذرهٔ باردار مشابه در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. نقطهٔ P دقیقاً بالای مرکز مربع قرار دارد و بار q' در این نقطه به طریقی ثابت شده است. اگر اندازهٔ نیرویی که هر ذرهٔ باردار به بار q' وارد می‌کند برابر $۱۰^۵\,N$ باشد، نیروی برایند وارد بر q' چند نیوتون است؟ $\left(\cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \simeq ۰/۷\right)$

(مشابه سراسری ریاضی - ۸۸)



۱) صفر ۲) $۲/۸\times۱۰^۵$ ۳) $\frac{۴}{۷}\times۱۰^۶$ ۴) ۴×۱۰^۵

پاسخ: اگر چهار نیرو در نقطهٔ P در نظر بگیرید، مطابق شکل مؤلفه‌های افقی نیروها دوبه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین فقط چهار مولفهٔ قائم باقی می‌ماند. در شکل فقط دو نیرو رسم شده است:



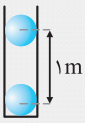
$$F_T = ۴F_y = ۴\times(F\cos ۴۵^\circ) = ۴\times(۱۰^۵\times ۰/۷) = ۲/۸\times۱۰^۵\,N$$

گزینهٔ (۲) درست است.

ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر

نیروی الکتریکی می‌تواند با سایر نیروها ترکیب شود. در این‌گونه سؤال‌ها کافی است با توجه به متن سؤال رابطهٔ بین نیروها را مشخص کنید. نیروهای الکتریکی مشابه سؤال‌های زیر می‌تواند با نیروی وزن، کشش نخ، نیروی فنر و ... ترکیب شود. در هر حالت کافی است، نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید تا به راحتی رابطهٔ بین نیروها با نیروی الکتریکی را مشخص کنید.

مثال



مطابق شکل دو گلولهٔ رسانا و کوچک که بار یکسان دارند، در فاصلهٔ ۱m از هم ثابت شده‌اند و در حالت تعادل داخل لولهٔ شیشه‌ای و بدون اصطکاک قرار دارند. (مشابه ریاضی- خرداد ۸۷)

آ) بار گلوله‌ها را از نظر هم‌نام و ناهم‌نام بودن مشخص کنید.

ب) اگر جرم هر گلوله ۳۶۰g باشد، اندازهٔ بار هر گلوله چقدر است؟ $(g=10\,N/kg \text{ و } k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$

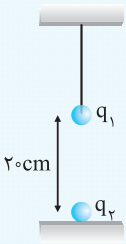
پاسخ: آ) اگر گلولهٔ در حال تعادل بالایی را در نظر بگیرید، نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی رو به بالا می‌شود؛ یعنی نیروی بین گلوله‌ها دافعه است. بنابراین این گلوله‌ها هم‌نام هستند یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

ب) با توجه به حالت تعادل گلولهٔ بالایی، نتیجه می‌گیریم که اندازهٔ F و mg باید هم‌اندازه باشند:

$$F=mg \Rightarrow k\frac{|q||q|}{r^2}=mg$$

$$\Rightarrow 9\times10^9\times\frac{q^2}{1^2}=360\times10^{-3}\times10 \Rightarrow q^2=\frac{36\times10^{-1}}{9\times10^9}=4\times10^{-10} \Rightarrow |q|=2\times10^{-5}C=20\mu C$$

تست



مطابق شکل گلولهٔ بسیار سبکی (جرم ناچیز) توسط نخ نازک و نارسانا از سقف آویزان شده است و این نخ می‌تواند حداکثر نیروی ۴۵N را تحمل کند. اگر $q_1=+10\mu C$ باشد، بیش‌ترین مقدار بار q_2 چقدر می‌تواند باشد تا نخ در آستانهٔ پاره شدن باشد؟

۱) -10 ۲) -20

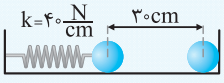
۳) $+20$ ۴) $+40$

پاسخ: بیشینهٔ نیروی الکتریکی می‌تواند ۴۵N و رو به پایین باشد؛ در غیر این‌صورت نخ پاره می‌شود.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 45=90\times\frac{10\times|q_2|}{20^2} \Rightarrow |q_2|=20\mu C$$

نیروی بین دو گلوله باید جاذبه باشد تا نخ پاره شود، بنابراین $q_2=-20\mu C$ است و گزینهٔ (۲) درست است.

تست



دو گلولهٔ رسانا مطابق شکل، روبه‌روی هم روی سطح نارسانا قرار دارند و به تعادل رسیده‌اند. اگر بار هر گلوله $20\mu C$ باشد، فشردگی فنر نارسانا نسبت به حالت آزاد چند سانتی‌متر است؟ $\left(k=9\times10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (ویژهٔ تراز برترها)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F=9\circ\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F=90\times\frac{20\times20}{30^2}=40N$$

به گلولهٔ سمت چپ دو نیروی الکتریکی و نیروی فنر وارد می‌شود. با توجه به در تعادل بودن گلوله، نتیجه می‌گیریم این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F_{\text{فنر}}=F_{\text{الکتریکی}} \Rightarrow k\Delta x=F \Rightarrow (40)(\Delta x)=40 \Rightarrow \Delta x=1cm$$

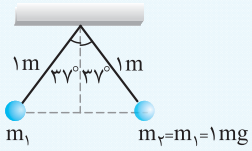
گزینهٔ (۱) درست است.

ویژهٔ تراز برترها

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ: اگر اجسام باردار را توسط دو نخ نارسانا آویزان کنیم، دو آونگ ساخته می‌شود که باز هم کافی است، نیروهای وارد بر اجسام باردار را رسم کنید و رابطهٔ بین نیروها را طبق شکل مشخص کنید.

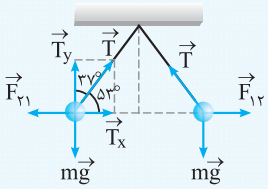
تست

مطابق شکل دو گلولهٔ رسانا و باردار از نخ‌های نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. با توجه به شکل، اگر اندازهٔ بار دو گلوله یکسان باشد، مقدار بار چند میکروکولن است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 \ ، \ g = 10 N/kg \ ، \ k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$



۱) 3×10^{-2}
۲) 4×10^{-2}
۳) $2\sqrt{3}\times10^{-2}$
۴) $3\sqrt{3}\times10^{-2}$

پاسخ: نیروی وارد بر m_1 و m_2 را رسم می‌کنیم:



$$\text{تعادل} \Rightarrow \begin{cases} F_{21} = T_x \Rightarrow F_{21} = T\sin 37^\circ \\ mg = T_y \Rightarrow mg = T\cos 37^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{21}}{mg} = \frac{T\sin 37^\circ}{T\cos 37^\circ} = \tan 37^\circ$$

$$F_{21} = F_{12} = F \Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan 37^\circ \Rightarrow F = \frac{3}{4}\times1\times10^{-3}\times10^{-3}\times10 \Rightarrow F = \frac{3}{4}\times10^{-5} N$$

$$r = 2(1\times\sin 37^\circ) = 2\times0/6 = 1/2 m$$

$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{3}{4}\times10^{-5} = 9\times10^9\times\frac{q^2}{(1/2)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{3\times1/44}{4\times9}\times10^{-14}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{1/44}{4\times3}\times10^{-14} \Rightarrow q = \frac{1/2}{2\times\sqrt{3}}\times10^{-7} = \frac{\sqrt{3}}{3}\times0/6\times10^{-7} = 2\sqrt{3}\times10^{-8} C = 2\sqrt{3}\times10^{-2}\mu C \Rightarrow$$

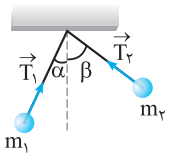
گزینهٔ (۳) درست است.

نکته در آونگ اگر F بر mg عمود باشد، می‌توانید از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کنید:

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg}$$

α: زاویهٔ بین نخ و راستای قائم است، mg وزن ذرهٔ باردار و F نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار است.

نکتهٔ STP اگر جرم آونگ‌ها برابر نباشند، آن‌گاه زاویه‌ای که هر نخ با راستای قائم می‌سازد، برابر نخواهند بود و همیشه رابطهٔ زیر بین کشش نخ‌ها برقرار است:



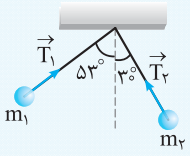
$$T_1\sin\alpha = T_2\sin\beta$$

آیا می‌توانید رابطهٔ بالا را اثبات کنید؟

تست

مطابق شکل دو ذرهٔ باردار از دو نخ نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند.

اگر $T_1 = 10N$ باشد، T_2 چند نیوتون است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$ (مشابه سراسری ریاضی - ۹۵)



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۶

پاسخ: طبق نکتهٔ STP بالا می‌توان نوشت:

$$T_1\sin 53^\circ = T_2\sin 30^\circ \Rightarrow 10\times0/8 = T_2\times\frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 16N \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

قسمت دوم: قانون کولن

نیروی بین دو ذرهٔ باردار

۲۷.☆ الکترونی در مسیر دایره‌ای به شعاع ۱ آنگستروم به دور هسته‌ای که ۱۰ پروتون دارد، می‌چرخد. نیروی وارد بر الکترون چند نیوتون است؟
$\left(\text{بار الکترون } 1/6\times10^{-19}\,C\ ,\ k=9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ 1\mathring{A}=10^{-10}\,m\right)$ (kg)

۱) $3/2\times10^{-5}$ ۲) $2/3\times10^{-7}$ ۳) 3×10^{-10} ۴) 2×10^{-18}

۲۸. بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟
$\left(k=9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (kg)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲۹.☆ در سیستم بین‌المللی یکاها (SI)، به ترتیب از راست به چپ، یکای ثابت کولن و یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلأ کدام است؟

۱) $\frac{N.m^2}{C^2}\ ،\ \frac{C^2}{N.m^2}$ ۲) $\frac{C^2}{N.m^2}\ ،\ \frac{N.m^2}{C^2}$ ۳) $\frac{m^2}{4C}\ ،\ \frac{C^2}{m^2}$ ۴) $\frac{C^2}{4m^2}\ ،\ \frac{m^2}{C^2}$

۳۰. بارهای الکتریکی $q_1=4nC$ و $q_2=-2nC$ به ترتیب در مختصات $(0,3m)$ و $(-3m,0)$ قرار دارند. نیروی الکتریکی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، در SI کدام است؟ $\left(k=9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)$

۱) $2\times10^{-9}\vec{j}$ ۲) $-2\times10^{-9}\vec{j}$ ۳) $-8\times10^{-9}\vec{j}$ ۴) $8\times10^{-9}\vec{j}$

۳۱.☆ دو بار الکتریکی q و 8q در فاصلهٔ a از هم قرار دارند. اگر ε_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ باشد، کدام گزینه اندازهٔ نیرویی را که این دو ذره به هم وارد می‌کنند، به درستی نشان می‌دهد؟

۱) $\varepsilon_0\frac{8q^2}{a^2}$ ۲) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ ۳) $\frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ ۴) $\frac{2q^2}{\pi\varepsilon_0 a^2}$

۳۲.☆ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2=5q_1$ در فاصلهٔ ۳ متری هم قرار دارند و نیروی دافعهٔ ۰/۰۲N به یکدیگر وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن است؟ $\left(k=9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۱)

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۲

۳۳.☆ دو بار نقطه‌ای q و 2q روی یک خط راست قرار دارند. اگر بار 4q به بار q نیروی $\vec{F}=2\vec{i}-4\vec{j}$ را وارد کند، بار q چه نیرویی را به بار 2q وارد می‌کند؟

۱) $4\vec{i}-8\vec{j}$ ۲) $2\vec{i}-4\vec{j}$ ۳) $\vec{i}-2\vec{j}$ ۴) $-2\vec{i}+4\vec{j}$

۳۴. دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در یک ارتفاع قرار دارند. نیروی الکتریکی بار q_1 به بار q_2 در راستای غرب ـ شرق و جهت آن به سمت شرق است. نیرویی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند، در راستای ..... و جهت آن به سمت ..... است.

۱) غرب ـ شرق، شرق ۲) غرب ـ شرق، غرب ۳) شمال ـ جنوب، جنوب ۴) شمال ـ جنوب، شمال

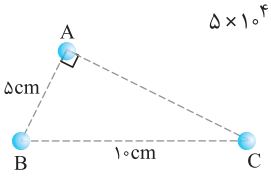
۳۵.☆ دو کرهٔ رسانای مشابه دارای بارهای ناهم‌نام q و −q، به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که سطح آن‌ها کمی از هم فاصله داشته و مرکز این دو کره به اندازهٔ r از یکدیگر فاصله دارند. بزرگی نیرویی که این دو کره به هم وارد می‌کنند ..... .

۱) برابر است با $k\frac{q^2}{r^2}$ ۲) کم‌تر است از $k\frac{q^2}{r^2}$ ۳) بیش‌تر است از $k\frac{q^2}{r^2}$ ۴) برابر است با $k\frac{q}{r}$

۳۶.☆ دو ذرهٔ باردار با بارهای $q_1=+2\mu C$ و $q_2=+5\mu C$ در نقاط $A(-2cm,0)$ و $B(7cm,1cm)$ ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیرویی که این دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $\left(k=9\times10^{9}\,\frac{N.m^2}{C^2}\right)$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) 10^5 ۴) 5×10^4

۳۷. در سه رأس مثلث ABC سه بار نقطه‌ای قرار دارد. اگر اندازهٔ نیروهایی که بارهای A و B بر هم وارد می‌کنند، ۵ نیوتون و اندازهٔ نیروهایی که بارهای B و C بر هم وارد می‌کنند، برابر ۳ نیوتون باشد، نسبت اندازهٔ بارهای A و C $\left(\frac{|q_A|}{|q_C|}\right)$ کدام است؟



۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{3}{10}$

۳۸★. دو گلوله به جرم‌های m_1 و $m_2=2m_1$ به ترتیب دارای بارهای الکتریکی q و $3q$ روی سطح افقی بدون اصطکاک در فاصلهٔ نزدیکی از هم رها می‌شوند. در این لحظه، تحت اثر نیروی الکتریکی شتاب گلولهٔ m_2 چند برابر شتاب گلولهٔ m_1 است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

تأثیر تغییر اندازهٔ بارها یا فاصلهٔ بارها روی نیروی الکتریکی

۳۹☆. اگر اندازهٔ بارهای هر یک از دو بار الکتریکی نقطه‌ای را ۳ برابر کنیم و فاصلهٔ بین آن‌ها را نیز ۳ برابر کنیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی- ۹۸)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۹

۴۰☆. نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازهٔ یکی از بارها و هم‌چنین فاصلهٔ بین دو بار نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۷)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۴۱☆. بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصلهٔ r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازهٔ $2F$ وارد می‌کند؟ (سراسری تجربی- ۸۵)

۱) $2r$ ۲) $\sqrt{2}r$ ۳) $\frac{1}{2}r$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

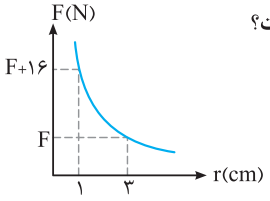
۴۲. نیروی دافعهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصلهٔ r از هم برابر با $0/02N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم، این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $0/03N$ می‌شود. اندازهٔ اولیهٔ هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۳☆. دو بار الکتریکی در فاصلهٔ r به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. در چه فاصله‌ای از هم نیروی الکتریکی بین این دو بار ۴۴ درصد افزایش می‌یابد؟

۱) $\frac{5}{6}r$ ۲) $\frac{6}{5}r$ ۳) $\frac{36}{25}r$ ۴) $\frac{25}{36}r$

۴۴☆. نمودار نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار بر حسب فاصلهٔ آن‌ها مطابق شکل مقابل است. F چند نیوتون است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۵. دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معینی، به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از دو بار نصف شده و فاصلهٔ بین آن‌ها ۷۵ درصد کاهش یابد، نیروی الکتریکی بین دو بار به F' می‌رسد، نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاج)

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{8}$

۴۶★. دو بار نقطه‌ای هم‌اندازه و هم‌نام q در فاصلهٔ r از هم قرار داشته و بر هم نیروی دافعهٔ F وارد می‌کنند. ٪۱۹ از بار یکی را کم می‌کنیم. برای این‌که نیروی دافعهٔ بین آن‌ها همان F بماند، فاصلهٔ میان دو بار را چند درصد و چگونه باید تغییر دهیم؟

۱) ۱۰ درصد کاهش ۲) ۱۰ درصد افزایش ۳) ۱۹ درصد کاهش ۴) ۱۹ درصد افزایش

انتقال بار بین دو ذرهٔ باردار و اثر آن روی نیروی بین آن‌ها

۴۷☆. مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی در فاصلهٔ r، نیروی جاذبهٔ F بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر با ثابت بودن فاصله، ۲۵ درصد از بار q_1 را به q_2 انتقال دهیم، نیروی جاذبه بین دو بار چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۸)

۱) ۲۵، کاهش ۲) ۲۵، افزایش
۳) ۵۵، کاهش ۴) ۵۵، افزایش

۴۸☆. دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و q_2، در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی- ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴