

درس اول / بخش اول: ریشه

ریشه دوم

- اگر a عددی حقیقی و مثبت باشد، عددهای \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$ را ریشه‌های دوم عدد a می‌نامیم.
- عدد صفر فقط یک ریشه دوم دارد که همان صفر است: $\sqrt{0}=0$.
- عددهای حقیقی منفی ریشه دوم ندارند.

مثال: ریشه‌های دوم عدد ۹ عددهای $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ هستند، که به ترتیب برابر ۳ و -3 هستند.

تست

اختلاف ریشه‌های دوم عدد a برابر ۶ است. مقدار a کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

$$\sqrt{a} - (-\sqrt{a}) = 6 \Rightarrow 2\sqrt{a} = 6 \Rightarrow \sqrt{a} = 3 \Rightarrow a = 9$$

ریشه‌های دوم عدد a برابر \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$ هستند. بنابر فرض

راه‌حل

ویژگی‌های ریشه دوم

اگر a و b عددهایی حقیقی و نامنفی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt{a^2} = a, \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

تست

اختلاف ریشه‌های دوم عدد $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

$2\sqrt{12}$ (۴)

$2\sqrt{8}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} + \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$$

ابتدا توجه کنید که

راه‌حل

بنابراین ریشه‌های دوم عدد مورد نظر $\sqrt{6}$ و $-\sqrt{6}$ هستند، که اختلاف آن‌ها برابر است با $2\sqrt{6}$.

نکته

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند و b نامنفی باشد، آن‌گاه

$$\sqrt{a^2} = |a|, \quad \sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}, \quad a > 0 \Rightarrow a \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}, \quad a < 0 \Rightarrow a \sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$$

الف) $\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$

ب) $\sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7} = |3| \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

مثال:

پ) $2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \times 5} = \sqrt{20}$

ت) $-4\sqrt{3} = -\sqrt{4^2 \times 3} = -\sqrt{48}$

تست

اگر $a < 0 < b$ ، حاصل $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$ کدام است؟

صفر (۴)

$2a - 2b$ (۳)

$2a$ (۲)

$2b$ (۱)

چون a منفی و b مثبت است، پس $a-b$ منفی است. بنابراین

راه‌حل

$$\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = |a-b| - |a| - |b| = -(a-b) - (-a) - b = -a + b + a - b = 0$$

ریشه سوم

ریشه سوم عدد حقیقی a عددی است که مکعب آن برابر a است و آن را با $\sqrt[3]{a}$ نشان می‌دهیم.

مثال: ریشه سوم عدد ۸ عدد $\sqrt[3]{8}$ است که برابر ۲ است.

تست ۴

مقدار $\sqrt[3]{-5-\sqrt{12}+\sqrt[3]{-27}}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) صفر

توجه کنید که $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{-3^3} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$ بنابراین

$$\sqrt[3]{-5-\sqrt{12}+\sqrt[3]{-27}} = \sqrt[3]{-5-\sqrt{12}-3} = \sqrt[3]{-8-\sqrt{12}} = \sqrt[3]{-8-\sqrt{4 \times 3}} = \sqrt[3]{-8-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{-2^3-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

راه‌حل

تست ۵

مقدار $\sqrt[3]{-\frac{5}{10}-\frac{5}{10}\sqrt{\frac{216}{1000}}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{5}{10}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{10}$

توجه کنید که $\sqrt[3]{-\frac{5}{10}} = \sqrt[3]{-\left(\frac{5}{10}\right)^3} = -\frac{5}{10}$ و $\sqrt[3]{\frac{216}{1000}} = \sqrt[3]{\left(\frac{6}{10}\right)^3} = \frac{6}{10}$ بنابراین عدد مورد نظر برابر است با

$$-\frac{5}{10} - \frac{5}{10} \left(\frac{6}{10}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

راه‌حل

ویژگی‌های ریشه سوم

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a^3} = a, \quad \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}, \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0), \quad \sqrt[3]{a^3 b} = a \sqrt[3]{b}$$

مثال:

الف) $\sqrt[3]{4^3} = \sqrt[3]{64} = 4$

ب) $\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8 \times 9} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{9} = 2 \sqrt[3]{9}$

پ) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$

تست ۶

اگر $a < 0$ ، حاصل $\frac{a}{\sqrt[3]{a^3}} - \frac{\sqrt{a^2}}{a}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۱

$$\frac{a}{\sqrt[3]{a^3}} - \frac{\sqrt{a^2}}{a} = \frac{a}{a} - \frac{|a|}{a} = 1 - \frac{(-a)}{a} = 1 - (-1) = 2$$

می‌توان نوشت

راه‌حل

تست ۷

اگر $\sqrt[3]{a+5} = 3$ ، مقدار $\sqrt[3]{4\sqrt{a-5}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

توجه کنید که $\sqrt[3]{a+5} = 3 \rightarrow a+5 = 3^3 = 9 \Rightarrow \sqrt{a-5} = 4 \rightarrow a = 4^2 = 16 \rightarrow a = 4^2 = 16$ توان سه

$$\sqrt[3]{4\sqrt{a-5}} = \sqrt[3]{4\sqrt{16-5}} = \sqrt[3]{4\sqrt{11}} = \sqrt[3]{4 \times 11} = \sqrt[3]{44} = 3$$

توجه کنید که

بنابراین

راه‌حل

ریشه چهارم

ریشه‌های چهارم عدد حقیقی و نامنفی a عددهایی هستند که توان چهارم آن‌ها برابر a است.

مثال: چون $2^4 = 16$ و $(-2)^4 = 16$ ، پس 2 و -2 ریشه‌های چهارم 16 هستند.

نکته

- عدد حقیقی و مثبت a دو ریشه چهارم قرینه هم دارد، که ریشه چهارم مثبت را با $\sqrt[4]{a}$ و ریشه چهارم منفی را با $-\sqrt[4]{a}$ نشان می‌دهیم.
- عدد صفر فقط یک ریشه چهارم دارد که همان صفر است: $\sqrt[4]{0} = 0$.
- عددهای حقیقی منفی ریشه چهارم ندارند.

مثال: عدد 81 دو ریشه چهارم دارد که برابر $\sqrt[4]{81}$ و $-\sqrt[4]{81}$ هستند. مقادیر این دو ریشه به ترتیب برابر 3 و -3 است.

ویژگی‌های ریشه چهارم

اگر a و b عددهایی حقیقی و نامنفی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt[4]{a^4} = a, \quad \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{ab}, \quad \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

تست ۸

حاصل $\sqrt[4]{5}(\sqrt[4]{3/2} + \sqrt[4]{51/2})$ کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

توجه کنید که $3/2 = \frac{16}{5}$ و $51/2 = \frac{256}{5}$. بنابراین

$$\sqrt[4]{5}(\sqrt[4]{3/2} + \sqrt[4]{51/2}) = \sqrt[4]{5}(\sqrt[4]{\frac{16}{5}} + \sqrt[4]{\frac{256}{5}}) = \sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{\frac{16}{5}} + \sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{\frac{256}{5}} = \sqrt[4]{5 \times \frac{16}{5}} + \sqrt[4]{5 \times \frac{256}{5}} = \sqrt[4]{16} + \sqrt[4]{256} = 2 + 4 = 6$$

راحل

نکته

اگر a و b عددهایی حقیقی باشند و b نامنفی باشد، آن‌گاه

$$\sqrt[4]{a^4} = |a|, \quad \sqrt[4]{a^4 b} = |a|b, \quad a > 0 \Rightarrow a\sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{a^4 b}, \quad a < 0 \Rightarrow a\sqrt[4]{b} = -\sqrt[4]{a^4 b}$$

تست ۹

اگر $x > 0$ ، حاصل $3\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x^4}$ کدام است؟

$5x$ (۴)

$-x$ (۳)

x (۲)

$3x$ (۱)

چون $x > 0$ ، پس $\sqrt[4]{x^4} = |x| = x$. در نتیجه

$$3\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x^4} = 3x + 2x = 5x$$

راحل

تست ۱۰

حاصل عبارت $\sqrt{-a} + \frac{\sqrt[3]{a^3 + 2a}}{\sqrt[4]{a^4 - 2a}}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

$\sqrt{-a} - 1$ (۴)

$\sqrt{-a} + 3$ (۳)

$\sqrt{-a} + 1$ (۲)

$\sqrt{-a} + \frac{1}{3}$ (۱)

با توجه به وجود $\sqrt{-a}$ در عبارت، واضح است که a مثبت نیست. بنابراین $\sqrt[4]{a^4} = -a$ و $\sqrt[3]{a^3} = a$. در نتیجه

$$\sqrt{-a} + \frac{\sqrt[3]{a^3 + 2a}}{\sqrt[4]{a^4 - 2a}} = \sqrt{-a} + \frac{a + 2a}{-a - 2a} = \sqrt{-a} - 1$$

راحل

تست

 حاصل عبارت $\frac{\sqrt[4]{20}-\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{4}-1}{\sqrt[4]{4}-1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[4]{4}-1$ (۲) $\sqrt[4]{5}-1$ (۳) $\sqrt[4]{4}+1$ (۴) $\sqrt[4]{5}+1$

توجه کنید که

راه حل

$$\frac{\sqrt[4]{20}-\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{4}-1}{\sqrt[4]{4}-1} = \frac{\sqrt[4]{5 \times 4}-\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{4}-1}{\sqrt[4]{4}-1} = \frac{\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{4}-\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{4}-1}{\sqrt[4]{4}-1} = \frac{\sqrt[4]{5}(\sqrt[4]{4}-1)+\sqrt[4]{4}-1}{\sqrt[4]{4}-1} = \frac{(\sqrt[4]{4}-1)(\sqrt[4]{5}+1)}{\sqrt[4]{4}-1} = \sqrt[4]{5}+1$$

ریشه پنجم

 ریشه پنجم عدد حقیقی a عددی است که توان پنجم آن برابر a است و آن را با $\sqrt[5]{a}$ نشان می‌دهیم.

مثال: چون $2^5 = 32$ ، پس $\sqrt[5]{32} = 2$.

ویژگی‌های ریشه پنجم

 اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، آن‌گاه

$$\sqrt[5]{a^5} = \sqrt[5]{a^5} = a, \quad \sqrt[5]{a} \times \sqrt[5]{b} = \sqrt[5]{ab}, \quad \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{b}} = \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0), \quad \sqrt[5]{a^5 b} = a \sqrt[5]{b}$$

تست

 ریشه پنجم عدد a برابر ۱۶ است. ریشه چهارم این عدد کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴) ۱۲۸

توجه کنید که

راه حل

$$\sqrt[5]{a} = 16 \Rightarrow a = 16^5 = (2^4)^5 = (2^5)^4$$

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{(2^5)^4} = 2^5 = 32 \text{ بنابراین}$$

تست

 اگر $a = \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{8}$ و $b = \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{8} + \sqrt[5]{16}$ مقدار $\left(\frac{b}{a}\right)^5$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt[5]{2}$ (۴) $4\sqrt[5]{2}$

توجه کنید که

راه حل

$$b = \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{8} + \sqrt[5]{16} = \sqrt[5]{2 \times 2} + \sqrt[5]{2 \times 4} + \sqrt[5]{2 \times 8} = \sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2}(\sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{8}) = \sqrt[5]{2} \times a$$

$$\text{بنابراین } \frac{b}{a} = \sqrt[5]{2} \text{، پس } \left(\frac{b}{a}\right)^5 = (\sqrt[5]{2})^5 = 2$$

ریشه

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

کتاب درسی

۸۳۲- مقدار $(\sqrt[4]{0.0016})^{-1}$ کدام است؟

- ۰/۱ (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۴ (۴)

کتاب درسی

۸۳۳- حاصل $\frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{0.18} + \sqrt{0.98})$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

کتاب درسی

۸۳۴- حاصل $\frac{\sqrt[3]{0.125} + \sqrt[4]{0.256}}{\sqrt[5]{0.00001}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴)

۸۳۵- حاصل $\frac{\sqrt{0.0004} + \sqrt[3]{0.008}}{\sqrt[4]{0.0016} - \sqrt[5]{0.00001}}$ کدام است؟

- ۱/۲ (۱) ۲/۲ (۲) ۴/۱ (۳) ۴/۲ (۴)

۸۳۶- حاصل $\sqrt[5]{0.00032} \times \sqrt[4]{(0.0016)^{-1}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۵۰ (۴)

کتاب درسی

۸۳۷- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{(0.27)^{-3}}} - \frac{1}{\sqrt[5]{(0.32)^{-5}}}$ کدام است؟

- $-\frac{1}{5}$ (۱) $-\frac{1}{10}$ (۲) $-\frac{1}{15}$ (۳) $-\frac{1}{20}$ (۴)

۸۳۸- مقدار $\sqrt[4]{8\sqrt[3]{16}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۸۳۹- مقدار $\sqrt{6\sqrt[3]{72\sqrt[4]{27\sqrt{9}}}}$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

کتاب درسی

۸۴۰- مقدار عبارت $\sqrt[4]{(-3)^4} + \sqrt[3]{-64} + \sqrt{5^2} - \sqrt[5]{-32}$ کدام است؟

- ۶ (۱) -۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

کتاب درسی

۸۴۱- حاصل $\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} - \sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^4}$ کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۳) صفر (۴)

کتاب درسی

۸۴۲- حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{3}-2)^3} + \sqrt[4]{(\sqrt{5}-2)^4}$ کدام است؟

- $\sqrt{3}$ (۱) $\sqrt{3}-1$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5}-1$ (۴)

۸۴۳- اگر $x = 2 - \sqrt{7}$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt[5]{(-x)^5} - \sqrt[4]{(-x)^4}$ کدام است؟

- ۳x (۱) -x (۲) ۳x (۳) -۲x (۴)

۸۴۴- اگر $a < 0$ ، حاصل عبارت $\frac{\sqrt[5]{a^5} + \sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[4]{a^4} + \sqrt{a^2}}$ کدام است؟

- ۲a (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲a (۴)

- ۸۴۵- اگر $a < 0$ ، عبارت $\sqrt{-a^3} \sqrt{(-a)^2} \sqrt{a^2}$ برابر کدام است؟
 (۱) $\sqrt{-a}$ (۲) $-a$ (۳) $-a^3$ (۴) $\sqrt[3]{a}$
- ۸۴۶- اگر $a, b < 0$ ، حاصل $\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt[5]{(a+b)^5}}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) $-\sqrt{-a-b}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{-a-b}}$ (۴) -1
- ۸۴۷- اگر $-b < a < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt[3]{-a^3} + \sqrt[4]{b^4} - \sqrt{(a+b)^2}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) $a+b$ (۳) $-a-b$ (۴) $-2a$
- ۸۴۸- اگر $a \leq 1$ ، $\sqrt{(1-a)^3}$ برابر کدام است؟
 (۱) $(a-1)\sqrt{a-1}$ (۲) $(1-a)\sqrt{1-a}$ (۳) $(a-1)\sqrt{1-a}$ (۴) $(1-a)\sqrt{a-1}$
- ۸۴۹- حاصل $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt[3]{72}$ (۲) $\sqrt[3]{48}$ (۳) $\sqrt[3]{54}$ (۴) $\sqrt[3]{32}$
- ۸۵۰- حاصل $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{1024}$ کدام است؟
 (۱) $-\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $-2\sqrt[3]{2}$
- ۸۵۱- اختلاف ریشه‌های چهارم عدد a برابر $\sqrt{2}$ است. ریشه سوم $\frac{a}{4}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$



- ۸۵۲- اگر $x < 0$ ، عبارت $\sqrt{-x^9}$ با کدام عبارت برابر است؟
 (۱) $-x^2\sqrt[4]{x}$ (۲) $x^2\sqrt[4]{x}$ (۳) $-x^2\sqrt[4]{-x}$ (۴) $x^2\sqrt{-x}$
- ۸۵۳- اگر $x < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x^6} + \sqrt[3]{x^9} + \sqrt[4]{x^{12}}$ کدام است؟
 (۱) $2x^3$ (۲) x^3 (۳) $-x^3$ (۴) $-2x^3$
- ۸۵۴- اگر $\left(\frac{y}{x}\right)^3 = 0.064$ ، حاصل $\sqrt[3]{6x-3}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۸۵۵- اگر ریشه دوم مثبت عدد $x - \sqrt{x}$ برابر ۳ باشد، حاصل عبارت $\frac{9 + \sqrt{x}}{x}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$
- ۸۵۶- اگر $a = \sqrt[3]{0.000027}$ ، مقدار $\sqrt{3}$ بر حسب a کدام است؟
 (۱) $10a$ (۲) $10\sqrt{a}$ (۳) $9\sqrt{a}$ (۴) $\frac{a}{10}$
- ۸۵۷- اگر $a = \sqrt[5]{\frac{3}{8}}$ ، مقدار $\sqrt[5]{12}$ بر حسب a کدام است؟
 (۱) $8a$ (۲) $6a$ (۳) $4a$ (۴) $2a$
- ۸۵۸- حاصل عبارت $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} + \sqrt{2-2\sqrt{2}}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-1$
- ۸۵۹- اگر $\frac{(\sqrt[3]{-x})^4 - 2\sqrt[3]{x^3} - \sqrt{x^2}}{x^2} = 10$ ، مقدار x کدام است؟
 (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) -5

- ۸۶۰- اگر $-1 < x < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{1+\sqrt{x^2}} \times \sqrt{|x-1|}$ کدام است؟
- (۱) $1-x^2$ (۲) $1-x$ (۳) $x+1$ (۴) $-x$
- ۸۶۱- اگر $x < 0 < y$ ، حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{x^3 y^3} + \sqrt[4]{16 x^4 y^4} - \sqrt{(xy-1)^2}$ کدام است؟
- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $3xy$ (۴) $-3xy$
- ۸۶۲- اگر $a < 0 < b$ ، حاصل عبارت $\sqrt[3]{a^3 b^3} - \sqrt[5]{(-a)^5 b^5} + b\sqrt{a^2} + a\sqrt[4]{(-b)^4}$ کدام است؟
- (۱) $2ab$ (۲) ab (۳) $3ab$ (۴) $4ab$
- ۸۶۳- اگر $a < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{-3a^3} - \sqrt[3]{a^3} - \sqrt[4]{a^4}$ کدام است؟
- (۱) $a\sqrt{3a}$ (۲) $a(2-\sqrt{3a})$ (۳) $-a\sqrt{-3a}$ (۴) $a\sqrt{-3a}$
- ۸۶۴- اگر $x < 0 < y$ ، حاصل عبارت $A = |x|\sqrt{y^2} + y\sqrt{x^2} + |xy| - \sqrt{x^2 y^2}$ کدام است؟
- (۱) $-xy$ (۲) x (۳) $-2xy$ (۴) صفر
- ۸۶۵- هرگاه $a < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{a^2 - 7a + 16} + \sqrt{a^2}$ کدام است؟
- (۱) $-a$ (۲) $4-a$ (۳) $a-4$ (۴) a^2
- ۸۶۶- اگر $a^9 = 16$ و $b^3 = -54$ ، مقدار $\frac{a^3 + b}{a^3 - b}$ کدام است؟
- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{9}$ (۴) $-\frac{1}{9}$
- ۸۶۷- حاصل عبارت $(x^4 y + xy + 1)(xy^4 - 1)$ به ازای $x = \sqrt[3]{2}$ و $y = \sqrt[3]{4}$ کدام است؟
- (۱) 54 (۲) 63 (۳) 49 (۴) 7
- ۸۶۸- حاصل $\frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{8} - \sqrt[3]{2}}$ کدام است؟
- (۱) 4 (۲) 8 (۳) 2 (۴) صفر
- ۸۶۹- حاصل $(\frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}})^6$ کدام است؟
- (۱) 2^{-2} (۲) 2^{-16} (۳) 2^{-32} (۴) 2^4
- ۸۷۰- اگر $x, y < 0$ ، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x^3}{y}} \div \sqrt{\frac{y^3}{x}}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{x^2}{y^2}$ (۲) $-\frac{x^2}{y^2}$ (۳) $\frac{y}{x}$ (۴) $\frac{x}{y}$



۸۷۱- مقدار $\frac{2+\sqrt[4]{2}}{\sqrt[5]{8+1}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[4]{4}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt[4]{4}}$ (۴) $\sqrt[4]{2}$
- ۸۷۲- اگر $a-1 = \sqrt[5]{25} + \sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{4} + \dots + \sqrt[5]{100}$ ، مقدار $\sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{8} + \sqrt[5]{12} + \dots + \sqrt[5]{100}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt[5]{2a}$ (۲) $\sqrt[5]{4a}$ (۳) $(\sqrt[5]{2}-1)a$ (۴) $(\sqrt[5]{4}-1)a$
- ۸۷۳- اگر $abc < 0$ و $(a+b)(b+c)(c+a) = 0$ ، حاصل عبارت $\frac{a}{\sqrt{a^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2}} + \frac{c}{\sqrt{c^2}}$ کدام است؟
- (۱) 1 (۲) -1 (۳) 2 (۴) صفر

درس اول / بخش دوم: مقایسه ریشه‌ها

مقایسه توان‌ها و ریشه‌های دو عدد مختلف

۱- فرض کنید a و b عددهایی حقیقی و مثبت باشند و $a < b$. در این صورت

• $a^2 < b^2$ و $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

• $a^4 < b^4$ و $\sqrt[4]{a} < \sqrt[4]{b}$

۲- فرض کنید a و b عددهایی حقیقی باشند و $a < b$. در این صورت

• $a^3 < b^3$ و $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

• $a^5 < b^5$ و $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{b}$

تست

ریشه سوم -370 بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱) -7 و -6 (۲) -7 و -8 (۳) -8 و -9 (۴) -9 و -10

راه‌حل

چون مقدار ریشه سوم عددهای مکعب کامل را می‌دانیم، پس ابتدا دو عدد مکعب کامل متوالی پیدا می‌کنیم که -370 بین آنها باشد.

توجه کنید که $7^3 = 343$ و $8^3 = 512$. پس -370 بین 7^3 و 8^3 است. بنابراین

$$-8^3 < -370 < -7^3 \Rightarrow \sqrt[3]{-8^3} < \sqrt[3]{-370} < \sqrt[3]{-7^3} \Rightarrow \sqrt[3]{(-8)^3} < \sqrt[3]{-370} < \sqrt[3]{(-7)^3} \Rightarrow -8 < \sqrt[3]{-370} < -7$$

مقایسه توان‌ها و ریشه‌های مختلف یک عدد

• اگر $a > 1$ ، آن‌گاه $1 < \sqrt[5]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < \dots$

• اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه $\dots < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < 1$

• اگر $-1 < a < 0$ ، آن‌گاه $-1 < \sqrt[5]{a} < \sqrt[4]{a} < a < a^3 < a^2 < 0$

• اگر $a < -1$ ، آن‌گاه $a^5 < a^3 < a < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < -1$

• اگر $a > 1$ ، آن‌گاه

• اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه

• اگر $-1 < a < 0$ ، آن‌گاه

• اگر $a < -1$ ، آن‌گاه

تست

اگر $a = \sqrt[3]{\frac{2}{7}}$ ، حاصل عبارت $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}$ (۲) $\sqrt{a} + \sqrt[3]{a} - 2\sqrt[4]{a}$ (۳) $\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$ (۴) $2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - \sqrt[4]{a}$

راه‌حل

ابتدا توجه کنید که $0 < \frac{2}{7} < 1$ پس $0 < \sqrt[3]{\frac{2}{7}} < 1$. بنابراین $0 < a < 1$. پس

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = -(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) = \sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$$

همچنین

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}| = -(\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}) = \sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a}$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با

$$\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} + \sqrt[4]{a} - \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a} - \sqrt{a}$$

مقایسهٔ ریشه‌ها

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

کتاب درسی

کتاب درسی

کتاب درسی

- ۸۷۴- کدام یک تقریب بهتری برای $\sqrt[4]{3}$ است؟
 (۱) $\frac{2}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$
- ۸۷۵- کدام عدد بین ۳ و ۴ قرار ندارد؟
 (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt[3]{31}$ (۳) $\sqrt[4]{31}$ (۴) $\sqrt[5]{31}$
- ۸۷۶- عدد $\sqrt[4]{45}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟
 (۱) ۵ و ۴ (۲) ۶ و ۵ (۳) ۷ و ۶ (۴) ۸ و ۷
- ۸۷۷- اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، کدام یک درست نیست؟
 (۱) $\sqrt{a} < \sqrt[2]{a}$ (۲) $\sqrt{a} < a$ (۳) $\sqrt{a} < a^2$ (۴) $a^2 < \sqrt[2]{a}$

سطح ۲

- ۸۷۸- اگر $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت $\sqrt{(a-\sqrt{a})^2} + \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt[3]{a})^2} - \sqrt{(a-\sqrt[3]{a})^2}$ کدام است؟
 (۱) $2a$ (۲) $2\sqrt[3]{a}$ (۳) $2\sqrt{a}$ (۴) صفر
- ۸۷۹- اگر $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$ ، کدام یک درست نیست؟
 (۱) $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$ (۲) $\sqrt{a} > a$ (۳) $\sqrt{a^3} > \sqrt[2]{a^2}$ (۴) $\sqrt[3]{a^2} > \sqrt[4]{a^3}$
- ۸۸۰- چند عدد طبیعی مانند a وجود دارد که $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ ؟
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵
- ۸۸۱- چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که $\sqrt{2} < \sqrt[3]{n} < \sqrt{3}$ ؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۸۸۲- چند عدد طبیعی وجود دارد که ریشهٔ سوم آن در بازهٔ $(2, 3)$ قرار دارد؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰
- ۸۸۳- چند عدد صحیح وجود دارد که حداقل یک ریشهٔ چهارم آن در بازهٔ $(-4, 3)$ قرار داشته باشد؟
 (۱) ۶۳ (۲) ۶۴ (۳) ۲۵۵ (۴) ۲۵۶
- ۸۸۴- چند عدد طبیعی وجود دارد که ریشهٔ چهارم مثبت آن بین ۳ و ۴ و ریشهٔ پنجم آن بین ۲ و ۳ است؟
 (۱) ۱۵۸ (۲) ۱۵۹ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۶۱
- ۸۸۵- اگر $1 < a < 2$ ، کدام یک درست نیست؟
 (۱) $\sqrt{a-1} < \sqrt[2]{a}$ (۲) $\sqrt[3]{a-1} < \sqrt[4]{a}$ (۳) $\sqrt[5]{a} < \sqrt{a-1}$ (۴) $\sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$

سطح ۳

- ۸۸۶- اگر $a = \sqrt{2} + \sqrt{45}$ ، $b = \sqrt{5} + \sqrt{18}$ و $c = \sqrt{7} + \sqrt{20}$ ، کدام درست است؟
 (۱) $a < b < c$ (۲) $b < a < c$ (۳) $c < b < a$ (۴) $b < c < a$
- ۸۸۷- اگر $0 < a < b$ ، حاصل عبارت $A = \frac{|\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}| + |\sqrt{b}-\sqrt[3]{b}|}{|\sqrt{b}-\sqrt[3]{b}| + |\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}|}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) \sqrt{b} (۴) \sqrt{a}

درس دوم / بخش اول: ریشه nام

ریشه nام

n زوج باشد	a دو ریشه nام قرینه دارد: $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$	$a > 0$
n فرد باشد	a یک ریشه nام دارد: $\sqrt[n]{a}$	
n زوج باشد	a ریشه nام ندارد.	$a < 0$
n فرد باشد	a یک ریشه nام دارد: $\sqrt[n]{a}$	

فرض کنید n عددی طبیعی باشد و $n \geq 2$.
 عدد b را ریشه nام عدد a می‌نامیم، به شرطی که $b^n = a$.
 ریشه nام مثبت عدد مثبت a را با $\sqrt[n]{a}$ نشان می‌دهیم.
 همچنین، $\sqrt[n]{0} = 0$.

مثال: چون $2^6 = 64$ و $(-2)^6 = 64$ ، پس ریشه‌های ششم عدد 64 برابر 2 و -2 هستند.
 چون $3^7 = 2187$ ، پس $\sqrt[7]{2187} = 3$.

ویژگی‌های ریشه nام

فرض کنید a و b عددهایی حقیقی و m و n عددهایی طبیعی باشند که $m, n \geq 2$ (اگر n زوج باشد، a و b نامنفی‌اند). در این صورت

$$(1) (\sqrt[n]{a})^n = a \quad (2) \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad (3) \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0) \quad (4) (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

- (5) اگر n عددی فرد باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{a^n} = a$ و اگر n عددی زوج باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{a^n} = |a|$.
 (6) اگر n عددی فرد باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$ و اگر n عددی زوج باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{a^n b} = |a| \sqrt[n]{b}$.
 (7) اگر a عددی منفی و n عددی زوج باشد، آن‌گاه $a \sqrt[n]{b} = -\sqrt[n]{a^n b}$.

تست 1

حاصل $\sqrt[6]{(\sqrt{2}-2)^6} - \sqrt[7]{(3-\sqrt{2})^7}$ کدام است؟

- (1) -1 (2) 1 (3) $2\sqrt{2}+1$ (4) $2\sqrt{2}-1$

راه‌حل توجه کنید که

$$\sqrt[6]{(\sqrt{2}-2)^6} = |\sqrt{2}-2| = -(\sqrt{2}-2) = 2-\sqrt{2}, \quad \sqrt[7]{(3-\sqrt{2})^7} = 3-\sqrt{2}$$

بنابراین مقدار عبارت مورد نظر برابر است با

$$2-\sqrt{2}-(3-\sqrt{2}) = 2-\sqrt{2}-3+\sqrt{2} = -1$$

تست 2

اگر $\frac{\sqrt[3]{4 \times \sqrt[3]{16}}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{n}$ مقدار $\sqrt[3]{9n+1}$ کدام است؟

- (1) $\sqrt[3]{2}$ (2) 2 (3) 4 (4) $\sqrt[3]{4}$

ابتدا توجه کنید که سمت چپ تساوی داده شده برابر است با

$$\frac{\sqrt[3]{4 \times \sqrt[3]{16}}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{4 \times 16}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{4 \times 16}{8}} = \sqrt[3]{8}$$

بنابراین

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{n} \Rightarrow n = 8$$

در نتیجه $\sqrt[3]{9n+1} = \sqrt[3]{9 \times 8 + 1} = \sqrt[3]{64} = 4$

تست
□□□□

اگر $ab > 0$ و $b\sqrt[6]{a^6} - a = 0$ ، حاصل $\sqrt[6]{a^6} + \sqrt[6]{b^6}$ کدام است؟

- (۱) $1 \pm a$ (۲) $a - 1$ (۳) $b - 1$ (۴) $a - b$

ابتدا توجه کنید که

راه‌حل

$$b\sqrt[6]{a^6} - a = 0 \Rightarrow b|a| - a = 0 \Rightarrow b|a| = a$$

بنابراین اگر $a > 0$ ، $b = 1$ و اگر $a < 0$ ، $b = -1$. در نتیجه $\sqrt[6]{a^6} + \sqrt[6]{b^6} = |a| + |b| = |a| + 1$ که اگر a مثبت باشد برابر با $1 + a$ و اگر a منفی باشد، برابر با $1 - a$ است.

نکته

(۱) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[n]{a}$ (اگر m یا n زوج باشد، a نامنفی است)

(۲) $\sqrt[m]{a^n} \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$ (اگر m یا n زوج باشد، a نامنفی است)

(۳) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ (اگر m یا n زوج باشد، a نامنفی است)

تست
□□□□

حاصل $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}\sqrt[2]{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt[6]{2}$ (۳) $\sqrt[2]{2}$ (۴) $\sqrt[24]{2}$

می‌توان نوشت

راه‌حل

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}\sqrt[2]{2}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2 \times 2}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^3 \times 2}} = \sqrt[4]{2^2 \times 2} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[2]{2}$$

تست
□□□□

حاصل $A = \sqrt{2^{15} \times 3^8} - \sqrt{2^8 \times 3^{15}}$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt[6]{6}$ (۲) $-6\sqrt[6]{6}$ (۳) $\sqrt[6]{6}$ (۴) $-\sqrt[6]{6}$

توجه کنید که

راه‌حل

$$\sqrt{2^{15} \times 3^8} = \sqrt{2^{14} \times 2 \times 3^7 \times 3} = 2^7 \times 3 \times \sqrt{6} = 12\sqrt[6]{6}, \quad \sqrt{2^8 \times 3^{15}} = \sqrt{2^7 \times 2 \times 3^{14} \times 3} = 2 \times 3^2 \times \sqrt{6} = 18\sqrt[6]{6}$$

$$A = 12\sqrt[6]{6} - 18\sqrt[6]{6} = -6\sqrt[6]{6}$$

تست
□□□□

اگر $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^n}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{8}}$ ، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

می‌توان نوشت

راه‌حل

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^n}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^n}} \Rightarrow \sqrt[4 \times 3]{2^n} = \sqrt[3 \times 4]{2^n} \Rightarrow \sqrt[12]{2^n} = \sqrt[12]{2^3} \Rightarrow \sqrt[2]{2^n} = 2 \Rightarrow 2^n = 4 \Rightarrow n = 2$$

تست
□□□□

اگر $\sqrt[5]{a^3 a} = 2$ ، مقدار $\sqrt[4]{a^2} \sqrt[3]{a^2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[2]{2}$ (۲) ۲ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

توجه کنید که $\sqrt[5]{a^3 a} = \sqrt[5]{a^3 \times a} = \sqrt[5]{a^4} = 2$. بنابراین $a^4 = 2^{15}$. از طرف دیگر،

راه‌حل

$$\sqrt[4]{a^2} \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[4 \times 3]{a^6 \times a^2} = \sqrt[12]{a^8} = \sqrt[12]{a^8} = \sqrt[12]{(a^4)^2} = \sqrt[12]{2^{30}} = \sqrt[12]{2^{24 \times 1.25}} = \sqrt[12]{2^{24}} = 2^2 = 4$$

ریشهٔ n ام

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

 ۸۸۸- حاصل $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{58}$ (۲) $4\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{112}$ (۴) $5\sqrt[3]{2}$

 ۸۸۹- حاصل $\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{3}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $-\sqrt[3]{3}$ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt[3]{3}$

 ۸۹۰- حاصل کسر $\frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$

 ۸۹۱- مقدار $\frac{\sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{40}}{\sqrt{(5\sqrt[3]{5})^2}}$ کدام است؟

- (۱) $5\sqrt[3]{5}$ (۲) ۵ (۳) $\sqrt[3]{5}$ (۴) $4\sqrt[3]{5}$

 ۸۹۲- مقدار $\sqrt[5]{3} \times \sqrt[5]{9}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[5]{6}$ (۲) $\sqrt[5]{9}$ (۳) $\sqrt[5]{9}$ (۴) $\sqrt[5]{6}$

 ۸۹۳- حاصل $\sqrt[4]{2\sqrt[4]{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt[4]{2}$ (۳) $\sqrt[4]{8}$ (۴) $\sqrt[4]{8}$

 ۸۹۴- مقدار $\sqrt[3]{9\sqrt[3]{3}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt[3]{27}$ (۳) $\sqrt[3]{9}$ (۴) $\sqrt[3]{27}$

 ۸۹۵- مقدار $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) صفر

 ۸۹۶- اگر $a < 0$ و n عددی طبیعی و فرد باشد، حاصل $\sqrt[n]{a^n} - \sqrt[n+1]{a^{n+1}}$ کدام است؟

- (۱) ۲a (۲) -۲a (۳) a+۱ (۴) صفر

 ۸۹۷- اگر $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}} = a$ ، مقدار $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}$ برحسب a کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{a}$ (۲) $\sqrt[3]{a}$ (۳) $a\sqrt[3]{a}$ (۴) $\sqrt[3]{a^2}$

سطح ۲

 ۸۹۸- حاصل $\frac{7}{5} \sqrt{\frac{5^2 + 15^2}{7^2 + 21^2}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $(\frac{5}{7})^2$

 ۸۹۹- اگر $\sqrt[m-n]{5} = a$ ، حاصل عبارت $\frac{a^m - a^n}{a^m + a^n}$ چند است؟ (m و n عددهایی طبیعی اند و $m > n$).

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

کتاب درسی

کتاب درسی

کتاب درسی

- ۹۰۰ اگر $x = \sqrt{\sqrt{5}}$ حاصل $x^6 + x^8$ کدام است؟
 (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۳۵
- ۹۰۱ اگر $a = \sqrt[3]{4}$ مقدار $a\sqrt{a}$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) $2\sqrt[3]{2}$ (۳) $4\sqrt[3]{2}$ (۴) ۴
- ۹۰۲ اگر $m = \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$ حاصل $m^2 - m\sqrt{2}$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) $\sqrt{2}$
- ۹۰۳ اگر $a = \sqrt[3]{2\sqrt{\frac{4}{\sqrt{2}}}}$ و $b = \sqrt[3]{2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}}$ مقدار ab کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴
- ۹۰۴ اگر $a, b > 0$ حاصل $\sqrt{\frac{a^2}{b}} \times \sqrt[4]{\frac{b}{a^5}} \times \sqrt{a^3 b^2}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) $\sqrt[3]{a}$ (۳) $\sqrt[3]{b}$ (۴) $\sqrt[3]{ab}$
- ۹۰۵ حاصل $\sqrt[5]{y-2} \times \sqrt{2-y}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{(2-y)^7}$ (۲) $-\sqrt[5]{4-y^2}$ (۳) $-\sqrt{(2-y)^7}$ (۴) $\sqrt{(y-2)^7}$
- ۹۰۶ حاصل عبارت $\sqrt[4]{\sqrt[5]{16}} - \sqrt[5]{\sqrt[4]{96}} - \frac{2}{\sqrt[5]{16}}$ کدام است؟
 (۱) $2\sqrt[5]{3}$ (۲) $3\sqrt[5]{2}$ (۳) $-2\sqrt[5]{3}$ (۴) $-3\sqrt[5]{2}$
- ۹۰۷ کدام تساوی درست نیست؟
 (۱) $\sqrt[2]{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} = 3\sqrt[3]{3}$ (۳) $\sqrt[4]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[2]{2}$ (۴) $\sqrt[2]{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
- ۹۰۸ حاصل $\sqrt[3]{\sqrt[2]{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[6]{6}}$ کدام است؟
 (۱) ۶ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt[3]{6}$ (۴) $\sqrt[6]{6}$
- ۹۰۹ مقدار $\frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}}}{\sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}}}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ (۲) $\sqrt[4]{3}$ (۳) $\sqrt[9]{9}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[9]{9}}$
- ۹۱۰ اگر $\sqrt[2]{\sqrt[2]{2^{k-3}}} = 8$ مقدار k کدام است؟
 (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴
- ۹۱۱ اگر $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[5]{3^{n+5}}$ مقدار n کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۹۱۲ اگر $\sqrt[3]{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{7^k}}$ مقدار k کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴
- ۹۱۳ اگر $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$ مقدار $\sqrt[n]{n+27}$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[4]{2}$
- ۹۱۴ اگر $\sqrt[5]{9} = \sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[6]{3}$ مقدار n کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۹۱۵ اگر $\sqrt[5]{3} \times \sqrt[2]{\sqrt[3]{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[6]{3^a}$ مقدار a کدام است؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳
- ۹۱۶ اگر $a = \sqrt{2}$ و $b = \sqrt[3]{3}$ کدام گزینه $\sqrt[6]{18}$ را برحسب a و b درست نشان می‌دهد؟
 (۱) $b\sqrt{a}$ (۲) $b\sqrt[3]{a}$ (۳) $a\sqrt{b}$ (۴) $a\sqrt[3]{b}$

- ۹۱۷- حاصل $A = \sqrt[5]{(\sqrt{3}-2)^3} \times \sqrt[4]{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[2]{(2-\sqrt{3})^3}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{3}-2$ (۲) $2-\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt[4]{2-\sqrt{3}}$
- ۹۱۸- اگر $a = 1 - \sqrt[3]{3}$ و $b = \frac{\sqrt[4]{a^4} \times \sqrt[3]{3a}}{\sqrt[3]{3}-1}$ مقدار $a-b$ کدام است؟
- (۱) $1 + \sqrt[3]{3}$ (۲) $1 + \sqrt[3]{3}$ (۳) $-\sqrt[3]{3}$ (۴) $-2\sqrt[3]{3}$
- ۹۱۹- اگر $a = \sqrt[3]{\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$ کدام گزینه عددی صحیح است؟
- (۱) a^{-8} (۲) a^{-12} (۳) a^8 (۴) a^{12}
- ۹۲۰- اگر $a > 0$ ، حاصل $\frac{\sqrt[3]{a} \sqrt[2]{a} \sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a} \sqrt[3]{a}}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{a^2}$ (۲) $a\sqrt{a}$ (۳) $a\sqrt[3]{a}$ (۴) $\sqrt[6]{a}$
- ۹۲۱- عبارت $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ چند برابر عبارت $\sqrt[12]{a^6 \sqrt{a^{-2}}}$ است؟ ($a > 0$)
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) a (۴) a^2
- ۹۲۲- اگر $\sqrt[3]{a} \sqrt[4]{\frac{1}{a}} \times \sqrt[6]{a} = 3$ مقدار a کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) 9 (۴) 27
- ۹۲۳- اگر $\sqrt[3]{2^5 \sqrt{x}} = \sqrt[2]{2} \times \sqrt[5]{3}$ مقدار x کدام است؟
- (۱) 3^3 (۲) 3^4 (۳) 2^7 (۴) 2^8
- ۹۲۴- اگر $\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{2\sqrt{x}}$ مقدار x کدام است؟
- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt[3]{3}}{4}$ (۴) $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$
- ۹۲۵- اگر $\sqrt[5]{16\sqrt{a}} = 2\sqrt[2]{2}$ مقدار a کدام است؟
- (۱) 16 (۲) 16^2 (۳) 16^3 (۴) 16^5
- ۹۲۶- اگر $\sqrt{\sqrt[4]{a+2}} = \sqrt[4]{2}$ مقدار a کدام است؟
- (۱) 14 (۲) 30 (۳) 62 (۴) 126
- ۹۲۷- اگر $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[2]{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{2\sqrt{x}} \times \sqrt[6]{x}$ مقدار x کدام است؟
- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{27}{4}$ (۴) $\frac{27}{8}$

سطح ۳

- ۹۲۸- حاصل $\sqrt[n]{\frac{10^n + 15^n + 6^n}{5^{-n} + 2^{-n} + 3^{-n}}}$ چند است؟
- (۱) 10 (۲) 20 (۳) 30 (۴) 45
- ۹۲۹- اگر $\sqrt[3]{x\sqrt{x}} = 2$ مقدار $\sqrt{x}\sqrt[3]{x}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$
- ۹۳۰- اگر $\sqrt[3]{a\sqrt{\frac{1}{a}}} = 5$ حاصل $\sqrt[3]{a\sqrt{\frac{1}{a}}}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) 5 (۳) 25 (۴) $5\sqrt{5}$
- ۹۳۱- اگر $n \geq 2$ و $n \in \mathbb{N}$ حاصل $\sqrt[n]{\frac{2^{n+1}}{n+2} \sqrt[n]{4\sqrt{4^n}}}$ کدام است؟
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

درس دوم / بخش دوم: مقایسه ریشه‌ها

مقایسه ریشه‌های n ام دو عدد مختلف

$$a < b \Leftrightarrow a^n < b^n$$

$$a < b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$$

$$a < b \Leftrightarrow a^n < b^n$$

$$a < b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$$

- اگر a و b عددهایی حقیقی باشند و n عددی طبیعی و فرد باشد، آن‌گاه و در نتیجه
- اگر a و b عددهایی حقیقی و مثبت باشند و n عددی طبیعی و زوج باشد، آن‌گاه و در نتیجه

تست ۱

ریشه هفتم چند عدد طبیعی بین ۲ و ۳ است؟

۲۰۶۰ (۴)

۲۰۵۹ (۳)

۲۰۵۸ (۲)

۲۰۵۷ (۱)

$$2 < \sqrt[n]{n} < 3 \Leftrightarrow 2^Y < n < 3^Y \Leftrightarrow 128 < n < 2187$$

توجه کنید که

چون n عددی طبیعی است، پس $129 \leq n \leq 2186$ ، یعنی تعداد عددهای مورد نظر برابر است با $2186 - 129 + 1 = 2058$.

راه‌حل

تست ۲

ریشه ششم مثبت عدد ۹۰۰ در کدام بازه قرار دارد؟

(۴/۵, ۵) (۴)

(۳, ۴) (۳)

(۲/۵, ۳) (۲)

(۱, ۲) (۱)

$$1^6 = 1, \quad 2^6 = 64, \quad 3^6 = 729, \quad 4^6 = 4096$$

به توان ششم عددهای طبیعی توجه کنید:

$$3^6 < 900 < 4^6 \Rightarrow 3 < \sqrt[6]{900} < 4$$

بنابراین

راه‌حل

تست ۳

اگر $a = \sqrt{2}$ ، $b = \sqrt[3]{3}$ و $c = \sqrt[6]{6}$ ، کدام گزینه درست است؟

$c < b < a$ (۴)

$c < a < b$ (۳)

$b < c < a$ (۲)

$a < b < c$ (۱)

فرجه ریشه‌ها را یکی می‌کنیم: $a = \sqrt{2} = \sqrt[3 \times 2]{2^3} = \sqrt[6]{8}$ ، $b = \sqrt[3]{3} = \sqrt[3 \times 2]{3^2} = \sqrt[6]{9}$ ، $c = \sqrt[6]{6}$ و اکنون توجه کنید که

$$\sqrt[6]{6} < \sqrt[6]{8} < \sqrt[6]{9} \Rightarrow c < a < b$$

راه‌حل

مقایسه ریشه‌های مختلف یک عدد

- اگر m و n عددهایی طبیعی باشند و $m < n$ ، آن‌گاه

$$0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$$

$$a > 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a}$$

- اگر m و n عددهایی طبیعی و فرد باشند و $m < n$ ، آن‌گاه

$$a < -1 \Rightarrow \sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$$

$$-1 < a < 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a}$$

تست ۴

اگر $a = \sqrt{-0.6}$ ، کدام عدد کوچک‌تر است؟

$\sqrt[3]{a}$ (۴)

$-\sqrt[4]{-a}$ (۳)

$\sqrt[5]{a}$ (۲)

$-\sqrt[6]{-a}$ (۱)

$$-1 < -0.6 < 0 \Rightarrow -1 < \sqrt[3]{-0.6} < 0 \Rightarrow -1 < a < 0 \Rightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a}$$

توجه کنید که

$$-1 < a < 0 \Rightarrow 0 < -a < 1 \Rightarrow \sqrt[4]{-a} < \sqrt[6]{-a} \Rightarrow -\sqrt[4]{-a} < -\sqrt[6]{-a}$$

از طرف دیگر،

اکنون باید مشخص کنیم $\sqrt[5]{a}$ کوچک‌تر است یا $-\sqrt[4]{-a}$. توجه کنید که $\sqrt[5]{a} = -\sqrt[5]{-a}$ و چون $0 < -a < 1$ ، پس

$$\sqrt[5]{-a} < \sqrt[6]{-a} \Rightarrow -\sqrt[5]{-a} < -\sqrt[6]{-a} \Rightarrow \sqrt[5]{a} < -\sqrt[6]{-a}$$

بنابراین $\sqrt[5]{a}$ کوچک‌ترین گزینه است.

راه‌حل

مقایسهٔ ریشه‌ها

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

کتاب درسی

- ۹۳۲- عدد $\sqrt[6]{1000}$ در کدام بازه قرار دارد؟
 (۱) $(2, 2/5)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(4/5, 5)$ (۴) $(5, 6)$
- ۹۳۳- چند عدد طبیعی وجود دارد که ریشهٔ ششم منفی آن در بازهٔ $(-4, -3)$ قرار دارد؟
 (۱) ۳۳۶۳ (۲) ۳۳۶۴ (۳) ۳۳۶۵ (۴) ۳۳۶۶
- ۹۳۴- اگر $0 < a < 1$ ، حاصل $\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{a} + |\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{a}| + |\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{a}|$ کدام است؟
 (۱) $2\sqrt[6]{a}$ (۲) $2\sqrt[6]{a}$ (۳) $\sqrt[6]{a}$ (۴) $\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{a}$
- ۹۳۵- اگر $a = \sqrt[6]{1/0.1}$ ، کدام عدد بزرگ‌تر است؟
 (۱) $\sqrt[6]{a}$ (۲) $\sqrt[6]{a}$ (۳) $\sqrt[6]{a}$ (۴) $\sqrt[6]{a}$

سطح ۲

- ۹۳۶- کدام عدد بزرگ‌تر است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt[3]{5}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[4]{2}}$ (۴) $\frac{\sqrt[3]{30}}{\sqrt[4]{10}}$
- ۹۳۷- اگر $a = \sqrt{3}$ ، $b = \sqrt[3]{9}$ و $c = \sqrt[6]{27}$ کدام گزینه درست است؟
 (۱) $b < a < c$ (۲) $b < c < a$ (۳) $a < b < c$ (۴) $a < c < b$
- ۹۳۸- کدام عدد بزرگ‌تر است؟
 (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{3}$ (۳) $\sqrt[4]{4}$ (۴) $\sqrt[5]{5}$
- ۹۳۹- اگر $a = \sqrt{-4}$ ، $b = \sqrt{-4}$ و $c = \sqrt{-4}$ ، کدام درست است؟
 (۱) $a < b < c$ (۲) $a < c < b$ (۳) $b < c < a$ (۴) $c < b < a$
- ۹۴۰- اگر $a = \sqrt{6}$ ، $b = \sqrt[3]{15}$ و $c = \sqrt[6]{220}$ ، کدام گزینه درست است؟
 (۱) $a < b < c$ (۲) $a < c < b$ (۳) $c < b < a$ (۴) $b < a < c$
- ۹۴۱- کدام گزینه درست است؟
 (۱) $\sqrt[6]{2} < \sqrt{5} < \sqrt[3]{11}$ (۲) $\sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2}$ (۴) $\sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt[3]{11}$

کنکور سراسری

ریاضی خارج ۹۵

- ۹۴۲- حاصل عبارت $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{24}$ کدام است؟
 (۱) $6\sqrt[6]{2}$ (۲) $3\sqrt[6]{32}$ (۳) $2\sqrt[6]{9}$ (۴) ۶

۹۶۴- اگر $a^{1/2} = b^{1/5}$ ، آن‌گاه $a^{1/5}$ برابر کدام است؟ ($a, b > 0$)

(۱) $b^{1/75}$ (۲) $b^{1/25}$ (۳) $b^{1/5}$ (۴) $b^{1/75}$

۹۶۵- اگر $a^{3/4} = b^{1/2}$ ، آن‌گاه $a^{-1/3}$ برابر کدام است؟

(۱) $b^{1/2}$ (۲) $b^{1/9}$ (۳) $b^{1/2}$ (۴) $b^{1/4}$

۹۶۶- اگر $a = \sqrt[5]{2\sqrt{8}}$ ، مقدار $\sqrt[3]{a^2}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[5]{8}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[4]{16}$ (۴) $\sqrt[3]{16}$

۹۶۷- اگر $(\frac{y}{x})^{n-1}$ ، مقدار a^n کدام است؟

(۱) ۱ (۲) y^{n-2} (۳) y (۴) y^{2-n}

۹۶۸- اگر $\sqrt[3]{2^6 \sqrt[5]{2^4} \sqrt[3]{2^2}} = 10\sqrt[5]{2^a}$ ، مقدار a کدام است؟

(۱) ۵۲ (۲) ۱۵۴ (۳) ۱۰۴ (۴) ۲۰۸

۹۶۹- اگر $a > 0$ ، حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{a^3}}{a^2})^{1/5}$ کدام است؟

(۱) a^2 (۲) a (۳) \sqrt{a} (۴) $a^{1/5}$

۹۷۰- اگر $a > 0$ ، حاصل $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}}} \sqrt{\frac{a^2}{\sqrt{a}}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ (۳) $\sqrt[3]{a}$ (۴) $\sqrt[3]{a^2}$

۹۷۱- اگر $a > 0$ ، حاصل $\frac{\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a} \times \sqrt{a}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{a}$ (۲) $\sqrt[3]{a}$ (۳) $\sqrt[3]{a^2}$ (۴) \sqrt{a}

۹۷۲- اگر $\frac{\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[5]{a}}{\sqrt[4]{a} \times \sqrt[6]{a} \times \sqrt[10]{a}} = 2$ ، مقدار a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۱۶

۹۷۳- اگر $\sqrt[5]{5^{n-1}} = (\frac{1}{125})^{-1}$ ، مقدار n کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۲۱ (۴) ۳۱

۹۷۴- اگر $\sqrt[3]{5} = ((125)^2)^{1/3}$ ، مقدار n کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۹۷۵- اگر $(\frac{1}{81})^{-2} = \frac{\sqrt[3]{3^n} \times \sqrt[4]{9}}{\sqrt[6]{3}}$ ، مقدار n کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۳

۹۷۶- اگر $x = \sqrt[3]{2^{15}}$ ، حاصل $x \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[5]{x^2}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $\sqrt[3]{2^6}$

۹۷۷- اگر $\sqrt{y}\sqrt{y}\sqrt{y}=y^k$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{7}{8}$

۹۷۸- اگر $\sqrt[5]{\frac{9}{\sqrt[3]{81}}}=3^k$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۹۷۹- اگر $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{4}}=2^a$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{5}{6}$

۹۸۰- اگر $\sqrt[5]{125\sqrt[3]{5}}=(5^n)^5$ ، مقدار n کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{21}$ (۲) $\frac{4}{21}$ (۳) $\frac{5}{21}$ (۴) $\frac{8}{21}$

۹۸۱- اگر $\frac{\sqrt{5\sqrt[5]{5}}}{\sqrt{\frac{1}{5}}}=5^k$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{13}$ (۲) $\frac{11}{9}$ (۳) $\frac{11}{10}$ (۴) $\frac{11}{12}$

۹۸۲- اگر $\frac{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[3]{a^2}}=a^s$ ، مقدار s کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۹۸۳- اگر $\sqrt[4]{9\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\sqrt{48}}=3\frac{n}{4}$ ، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۹۸۴- اگر $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2^n}}}=2$ ، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۶ (۳) ۴۸ (۴) ۵۴

۹۸۵- اگر $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\sqrt{2}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{32^k}}$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۸۶- اگر $\sqrt[3]{\frac{x^2}{\sqrt{x}}}=4$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۹۸۷- اگر $\sqrt{a\sqrt{a}}=4$ ، مقدار $\sqrt{a+\sqrt{a}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{8}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

۹۸۸- اگر $a=5^5$ و $b=7^5$ ، حاصل 35^5 برحسب a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{5a}{7b}$ (۲) $\frac{7ab}{25}$ (۳) $\frac{25ab}{7}$ (۴) $\frac{a+1}{b+1}$



- ۹۸۹- حاصل عبارت $(a^n \sqrt[n]{a^{1-n}} \sqrt[n]{a^{1-n}}) \div \sqrt[n]{n} \sqrt[n]{a}$ کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{n}$ (۳) a^{-n} (۴) n^a
- ۹۹۰- اگر $\sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{8^{n+1}}}{\sqrt[4]{4^{2n+3}}}} = 2$ ، مقدار n کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۱۴ (۴) ۱۲۰
- ۹۹۱- اگر $32a = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times \dots \times 2^{10}$ ، مقدار a کدام است؟
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰
- ۹۹۲- اگر $6^3 = \sqrt{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[6]{a}$ ، مقدار a کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$
- ۹۹۳- اگر $3^{23} = x \times \sqrt{x^3} \times \sqrt[3]{x^6}$ ، حاصل $\sqrt[6]{x}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt[3]{3^2}$ (۳) ۳ (۴) 3^2
- ۹۹۴- اگر $\sqrt[3]{y} = 3$ و $y \sqrt[3]{x} = 81$ ، حاصل $\sqrt[6]{x} \sqrt[3]{y}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt[6]{27}$ (۲) $3\sqrt[6]{3}$ (۳) ۳ (۴) $\sqrt[6]{3}$
- ۹۹۵- اگر $\sqrt[4]{a\sqrt[6]{b}} = 4$ و $\sqrt[6]{b\sqrt[4]{a}} = 6$ ، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟
- (۱) $(\frac{2}{3})^5$ (۲) $(\frac{2}{3})^6$ (۳) $(\frac{2}{3})^9$ (۴) $(\frac{2}{3})^{15}$
- ۹۹۶- اگر $\sqrt[4]{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}} = \sqrt{5}\sqrt[3]{5}\sqrt[4]{5^2}$ ، مقدار x کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۵ (۴) ۲۵
- ۹۹۷- معادله $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \times \sqrt{\sqrt{x}} = 10$ چند جواب دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر
- ۹۹۸- اگر $(\frac{3}{2})^x = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{2}{3}}$ ، مقدار x چند است؟
- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{3}{8}$
- ۹۹۹- اگر $3^5 = \sqrt{x} \sqrt[3]{\frac{1}{x}} \sqrt{x}$ ، مقدار x کدام است؟
- (۱) 3^{-12} (۲) 3^{12} (۳) 3^8 (۴) 3^{-8}
- ۱۰۰۰- اگر $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{4}} = \sqrt[6]{x\sqrt{2}}$ ، مقدار x کدام است؟
- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ۱۰۰۱- اگر $2\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = x\sqrt{x\sqrt{x}}$ ، حاصل $x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}$ کدام است؟
- (۱) $2\sqrt[3]{128}$ (۲) $2^2\sqrt[3]{128}$ (۳) $4\sqrt[3]{128}$ (۴) $4^2\sqrt[3]{128}$
- ۱۰۰۲- اگر $16\sqrt{2} = a^4 b^3$ ، مقدار $\sqrt{a\sqrt[3]{b}} \times \sqrt[3]{b\sqrt{a}}$ کدام است؟ ($a, b > 0$)
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[4]{8}$ (۴) $\sqrt{8}$

درس سوم / بخش دوم: مقایسه توان‌ها

مقایسه توان‌های گویای یک عدد

۱- فرض کنید a عددی حقیقی باشد که $a > 1$ و r و s عددهایی گویا و مثبت باشند.

• $a^r > 1$

• اگر $r > s$ ، آن‌گاه $a^r > a^s$.

۲- فرض کنید a عددی حقیقی باشد که $0 < a < 1$ و r و s عددهایی گویا و مثبت باشند.

• $a^r < 1$

• اگر $r > s$ ، آن‌گاه $a^r < a^s$.

مثال: چون ۲ از ۱ بزرگ‌تر است، پس هر توان مثبت آن هم از ۱ بزرگ‌تر است. مثلاً

$$\frac{4}{2^3} > 1, \quad \frac{4}{2^5} > 1$$

همچنین، 2^5 از 2^4 کوچک‌تر است چون $\frac{1}{5}$ از $\frac{1}{4}$ کوچک‌تر است.

مثال: چون $\frac{3}{4}$ از ۱ کوچک‌تر است، پس هر توان مثبت آن هم از ۱ کوچک‌تر است. مثلاً

$$\left(\frac{3}{4}\right)^7 < 1, \quad \left(\frac{3}{4}\right)^9 < 1$$

همچنین، $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ از $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ بزرگ‌تر است چون $\frac{2}{3}$ از $\frac{3}{4}$ کوچک‌تر است.

تست

۱

اگر $0 < x < 1$ ، $a = \sqrt{x}$ ، $b = \sqrt[5]{x^4}$ و $c = \sqrt[3]{x}$ ، کدام گزینه درست است؟

(۴) $b < a < c$

(۳) $b < c < a$

(۲) $c < a < b$

(۱) $c < b < a$

توجه کنید که $a = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ ، $b = \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$ و $c = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$. از طرف دیگر $\frac{1}{3} > \frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ و چون $0 < x < 1$ ، پس

$$\frac{1}{x^3} > \frac{1}{x^2} > \frac{1}{x^5} \Rightarrow c > a > b$$

راه‌حل

مقایسهٔ توان‌ها

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

۱۰۰۳- اگر $a = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{5}}$ ، $b = (\frac{1}{3})^{\frac{2}{7}}$ و $c = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{11}}$ کدام درست است؟

- (۱) $a < b < c$ (۲) $c < a < b$ (۳) $c < b < a$ (۴) $b < c < a$

۱۰۰۴- اگر $x = 9^{\frac{3}{2}}$ ، $y = 81^{\frac{2}{3}}$ و $z = 243^{\frac{3}{5}}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) $x > y > z$ (۲) $y > x > z$ (۳) $y > x = z$ (۴) $x = z > y$

۱۰۰۵- کدام عدد بزرگ‌تر است؟

- (۱) $2^{\frac{3}{2}}$ (۲) $2^{\frac{4}{3}}$ (۳) $2^{\frac{5}{4}}$ (۴) $2^{\frac{6}{5}}$

۱۰۰۶- کدام عدد کوچک‌تر است؟

- (۱) $(\frac{1}{\sqrt{2}})^{\frac{1}{4}}$ (۲) $(\frac{1}{\sqrt{2}})^{\frac{3}{5}}$ (۳) $(\frac{1}{\sqrt{2}})^{\frac{4}{7}}$ (۴) $(\frac{1}{\sqrt{2}})^{\frac{5}{8}}$

سطح ۲

۱۰۰۷- کدام عدد از بقیه کوچک‌تر است؟

- (۱) $64^{\frac{1}{5}}$ (۲) $32^{\frac{1}{4}}$ (۳) $16^{\frac{1}{3}}$ (۴) $8^{\frac{1}{2}}$

۱۰۰۸- اگر $a = \sqrt[3]{4}$ ، $b = \sqrt{64}$ و $c = \sqrt[9]{256}$ کدام یک درست است؟

- (۱) $a < b < c$ (۲) $b < c < a$ (۳) $b < a < c$ (۴) $c < a < b$

۱۰۰۹- اگر $x > 1$ ، $a = \sqrt{x^3}$ ، $b = \sqrt[5]{x^2}$ و $c = \sqrt{x^9}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) $a > b > c$ (۲) $b < a < c$ (۳) $c < a < b$ (۴) $a > c > b$

۱۰۱۰- اگر $0 < a < 1$ ، $x = \sqrt{a^3}$ ، $y = \sqrt[3]{a^4}$ و $z = \sqrt[12]{a^{10}}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) $z < y < x$ (۲) $z < x < y$ (۳) $x < y < z$ (۴) $x < z < y$

۱۰۱۱- اگر $a = \sqrt{2} - 1$ ، کدام عدد بزرگ‌تر است؟

- (۱) $\sqrt[3]{a^2}$ (۲) $\sqrt[4]{a^3}$ (۳) $\sqrt[5]{a^4}$ (۴) $\sqrt[6]{a^5}$

۱۰۱۲- اگر $(fa)^{\frac{4}{3}} > 8a^2$ ، حدود a کدام است؟

- (۱) $0 < a < \frac{1}{4}$ (۲) $0 < a < \frac{1}{2}$ (۳) $a > \frac{1}{8}$ (۴) $a > \frac{1}{4}$

۱۰۱۳- اگر $a^{\frac{4}{5}} < a^{\frac{3}{4}}$ و $(\frac{f}{d})^{\frac{a}{2}} > (\frac{f}{d})^{\frac{2}{5}a-1}$ ، حدود a کدام است؟

- (۱) $0 < a < 1$ (۲) $0 < a < \frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3} < a < 1$ (۴) $1 < a < \frac{3}{2}$

۱۰۱۴- اگر $\sqrt{a} = \sqrt[3]{b^2}$ و $\sqrt[3]{b^4} = \sqrt{c^3 \sqrt{c^4}}$ ، کدام درست است؟
 (۱) $a^2 < c$ (۲) $c^y = a^6$ (۳) $c^3 = a^2$ (۴) $a > c$

۱۰۱۵- اگر $a = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}$ ، $b = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{3}}$ و $c = (\frac{1}{5})^{\frac{1}{5}}$ ، کدام درست است؟
 (۱) $a > b > c$ (۲) $b > a > c$ (۳) $c > a > b$ (۴) $c > b > a$

کنکور سراسری

۱۰۱۶- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} (\frac{1}{4})^{-\frac{4}{3}}$ ، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟
 (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/75$ (۴) 1

۱۰۱۷- اگر $A = \sqrt[5]{9 \sqrt{3}} (12)^{-1/5}$ ، حاصل $(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ ، کدام است؟
 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

ریاضی ۹۸

ریاضی خارج ۹۸

درس چهارم / بخش اول: اتحاد مربع مجموع (تفاضل) دو جمله

اتحاد مربع مجموع (تفاضل) دو جمله

فرض کنید a و b دو عدد حقیقی باشند. در این صورت

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

این تساوی را اتحاد مربع مجموع دو جمله می‌نامند. طبق این اتحاد، مربع مجموع دو جمله برابر است با مجموع مربع‌های این دو جمله و دو برابر حاصل ضرب آن‌ها. به عبارت دیگر،

$$\left(\begin{array}{c} a \\ \uparrow \\ \text{جمله اول} \end{array} + \begin{array}{c} b \\ \uparrow \\ \text{جمله دوم} \end{array} \right)^2 = \begin{array}{c} a^2 \\ \uparrow \\ \text{مربع جمله اول} \end{array} + \begin{array}{c} 2ab \\ \uparrow \\ \text{دو برابر حاصل ضرب دو جمله} \end{array} + \begin{array}{c} b^2 \\ \uparrow \\ \text{مربع جمله دوم} \end{array}$$

به همین ترتیب، اتحاد مربع تفاضل دو جمله به صورت زیر است:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال:

الف) $(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

ب) $(3-\sqrt{2})^2 = 3^2 - 2(3)(\sqrt{2}) + \sqrt{2}^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}$

تست

۱ اگر $a+b=4$ و $a^2+b^2=12$ ، مقدار ab کدام است؟

۶ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

بنابر اتحاد مربع مجموع دو جمله،

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow 4^2 = 12 + 2ab \Rightarrow 2ab = 4 \Rightarrow ab = 2$$

راه حل

تست

۲ مقدار $(\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{6})^2$ کدام است؟

$12+8\sqrt{6}$ (۴)

۲۴ (۳)

۲۲ (۲)

$8\sqrt{6}$ (۱)

توجه کنید که بنابر اتحادهای مربع تفاضل و مجموع دو جمله،

$$(\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{6})^2 = \sqrt{2}^2 - 2(\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2(2)(\sqrt{6}) + \sqrt{6}^2 = 2 - 4\sqrt{6} + 12 + 4 + 4\sqrt{6} + 6 = 24$$

راه حل

تست

۳ مقدار $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}}$ کدام است؟

$\sqrt{3}+2$ (۴)

$\sqrt{2}+3$ (۳)

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (۱)

اگر عبارت‌های زیر رادیکال را به صورت مربع مجموع یا تفاضل دو عدد بنویسیم، محاسبات ساده می‌شوند. از الگوی اتحادهای مربع مجموع و تفاضل دو جمله استفاده می‌کنیم.

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{3}\times\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}-\sqrt{2}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{2}^2 + 2\times 2\times\sqrt{2}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 2+\sqrt{2}$$

بنابراین مقدار عبارت مورد نظر برابر است با $\sqrt{3}-\sqrt{2}+2+\sqrt{2} = \sqrt{3}+2$.

راه حل

تست ۴

 اگر $x - \frac{1}{x} = 3$ ، مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

راه حل

 طرفین تساوی $x - \frac{1}{x} = 3$ را به توان دو می‌رسانیم و از اتحاد مربع تفاضل دو جمله استفاده می‌کنیم:

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

تست ۵

 اگر $a + \frac{3}{2a} = 4$ ، مقدار $4a^2 + \frac{9}{a^2}$ کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۶ (۲) ۵۲ (۳) ۷۶ (۴)

راه حل

 توجه کنید که $12 - 4a^2 + \frac{9}{a^2} = (2a + \frac{3}{a})^2 - 12$. از طرف دیگر، بنابر فرض $a + \frac{3}{2a} = 4$. اگر دو طرف این تساوی را در ۲ ضرب کنیم، به دست می‌آید

$$2a + \frac{3}{a} = 8. \text{ بنابراین، حاصل عبارت مورد نظر برابر است با } 8^2 - 12 = 52.$$

تست ۶

 اگر $a + b = 3$ و $a^2b + ab^2 = -30$ ، حاصل $a^2 - ab + b^2$ کدام است؟

- ۴۰ (۱) ۵۰ (۲) ۲۸ (۳) ۳۹ (۴)

راه حل

توجه کنید که

$$a^2b + ab^2 = ab(a+b) = -30. \xrightarrow{a+b=3} ab = -10.$$

بنابراین

$$a^2 - ab + b^2 = (a+b)^2 - 3ab = 9 - 3(-10) = 39$$

تست ۷

 اگر $a + b = \sqrt{ab}$ ، حاصل $A = \frac{a^2 + b^2 + 3ab}{a^2 + b^2 - 4ab}$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۵ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

راه حل

 اگر طرفین رابطه $a + b = \sqrt{ab}$ را به توان ۲ برسانیم، آن‌گاه

$$(a+b)^2 = (\sqrt{ab})^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4ab \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab$$

 بنابراین عبارت مورد نظر به شکل $A = \frac{a^2 + b^2 + 3ab}{a^2 + b^2 - 4ab} = \frac{2ab + 3ab}{2ab - 4ab} = \frac{5ab}{-2ab} = -\frac{5}{2}$ ساده می‌شود.

تست ۸

 اگر $2 = \sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}$ ، حاصل $5x - x^2$ کدام است؟

- $\frac{17}{4}$ (۱) $\frac{15}{4}$ (۲) $\frac{13}{4}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴)

راه حل

ابتدا دو طرف تساوی داده شده را به توان دو می‌رسانیم:

$$4 = x - 1 + 4 - x + 2\sqrt{(x-1)(4-x)} = 3 + 2\sqrt{-x^2 + 5x - 4}$$

 بنابراین $\sqrt{5x - x^2} - 4 = \frac{1}{2}$ در نتیجه

$$5x - x^2 - 4 = \frac{1}{4} \Rightarrow 5x - x^2 = \frac{17}{4}$$

تست
□□□□اگر $2x^2 - 6x + 1 = 0$ ، حاصل $4x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

راه‌حل

ابتدا تساوی داده شده را به شکل $2x^2 + 1 = 6x$ بازنویسی می‌کنیم. اگر دو طرف این تساوی را بر x تقسیم کنیم، به دست می‌آید $2x + \frac{1}{x} = 6$. اکنون

به کمک اتحاد مربع مجموع دو جمله، به دست می‌آید

$$4x^2 + \frac{1}{x^2} = (2x + \frac{1}{x})^2 - 2(2x)(\frac{1}{x}) = 36 - 4 = 32$$

تست
□□□□اگر $\frac{x}{x^2 + 3x + 2} = \frac{1}{10}$ ، حاصل $\frac{x^2}{x^4 + 5x^2 + 4}$ کدام است؟ $\frac{1}{60}$ (۴) $\frac{1}{50}$ (۳) $\frac{1}{40}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۱)

راه‌حل

رابطه داده شده را به صورت $\frac{x^2 + 3x + 2}{x} = 10$ می‌نویسیم، پس

$$\frac{x^2}{x} + \frac{3x}{x} + \frac{2}{x} = 10 \Rightarrow x + \frac{2}{x} = 7$$

حال، طرفین رابطه اخیر را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 + \frac{4}{x^2} + 4 = 49 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} + 5 = 50 \Rightarrow \frac{x^4 + 5x^2 + 4}{x^2} = 50$$

$$\frac{x^2}{x^4 + 5x^2 + 4} = \frac{1}{50}$$

تست
□□□□مقدار عبارت $x^3 - 4x^2 + x + 2$ به ازای $x = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

راه‌حل

ابتدا توجه کنید که

$$x = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow x - 2 = -\sqrt{3} \Rightarrow (x - 2)^2 = (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

در نتیجه

$$x^3 - 4x^2 + x + 2 = x(x^2 - 4x + 1) + 2 = 2$$

اتحاد مربع مجموع (تفاضل) دو جمله

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱

کتاب درسی

 ۱۰۱۸- ساده شده عبارت $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$ کدام است؟

- (۱) $2(a+b)$ (۲) $2\left(\frac{a+b}{b} + \frac{b}{a}\right)$ (۳) ۲ (۴) ۴

کتاب درسی

 ۱۰۱۹- مقدار عبارت $A = (x-1)^2 + (x+1)^2 - (\sqrt{2}x-1)^2$ به ازای $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $1 + 2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۵

 ۱۰۲۰- اگر $a+b=4$ و $ab=\frac{1}{2}$ ، مقدار a^2+b^2 کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

 ۱۰۲۱- مقدار عبارت x^2+4x به ازای $x = \sqrt{3}-2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

 ۱۰۲۲- اگر $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 6$ ، حاصل $\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}$ کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۲ (۳) ۶۴ (۴) ۳۸

 ۱۰۲۳- اگر $\frac{a^2+1}{a} = 3$ ، مقدار $\frac{a^4+1}{a^2}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۷ (۴) ۵

 ۱۰۲۴- اگر $x + \frac{3}{2x} = 3$ ، حاصل عبارت $4x^2 + \frac{9}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

 ۱۰۲۵- اگر $xy=2$ و $x^2+y^2=5$ ، حاصل $x^4-14x^2y^2+y^4$ کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۱۳ (۳) -۱۳ (۴) -۳۹

 ۱۰۲۶- اگر $a + \frac{1}{a+2} = 4$ ، مقدار عبارت $(a+2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

سطح ۲

 ۱۰۲۷- اگر $a-b=3$ و $ab=2$ ، حاصل a^4+b^4 کدام است؟

- (۱) ۱۷۷ (۲) ۱۶۱ (۳) ۳۷ (۴) ۱۷

 ۱۰۲۸- اگر $a^2+b^2=5ab$ و $a>b>0$ ، مقدار $\frac{a+b}{a-b}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (۲) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ (۳) $\sqrt{\frac{8}{3}}$ (۴) $\sqrt{\frac{9}{2}}$