

همکارانی که تجربه فراوان آن‌ها در تدریس و تألیف پشتوانه این کتاب شد :



✓ همکاران تألیف



- M. Hoseyni fard مهندس محمدرضا حسینی فرد
- M . Esmaeili مهندس محسن اسمعیلی
- B . Jalali مهندس بهرام جلالی
- N.O. Shojaee مهندس نوید اورازانی شجاعی
- M. Sehat kar مهندس محمد صحت‌کار
- K . Darabi مهندس کیوان دارابی

May29



virastarni ke ba deghat va hoseleye bimanand satr be satr ketab ra khandand :

- M. Sasani مهندس مریم ساسانی
- Dr . P. tayoub دکتر پیام طیوب
- Dr . A. Ashtab دکتر آرمان آشتاب
- A . KHavanin Zadeh مهندس امین خوانین‌زاده
- E . Vahabi مهندس ایمان وهابی
- M. Samadi مهندس میثم صمدی

✓ ویراستاران علمی



Today

کارشناسان خبره‌ای که دانش و تجربه خود را با ما به اشتراک گذاشتند :



✓ کارشناسان علمی



- V. Yavari مهندس وجیه‌الله یآوری
- M.alae nasab مهندس مجید علائی نسب
- M. Arbab bahrami مهندس محمد ارباب بهرامی
- H. khazae مهندس حسین خزائی
- H. Pirzad مهندس حسین پیرزاد
- S. Roshani مهندس سوگند روشنی



Message|



طوفانی از کتاب‌های حرفه‌ای در راه است ...





Tweet



Rene Descartes
@Rene 1596

من فکر می‌کنم، پس هستم

I think therefor I am.

درس اول : استدلال ریاضی

درس دوم : بخش پذیری در اعداد صحیح

درس سوم : هم‌نهشتی

[Translate Tweet](#)

07:30 . 5/31/20

[View Tweet activity](#)

رنه دکارت ریاضیدان و فیلسوف فرانسوی پدر فلسفه مدرن و هندسه تحلیلی کسی که فلسفه را از خواب سنگین قرون وسطی بیدار کرد.

4,337

7,412

6,720,310,808



Number

CHAPTER 1

Th \equiv ory

Add another Tweet



وقتی گفته می‌شود دو عدد متوالی، منظور مقدار اعداد از نظر قدر مطلق است. بنابراین -9 و 10 را نیز متوالی فرض می‌کنیم چون علامت نقشی در ب.م.م ندارد.

$(2, 3) = 1$ $(-3, -4) = 1$ $(-9, 10) = 1$ \rightarrow

سایر متباین‌های مهم

$(2k-1, 2k+1) = 1$	$(3, 5) = 1$	$(-5, 7) = 1$	$(-11, -13) = 1$
$(2k+1, 2^n) = 1$	$(3, 2) = 1$	$(7, 16) = 1$	$(15, 32) = 1$
$(p, q) = 1$	$(3, 5) = 1$	$(7, 11) = 1$	$(11, 29) = 1$
$(a, \pm 1) = 1$	$(2, 1) = 1$	$(24, \pm 1) = 1$	$(15, \pm 1) = 1$

🍏 دو عدد فرد غیر متوالی ممکن است نسبت به هم اول یا غیر اول باشند:

$(3, 9) = 3$ $(7, 15) = 1$ $(15, 25) = 5$

می‌بینی تست

- 10 حاصل $(a, 1)$ برابر با است. A B
- 11 حاصل $(a, -1)$ برابر با است. A B
- 12 حاصل $(7, 11)$ برابر با است. A B
- 13 اگر p, q دو عدد اول متمایز باشد، حاصل (p, q) برابر با است. A B
- 14 حاصل $(n, n+1)$ برابر با است. A B
- 15 حاصل $(3k+1, 3k+2)$ برابر با است. A B
- 16 هر دو عدد نسبت به هم اول اند. A B
- 17 اگر a مضرب 6 نباشد آنگاه $(a, 6)$ A B
- 18 اگر a مضرب 7 نباشد، آنگاه $(a, 7)$ A B

- 1 حاصل $(2m+1, 2)$ برابر با است. A B
- 2 حاصل $(2^k+1, 2^n)$ برابر با است. A B
- 3 ب.م.م دو عدد زوج متوالی برابر با است. A B
- 4 حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است. A B
- 5 حاصل (m^2, m^3) برابر با است. A B
- 6 حاصل $(2m, 2m^2)$ برابر با است. A B
- 7 دو عدد نسبت به هم اول اند. A B
- 8 عدد نسبت به هر سه عدد $81, 49, 25$ اول است. A B
- 9 حاصل $(12, 1)$ برابر با است. A B

← NEXT

19 اگر p اول و a عددی صحیح باشد به طوری که $a \mid p$ آنگاه با استفاده از

می توان نشان داد: $(a, p) = 1$

A برهان خلف B اثبات بازگشتی

20 اگر m زوج باشد، حاصل $(m, 2)$ برابر با است.

A ۴ یا ۲ B ۲

21 اگر m فرد باشد، حاصل $(m, 2)$ برابر با است.

A ۱ B ۲

22 حاصل $(5^9, 9^5)$ برابر با است.

A ۱ B 5×9

اگر $(a, b) = 1$ باشد:

23 حاصل $(ab, a+b)$ برابر با است.

A ۱ B ۲ یا ۱

24 حاصل (a, b^3) برابر با است.

A ۱ B ۳ یا ۱

25 حاصل $(a+b, a-b)$ برابر با است.

A ۱ B ۲ یا ۱

26 حاصل (a, bc) برابر با است.

A c B (a, c)

27 حاصل (a^n, b^m) برابر با است.

A ۱ B (m, n)

28 حاصل $(a, a+b)$ برابر با است.

A ۱ B ۲ یا ۱

29 حاصل $(ab, a^n + b^m)$ برابر با است.

A ۱ B ۲ یا ۱

19 A 20 B 21 A 22 A 23 A 24 A 25 B 26 B 27 A 28 A 29 A

63 کدام یک از اعداد زیر نسبت به هر سه عدد ۱۶، ۲۷، ۲۵ اول است؟

۲۶ (۴) ۵۵ (۳) ۷۷ (۲) ۲۱ (۱)

64 بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $5k+1$ و $5k+2$ کدام است؟

۳ (۱) ۱ (۳) ۳ یا ۱ (۲) ۲ یا ۱ (۴)

65 عدد b را کدام انتخاب کنیم تا به ازای هر عدد فرد دلخواه a ، تساوی $(a, b) = 1$ برقرار باشد؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۲۵ (۴)

66 اگر p یک عدد اول دو رقمی باشد، حاصل $(\Delta p^3, 108)$ کدام است؟

Δp^3 (۱) ۱۰۸ (۲) ۱ (۳) p^3 (۴)

67 اگر $(a, b) = 1$ باشد، حاصل $(3a^2b, 3ab^2)$ برابر با است.

$3|ab|$ (۱) ۳ (۲) $9a^2b^2$ (۳) $3a^2b^2$ (۴)

68 اگر $a \mid 19$ حاصل $(7a, 19^2)$ کدام است؟

۷ (۱) ۱ (۲) ۱۹ (۳) 7×19 (۴)

69 حاصل $(6a+1, 12)$ کدام است؟

۳ یا ۱ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۱۲ یا ۱ (۴)

70 حاصل $(9a+3, 45), (15a+2, 45)$ کدام است؟

۱ (۱) ۳ یا ۱ (۲) ۳ یا ۱ (۳) ۳ (۴)

71 اگر $(a, 2) = 1$ باشد، حاصل $(2a, a^2+8)$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ یا ۱ (۲) ۳ یا ۱ (۳) ۹ یا ۳ یا ۱ (۴)

72 اگر $(a, 3) = 1$ باشد، حاصل $(3a, a+3)$ کدام است؟

۱ (۱) ۳ یا ۱ (۲) ۳ یا ۱ (۳) ۶ یا ۳ (۴)

73 اگر $(a, 5) = 1$ باشد، حاصل $(a+5, a-5)$ کدام است؟

۱ (۱) ۵ یا ۱ (۲) ۲ یا ۱ (۳) ۵ یا ۲ (۴)

7 کوچک ترین مضرب مشترک ۸ و ۶ عبارت است از

۲ A ۲۴ B

8 حاصل $[3, 4]$ برابر با

۱۲ A ۱ B

9 حاصل $[36, 48]$ برابر با

۱۰۸ A ۱۴۴ B

10 حاصل $[8, 16]$ برابر با

۱۶ A ۸ B

11 حاصل $[8, 1]$ برابر با

۸ A ۱ B

12 حاصل $[[8, 10], 15]$ برابر با

۱۲۰ A ۲۴۰ B

13 حاصل $[-10, -6, 4]$ برابر با

۱۲۰ A ۶۰ B

14 حاصل $[a, 1]$ برابر با

۱ A $|a|$ B

15 حاصل $[a, -1]$ برابر با

۱ A $|a|$ B

16 حاصل $[a, a]$ برابر با

$|a|$ A ۱ B

17 حاصل $[a, a^n]$ برابر با

$|a|^n$ A $|a|$ B

18 اگر a, b نسبت به هم اول باشند $[a, b]$ برابر با

۱ A $|ab|$ B

19 حاصل $[-a, b]$ برابر با

$-[a, b]$ A $[a, b]$ B

20 حاصل $[-a, -b]$ برابر با

$[a, b]$ A $-[a, b]$ B

21 اگر $b | a$ حاصل $[a, b]$ برابر با

$|a|$ A $|b|$ B

22 اگر $|a, b| = a$ باشد آنگاه

$a | b$ A $b | a$ B

23 اگر $[a, b] = c$ حاصل $[a, c]$ برابر با

c A $|a|$ B

24 حاصل $[[a, -b], -a]$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

25 حاصل $[a, (a, b)]$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

26 حاصل $(a, [a, b])$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

27 حاصل $[a, [a, b]]$ برابر با

$|a|$ A $[a, b]$ B

28 حاصل $(1397, 2019), (1397, 2019)$ برابر با

۱۳۹۷ A ۲۰۱۹ B

29 حاصل $(1398, 2020), (1398, 2020)$ برابر با

۲۰۲۰ A ۱۳۹۸ B

30 حاصل $[[18, 12], 18]$ برابر با

۳۶ A ۱۴۴۴ B

31 حاصل $(m^3, m^2), m$ برابر با

$|m^3|$ A m^2 B

32 حاصل $(|m^2, m^3|), m$ برابر با

m^2 A $|m|$ B

33 حاصل $(m^2, m^4), (-m^3, m^2)$ برابر با

m^2 A m^4 B

34 اگر $a | b$ کدام نتیجه درست است؟

$[a^2, b] = |b|$ B $[a, b^2] = b^2$ A

35 اگر $ab | c$ حاصل $[a, c]$ برابر با

$|a|$ B $|c|$ A

36 اگر $a + b | a$ حاصل $[a + b, b]$ برابر با

$|b|$ A $|a + b|$ B

37 اگر $[a, b] = c$ باشد، حاصل $[ab, c^2]$ برابر با

$|ab|$ A c^2 B

38 اگر $[a, b] = c$ باشد، حاصل $[ac, c^2]$ برابر با

c A c^2 B



85 کوچکترین عضو مجموعه $A = \{x > 0 : 24 | x, 18 | x\}$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۸ (۲) ۷۲ (۳) ۴۳۲ (۴)

86 حاصل $([a, -1], a^2)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $|a|$ (۲) a^2 (۳) -1 (۴)

87 اگر $a^3 | b^2$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً صحیح نیست؟

- $(a, b) = |a|$ (۱) $[a, b] = |b|$ (۲) $[a, b^2] = b^2$ (۳) $(a^2, b) = a^2$ (۴)

88 با توجه به نمادهای «بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک» عدد $[154, (227, 429)]$ کدام است؟ (خارج - ۹۸)

- ۴۶۲ (۱) ۴۷۸ (۲) ۵۰۶ (۳) ۹۲۴ (۴)

89 اگر m یک عدد طبیعی باشد، حاصل $[m^2, m], 2m^3$ برابر با است.

- $2m^3$ (۱) m^2 (۲) m^4 (۳) m (۴)

90 اگر $(a^2, b) = a^2$ باشد، حاصل $[a, 2b^3]$ برابر با است.

- $2ab^3$ (۱) a (۲) $2b^3$ (۳) a^2 (۴)

91 اگر $a = 3k + 1$ باشد، حاصل $[(a, a+3), [a, a+3)]$ برابر با است.

- $a(a+3)$ (۱) a (۲) $\frac{a(a+3)}{3}$ (۳) $a+3$ (۴)

21 چاقی و لاغری
درب.م.م و ک.م.م

می‌دانیم ب.م.م هر دو عدد، هر یک از اعداد را می‌شمارد و ک.م.م هر دو عدد، بر هر یک از اعداد بخش پذیر است:

ادامه لورل - هاردی درب.م.م و ک.م.م

$a b \xrightarrow{\text{لاغر}} (a, \text{)} a$	$a (b, \text{)} \xrightarrow{\text{چاق}} a b$	1 گرفتن ب.م.م بین دو عدد باعث لاغر شدن می‌شود، یعنی برای هر عدد دلخواه a عدد $(a, \text{)}$ همواره لاغرتر از a است.
$a b \xrightarrow{\text{چاق}} a [b, \text{)}$	$[a, \text{)} b \xrightarrow{\text{لاغر}} a b$	2 گرفتن ک.م.م بین دو عدد باعث چاق شدن می‌شود، یعنی برای هر عدد دلخواه a عدد $[a, \text{)}$ همواره چاق‌تر از a است.
$c [a, b] \xrightarrow{\text{چاق}} c a \times b$	$a \times b c \xrightarrow{\text{لاغر}} [a, b] c$	3 می‌دانیم $[a, b] \times (a, b) = a \times b$ یعنی حاصل ضرب دو عدد همواره چاق‌تر از ک.م.م دو عدد است.

مینی تست

- | | | |
|---|--|--|
| 5 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a [b, c] \Rightarrow a (b, c)$ B | $a (b, c) \Rightarrow a [b, c]$ A | 1 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a b \Rightarrow a (b, c)$ A |
| 6 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[a, b] c \Rightarrow (a, b) c$ B | $(a, b) c \Rightarrow [a, b] c$ A | 2 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a (b, c) \Rightarrow a b$ A |
| 7 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a bc \Rightarrow a [b, c]$ B | $a [b, c] \Rightarrow a bc$ A | 3 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a b \Rightarrow [a, c] b$ B |
| 8 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[a, b] c \Rightarrow ab c$ B | $ab c \Rightarrow [a, b] c$ A | 4 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[b, c] a \Rightarrow b a$ A |

- 1 B 2 A 3 A 4 A 5 A 6 B 7 A 8 A

22 اگر $a \equiv 14$ و $b \equiv 31$ باشد، باقی مانده $a^{17} + b^{16}$ بر 15 برابر است.....

A صفر B 2

23 اگر $a \equiv b$ و $n | m$ باشد است.

A $a \equiv b$ B $a \equiv b^n$

24 اگر باقی مانده a بر 24 برابر 17 باشد، باقی مانده a بر نیز معلوم است.

A 16 B 12

25 اگر $a \equiv 5$ باشد آنگاه

A $a \equiv 5$ B $a \equiv 1$

26 اگر $a \equiv 15$ باشد، باقی مانده a بر 7 برابر است.

A 1 B 6

27 اگر $2x \equiv 4$ آنگاه

A $x \equiv 1$ B $x \equiv 2$

28 اگر $2x \equiv 4$ آنگاه

A $x \equiv 2$ B $x \equiv 2^3$

29 اگر $6x \equiv 9y$ باشد، آنگاه

A $2x \equiv 3y$ B $2x \equiv 3y^{15}$

30 از رابطه هم نهشتی $15a \equiv 20b$ می توان نتیجه گرفت

A $3a \equiv 4b$ B $3a \equiv 4b^6$

31 از رابطه هم نهشتی $3a \equiv 4b$ می توان نتیجه گرفت

A $b \equiv 0$ B $b \equiv 0^3$

32 از رابطه هم نهشتی $3a \equiv 4b$ می توان نتیجه گرفت

A $a \equiv 0$ B $a \equiv 0^3$

33 اگر $18a \equiv 12b$ آنگاه

A $a \equiv 1$ B $b \equiv 0$

34 اگر $15x \equiv 7y$ آنگاه

A $x \equiv 0$ B $y \equiv 0$

35 اگر $5a \equiv 1$ آنگاه

A $a \equiv 3$ B $a \equiv 2$

36 اگر $2a \equiv -1$ باشد، باقی مانده a بر 7 برابر است.

A 3 B 4

37 اگر $3a \equiv 2$ باشد، باقی مانده a بر 8 برابر است.

A 6 B 2

38 اگر $7a \equiv 2$ باشد، باقی مانده a بر 11 برابر است.

A 5 B 7

39 اگر $23a \equiv 15$ باشد، باقی مانده a بر 12 برابر است.

A 3 B 9

3 اگر $a \equiv b$ آنگاه

A $ac \equiv bc$ B $ac^m \equiv bc^m$

4 اگر $a \equiv 5$ باشد، باقی مانده $2a$ بر 9 برابر است.

A 1 B 8

5 اگر $a \equiv 4$ باشد، باقی مانده $a + 9$ بر 7 برابر است.

A 1 B 6

6 اگر $a \equiv 5$ باشد، باقی مانده $6a + 3$ بر 17 برابر است.

A 1 B 16

7 اگر $a \equiv -3$ باشد، باقی مانده $7a + 2$ بر 9 برابر است.

A 1 B 8

8 اگر $a \equiv 6$ و $b \equiv 7$ باشد، باقی مانده $a + b$ بر 9 برابر است.

A 5 B 4

9 اگر $a \equiv 5$ و $b \equiv 4$ باشد، باقی مانده ab بر 7 برابر است.

A 1 B 6

10 اگر $a \equiv 4$ و $b \equiv 5$ باشد، باقی مانده $a + b - ab$ بر 8 برابر است.

A 5 B 3

11 اگر $a = 23k - 7$ و $b = 23k' + 4$ باشد،

A $2a - 3b \equiv 20$ B $2a - 3b \equiv 3$

12 اگر $a \equiv 4$ باشد، باقی مانده a^2 بر 7 برابر است.

A 9 B 2

13 اگر $a \equiv 7$ باشد، باقی مانده a^4 بر 7 برابر است.

A 5 B 7

14 اگر $a \equiv 11$ باشد، باقی مانده a^9 بر 12 برابر است.

A 1 B 11

15 اگر $a \equiv 29$ باشد، باقی مانده a^{1399} بر 15 برابر است.

A 1 B 14

16 اگر $a \equiv 26$ باشد، باقی مانده a^{1398} بر 9 برابر است.

A 1 B 8

17 باقی مانده 15^6 بر 13 برابر است.

A 1 B 12

18 باقی مانده 25^{251} بر 13 برابر است.

A 1 B 12

19 باقی مانده $6^{17} + 8^{17}$ بر 7 برابر است.

A صفر B 2

20 باقی مانده $12^4 + 15^4$ بر 13 برابر است.

A 3 B 4

21 اگر $a \equiv 3$ و $b \equiv 2$ باشد، باقی مانده $3a^2 + 2b^3$ بر 9 برابر است.

A 1 B 5



143 از رابطه هم‌نهشتی $20b \equiv 15a \pmod{30}$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $3a \equiv 4b \pmod{30}$ (۲) $3a \equiv 4b \pmod{2}$ (۳) $b \equiv 0 \pmod{3}$ (۴) $a \equiv 0 \pmod{4}$

(خارج - ۸۵)

144 از رابطه هم‌نهشتی (پیمانه ۹) $12b \equiv 18a$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) (پیمانه ۲) $a \equiv 0$ (۲) (پیمانه ۳) $b \equiv 0$ (۳) (پیمانه ۳) $3a \equiv b$ (۴) (پیمانه ۳) $3a \equiv 2b$

(داخل - ۸۸)

145 از رابطه هم‌نهشتی (پیمانه ۸۴) $192 \equiv 36a$ ، کدام نتیجه‌گیری در پیمانه ۷ نادرست است؟

- (۱) $a \equiv 3$ (۲) $a \equiv 4$ (۳) $2a \equiv -1$ (۴) $3a \equiv 2$

(داخل - ۸۷)

146 از رابطه هم‌نهشتی (پیمانه ۱۸) $9a \equiv 6b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) (پیمانه ۲) $a \equiv 0$ (۲) (پیمانه ۳) $b \equiv 0$ (۳) (پیمانه ۶) $a \equiv 2$ (۴) (پیمانه ۶) $3a \equiv 2b$

147 اگر $a^2 - a + 1 \equiv m \pmod{a^2 - 1}$ و $(a^2 - 1, m) = 1$ آن‌گاه:

- (۱) $m | a - 2$ (۲) $m | a - 1$ (۳) $m | a + 1$ (۴) $m | a + 2$

148 اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۱۱ باشد، باقی‌مانده تقسیم $3a - 100$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۱۳ (۴) ۹

149 اگر $a = 7k - 3$ و $b = 7k' + 2$ آن‌گاه باقی‌مانده $ab - 3a + 4$ بر ۷ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

150 اگر $a = 17k + 23$ باشد، باقی‌مانده $a^5 + 27$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۷

151 اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b به ترتیب ۳ و ۵ باشد، عدد $3a^2 - 5ab + b^3$ به کدام دسته هم‌نهشتی در پیمانه ۹ تعلق دارد؟

- (۱) [۳] (۲) [۶] (۳) [۵] (۴) [۸]

152 اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۹۱ برابر ۲۷ باشد، باقی‌مانده a بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

35 ترکیب تقسیم و هم‌نهشتی

در مسائل تقسیم اگر بگویند **مقسوم، مضرب فلان عدد است**، بهتر است مسأله به کمک هم‌نهشتی حل شود؛ یعنی عبارت $a = bq + r$ را در پیمانه داده شده، برابر صفر می‌گذاریم. در این مسائل اگر صحبت از کوچک‌ترین مقدار a یا b شد، حتماً از شرط تقسیم $[0 \leq r < b]$ باید استفاده کرد. در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب ۱۶ و ۲۳ هستند، اگر a مضرب ۱۷ باشد، کوچک‌ترین مقدار b کدام است؟

$$\begin{aligned} a &= b \times 16 + 23 \xrightarrow{a \equiv 0} 16b + 23 \equiv 0 \Rightarrow -b + 6 \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 6 \Rightarrow b = 17k + 6 \\ &\text{حال برای یافتن کوچک‌ترین مقدار } b, \text{ می‌گوییم باید } b > r \text{ باشد (} r = 23 \text{):} \end{aligned}$$

$$17k + 6 > 23 \Rightarrow 17k > 17 \Rightarrow \text{Min}(k) = 2 \Rightarrow \text{Min}(b) = (17 \times 2) + 6 = 40$$

در بعضی از مسائل تقسیم، علاوه بر این که گفته می‌شود مقسوم یعنی a ، مضرب فلان عدد است، برای مقسوم شرط‌هایی مانند **دو رقمی، سه رقمی و ...** نیز قائل می‌شوند و تعداد جواب‌های ممکن را از ما می‌خواهند. در این نوع مسائل بعد از استفاده از هم‌نهشتی و یافتن جنس b بر حسب پیمانه، از شرط تقسیم و شرط داده شده استفاده می‌کنیم و با اشتراک‌گیری از آن‌ها تعداد حالات ممکن برای b را پیدا می‌کنیم.

در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت ۸ و باقی‌مانده ۱۱ است. اگر عدد a مضرب ۷ و کوچک‌تر از ۲۰۰ باشد، تعداد جواب‌های a کدام است؟

$$a = (b \times 8) + 11 \xrightarrow{a \equiv 0} 8b + 11 \equiv 0 \Rightarrow b + 4 \equiv 0 \Rightarrow b \equiv -4 \Rightarrow b = 7k - 4$$

حال باید دو شرط را برای یافتن تعداد جواب‌های ممکن برای b در نظر بگیریم:

$$1 \quad b > r \Rightarrow 7k - 4 > 11 \Rightarrow 7k > 15 \Rightarrow k \geq 3$$

$$2 \quad a < 200 \Rightarrow 8b + 11 < 200 \Rightarrow 8b < 189 \Rightarrow b < 23 \Rightarrow 7k - 4 < 23 \Rightarrow 7k < 27 \Rightarrow k < 3 \dots$$

حال با اشتراک 1 و 2 معلوم می‌شود تنها $k = 3$ قابل قبول است، یعنی برای a نیز یک جواب وجود دارد که برابر است با:

$$k = 3 \Rightarrow b = (7 \times 3) - 4 = 17 \Rightarrow a = (17 \times 8) + 11 = 136 + 11 = 147 \Rightarrow \text{یک جواب}$$

در محاسبه باقی‌مانده اعداد توان‌دار بر یک عدد طبیعی اگر توان پارامتری بود، ابتدا کوچک‌ترین توان از پایه را پیدا می‌کنیم که باقی‌مانده آن در پیمانه داده‌شده برابر ۱ یا -۱ باشد. سپس با به توان رساندن مناسب سعی می‌کنیم توان مجهول را پیدا کنیم.

شکل کلی n هایی را پیدا کنید که $2^n + 1$ بر ۶۵ بخش پذیر باشد.

$$2^n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 2^n \equiv -1$$

بنابراین باید توانی از ۲ را پیدا می‌کنیم که در پیمانه ۶۵ برابر -۱ باشد و ...

$$2^6 \equiv -1 \Rightarrow (2^6 \equiv -1)^{k+1} \Rightarrow 2^{12k+6} \equiv -1 \Rightarrow n = 12k + 6$$

در محاسبه باقی‌مانده اعداد توان‌دار بر یک عدد طبیعی، اگر توان دو تا از پایه‌ها پارامتری بود ابتدا از پایه کوچک‌تر فاکتور می‌گیریم و طرفین رابطه هم‌نهشتی را بر آن تقسیم می‌کنیم تا به یک عدد با توان پارامتری برسیم. سپس همانند مسأله قبلی عمل می‌کنیم.

شکل کلی n هایی را پیدا کنید که $3^n - 1$ مضرب ۱۷ باشد.

$$3^n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 3^n \equiv 1 \Rightarrow 3^n \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow 3^n \equiv 1 \pmod{17}$$

ابتدا داده مسئله را کمی ساده می‌کنیم:

بنابراین باید توانی از ۳ را پیدا کنیم که در پیمانه ۱۷ برابر ۱ شود و ...

$$3^4 \equiv 1 \Rightarrow (3^4 \equiv 1)^k \Rightarrow 3^{4k} \equiv 1 \Rightarrow n = 4k$$

میثی تست

۱ می‌دانیم $2^6 - 1 \equiv 63$ بنابراین اگر $2^n + 1 \equiv 65$ باشد، n به صورت است.

۱۲k **A**

۱۲k + ۶ **B**

۲ می‌دانیم $2^5 \equiv 31$ بنابراین اگر $2^n - 1 \equiv 31$ باشد، n به صورت است.

۵k **A**

۱۰k + ۵ **B**

۳ اگر $3^n - 5^n \equiv 10^n$ باشد، آنگاه:

$3^n \equiv 1$ **A**

$2^n \equiv -1$ **B**

۴ اگر $2^n + 1 \equiv 9$ باشد، n به صورت است.

۳k **A**

۶k + ۳ **B**

1 B 2 A 3 A 4 B

183 تعداد اعضای مجموعه $A = \{n : 65 \mid 2^n + 1\}$ از مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(داخل - ۹۲)

184 به ازای چند عدد طبیعی n کوچک‌تر از ۵۰، عدد $7^n + 42$ بر ۴۳ بخش پذیر است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

185 اگر عدد $7^n + 37$ مضرب ۱۹ باشد، برای n چند جواب مربع کامل دو رقمی وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

186 اگر $10^n - 5^n$ مضرب ۱۷ باشد، برای n چند جواب دو رقمی وجود دارد؟

۲۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(داخل - ۹۱)

187 اگر عدد $(6^n - 3^n)$ مضرب ۲۵ باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی n کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

(خارج - ۹۴)

188 تعداد اعداد دو رقمی a به طوری که $11^a \equiv 1$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

(داخل - ۹۱)

189 اگر $100! + 99! + 98! + \dots + 3! + 2! + 1! = A$ و عدد $A^n + 1$ مضرب ۷ باشد، برای n چند جواب دو رقمی کوچک‌تر از ۵۰ وجود دارد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

بعضی از معادلات هم‌نهشتی درجه ۲ با پیمانه مرکب طوری طراحی شده‌اند که هر یک از عبارات‌های درجه اول موجود در تجزیه عبارت درجه ۲، دقیقاً بر یکی از عامل‌های موجود در پیمانه بخش‌پذیر است. مثلاً ممکن است پیمانه ۶ باشد و عبارات‌های درجه اول طوری طراحی شده باشند که یکی از آن‌ها هرگز مضرب ۲ و دیگری هرگز مضرب ۳ نشود. در این شرایط برای این که کل عبارت مضرب ۶ شود، معلوم است که کدام یک از دو عبارت باید مضرب ۲ و کدام یک مضرب ۳ شود. در این تیپ مسائل، ابتدا هر یک از معادله‌های هم‌نهشتی درجه اول را حل می‌کنیم و سپس دو پیمانه را یکی می‌کنیم.

♣ در معادله $10 \equiv (5X+2) \pmod{10}$ مقدار X کدام است؟

□ دقت کنید که $10 = 2 \times 5$ ، از طرفی عبارت $5X+2$ فرد است و بر ۲ بخش‌پذیر نیست، عبارت $5X+2$ نیز معلوم است که نمی‌تواند مضرب ۵ باشد؛ بنابراین باید دو معادله $10 \equiv 2X+1 \pmod{10}$ و $10 \equiv 5X+2 \pmod{10}$ را حل کنیم:

$$\begin{aligned} 5X+2 \equiv 0 \pmod{10} &\Rightarrow 5X \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow X \equiv 6 \pmod{10} \\ 2X+1 \equiv 0 \pmod{10} &\Rightarrow 2X \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow X \equiv 7 \pmod{10} \end{aligned}$$

می‌بینی تست

- | | | | | | |
|--|---|--|---|---|--|
| 1 اگر $7x \equiv 3 \pmod{10}$ باشد، آنگاه
A $x = 5k - 1$ B $x = 5k + 1$ | 2 اگر $9x \equiv 11 \pmod{10}$ باشد، آنگاه
A $x = 11k - 2$ B $x = 11k + 2$ | 3 اگر $23x \equiv 20 \pmod{10}$ باشد، آنگاه
A $x = 6k - 2$ B $x = 6k + 2$ | 4 اگر $5x - 7 \equiv 12 \pmod{10}$ باشد، آنگاه
A $x = 12k + 1$ B $x = 12k - 1$ | 5 اگر $18x \equiv 27 \pmod{10}$ باشد، آنگاه کوچک‌ترین عدد دورقمی X برابر با است.
A 11 B 14 | 6 اگر $(x-1)(x+2) \equiv 0 \pmod{10}$ باشد، آنگاه
A $x = 7k + 1$ یا $x = 7k - 2$ B $x = 7k + 2$ یا $x = 7k - 4$ |
|--|---|--|---|---|--|

1 A 2 B 3 A 4 B 5 B 6 A



206 معادله هم‌نهشتی $10^3 X \equiv 7 \pmod{10}$ در مجموعه اعداد دو رقمی چند جواب دارد؟

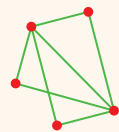
- | | | | | | |
|---|---|--|--|---|--|
| 207 به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ اگر $11n+3 \mid \alpha$ و $5n+4 \mid \alpha$ و $\alpha \neq 1$ ، آنگاه تعداد اعداد دو رقمی n در این حالت کدام است؟
A 1 B 2 C 3 D 4 | 208 به ازای بعضی از مقادیر $n \in \mathbb{N}$ اگر $13n+3 \mid \alpha$ و $7n+4 \mid \alpha$ و $\alpha \neq 1$ باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد n کدام است؟
A 1 B 2 C 3 D 4 | 209 اگر عدد $2x^2 - x - 6$ مضرب 53 باشد، رقم یکان بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی x کدام است؟
A 1 B 2 C 3 D 4 | 210 اگر عدد $3x^2 - 5x - 2$ مضرب 41 باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد دو رقمی x کدام است؟
A 1 B 2 C 3 D 4 | 211 اگر $6x^2 - x - 1$ مضرب 6 باشد، رقم یکان بزرگ‌ترین عدد دو رقمی x کدام است؟
A 1 B 2 C 3 D 4 | 212 اگر $x^2 - x \equiv 2 \pmod{10}$ برای x چند جواب طبیعی کم‌تر از 20 وجود دارد؟
A 1 B 2 C 3 D 4 |
|---|---|--|--|---|--|

اگر طرف چاق یک بخش‌پذیری یک عبارت پارامتری و طرف لاغر یک عدد معلوم باشد، بهتر است برای پیدا کردن مقادیر پارامتر، بخش‌پذیری را به هم‌نهشتی تبدیل کنیم و از حل معادله هم‌نهشتی برای پیدا کردن پارامتر استفاده می‌کنیم:

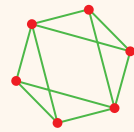
$$a \mid f(n) \Rightarrow f(n) \equiv 0 \pmod{a}$$



27 در گراف دو رأس فول وجود دارد.



B



A

28 یک گراف هم رأس فول و هم رأس ایزوله داشته باشد.

B نمی تواند

A می تواند

29 در گرافی با p رأس، یک رأس از درجه $p-1$ است. این گراف ندارد.

B رأس ایزوله

A رأس درجه 2

30 اگر در یک گراف از مرتبه p دو رأس از درجه $p-1$ وجود داشته باشد، درجه

سایر رأس ها، است.

A دقیقاً 2

B حداقل 2

31 در گراف های ساده درجه دو رأس یکسان باشد.

B نمی تواند

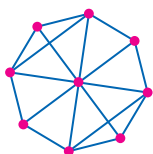
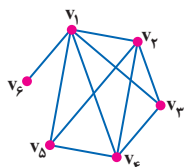
A می تواند

32 در هر گراف ساده، درجه

A حداقل دو رأس یکسان است

B هیچ دو رأسی یکسان نیست

27 B 28 B 29 B 30 B 31 A 32 A



247 در شکل مقابل، نمودار گراف G داده شده است. اختلاف تعداد رأس های زوج و رأس های فرد گراف کدام است؟

- ۱ (2)
- ۲ (1)
- ۳ (0)
- ۴ (4)

248 در گراف G مطابق شکل حاصل $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- ۳ (2)
- ۴ (1)
- ۵ (4)
- ۶ (3)

249 در گراف ساده ای با 8 رأس اگر مینیمم درجه رأس های گراف 3 باشد، این گراف حداکثر چند یال دارد؟

- ۲۵ (4)
- ۲۴ (3)
- ۲۳ (2)
- ۲۲ (1)

250 در گراف ساده $G = (V, E)$ ، دو رأس از درجه $\delta = 1$ وجود دارد. اگر مرتبه گراف 9 باشد، گراف حداکثر چند یال دارد؟

- ۲۴ (4)
- ۲۳ (3)
- ۲۲ (2)
- ۲۱ (1)

251 در گراف ساده ای با 12 یال اگر ماکزیمم درجه رأس ها 5 باشد، حداقل تعداد اعضای مجموعه V کدام است؟

- ۸ (4)
- ۷ (3)
- ۶ (2)
- ۵ (1)

252 در گراف ساده G با 5 رأس، اگر $\Delta(G) = 4$ و $\delta(G) = 2$ باشد، یال وجود دارد.

- ۱ (حداقل 5)
- ۲ (حداکثر 8)
- ۳ (حداکثر 7)
- ۴ (حداقل 7)

253 حاصل ضرب درجات رأس های یک گراف برابر 7 است. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

- ۱۴ (1)
- ۷ (2)
- ۸ (3)
- ۴ (چنین گرافی وجود ندارد)

254 حاصل ضرب درجات رأس های گراف G برابر 13 است. حاصل $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- ۱۲ (1)
- ۱۳ (2)
- ۲ (3)
- ۱ (4)

255 در یک گراف ساده با 9 رأس و 6 یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

- ۲ (1)
- ۳ (2)
- ۴ (3)
- ۵ (4)

256 در یک گراف ساده با 10 رأس و 11 یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

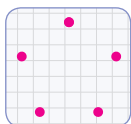
- ۳ (1)
- ۴ (2)
- ۵ (3)
- ۶ (4)

257 در یک گراف ساده از مرتبه 12 و اندازه 4 حداقل چند رأس ایزوله وجود دارد؟

- ۴ (1)
- ۵ (2)
- ۶ (3)
- ۷ (4)

258 در گراف ساده ای از مرتبه 20 اندازه برابر 5 است. این گراف حداقل چند رأس ایزوله دارد؟

- ۱۰ (1)
- ۱۲ (2)
- ۱۴ (3)
- ۱۵ (4)





14 اندازه گراف K_p برابر است.

۶ A ۴ B

15 اندازه گراف K_8 برابر است.

۱۰ A ۱۵ B

16 اندازه گراف کاملی برابر ۱۵ است. این گراف رأس دارد.

۷ A ۶ B

17 اندازه گراف کاملی برابر ۲۱ است. این گراف رأس دارد.

۷ A ۸ B

18 اندازه گراف چهار برابر مرتبه آن است.

K_8 A K_9 B

19 در گراف کامل مرتبه و اندازه برابر است.

K_3 A K_4 B

20 در چند گراف کامل مرتبه از اندازه بزرگ‌تر است؟

۳ A ۲ B

6 هر گراف یک گراف است.

کامل - منتظم A منتظم - کامل B

7 هر گراف الزاماً یک گراف نیست.

کامل - منتظم A منتظم - کامل B

8 گراف G که در آن تمام رأس‌های آن برابر با $V(G)$ باشد، است.

همسایگی باز - منتظم A همسایگی بسته - کامل B

9 درجه همه رأس‌های گراف K_p برابر با است.

$p-1$ A p B

10 در گراف درجه همه رأس‌ها ۵ است.

K_5 A K_6 B

11 هر گراف از مرتبه p یک گراف کامل است که آن را با K_p نشان می‌دهند.

$(p-1)$ - منتظم A p - منتظم B

12 گراف ۳ - منتظم مرتبه ۴ را با نشان می‌دهند.

K_3 A K_4 B

13 اندازه گراف کامل مرتبه p رابطه به دست می‌آید.

$\frac{p(p-1)}{2}$ A $\frac{p(p+1)}{2}$ B

6 A 7 B 8 B 9 A 10 B 11 A 12 B 13 A 14 A 15 A 16 B 17 A 18 B 19 A 20 B

277 در گراف کاملی مجموع مرتبه و اندازه ۶ است. این گراف چند رأس دارد؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

278 مجموع مرتبه و اندازه گراف کاملی ۱۰ است. این گراف چند یال دارد؟

۶ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴)

279 مجموع مرتبه و اندازه گراف کاملی ۱۵ است. این گراف چند رأس دارد؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

280 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۲۴ است. این گراف چند یال دارد؟

۶ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

281 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۵۰ است. این گراف چند یال دارد؟

۱۰ (۱) ۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴)

282 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۹۰ است. در این گراف درجه رأس‌ها کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

283 تفاضل اندازه و مرتبه گراف کاملی ۱۴ است. در این گراف همسایگی باز هر رأس چند عضو دارد؟

۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

284 تفاضل مرتبه و اندازه گراف کاملی ۲۰ است. در این گراف همسایگی بسته هر رأس چند عضو دارد؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

285 گراف مقابل با اضافه شدن چند یال، کامل می‌شود؟

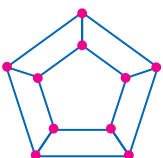
۱۰ (۱) ۹ (۲)

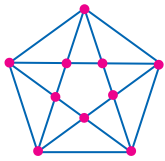
۸ (۳) ۱۱ (۴)

286 در گراف مقابل با اضافه شدن چند یال، درجه تمام رأس‌ها برابر ۹ می‌شود؟

۳۵ (۱) ۲۵ (۲)

۲۰ (۳) ۳۰ (۴)





287 گراف G مطابق شکل مفروض است، با اضافه شدن چند یال در این گراف $\delta(G)=9$ خواهد شد؟

۳۰ (۲) ۲۵ (۱)

۲۰ (۴) ۳۵ (۳)

288 یک گراف ۳- منتظم مرتبه ۶ با اضافه شدن چند یال، به یک گراف ۵- منتظم مرتبه ۶ تبدیل می‌شود؟

۷ (۴) ۱۰ (۳) ۶ (۲) ۹ (۱)

289 یک گراف ۲- منتظم مرتبه ۸ با اضافه شدن چند یال، همسایگی بسته تمام رأس‌ها یکسان می‌شود؟

۲۱ (۴) ۱۹ (۳) ۱۸ (۲) ۲۰ (۱)

290 یک گراف ۱- منتظم مرتبه ۶ با اضافه شدن چند یال، همسایگی باز تمام رأس‌ها ۵ عضوی خواهد شد؟

۱۵ (۴) ۱۲ (۳) ۱۱ (۲) ۹ (۱)

291 به گراف ۴- منتظم G ، ۱۸ یال اضافه کرده‌ایم تا هر دو رأس متمایزش مجاور شوند. گراف G چند رأس دارد؟

۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

292 گراف ساده با اضافه شدن ۱۳ یال کامل و با کم شدن ۷ یال از آن ۲- منتظم می‌شود. مجموع مرتبه و اندازه این گراف کدام است؟

۲۳ (۴) ۱۹ (۳) ۲۲ (۲) ۲۱ (۱)

293 اگر مجموعه $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه رأس‌های گراف ساده G باشند و دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد مربوط به رأس‌های آن‌ها نسبت به هم اول باشند، این گراف با اضافه شدن چند یال کامل می‌شود؟

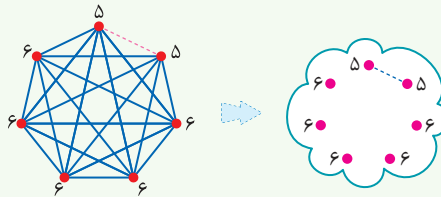
۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

10 گراف‌های نزدیک به کامل

اگر اندازه یک گراف نزدیک به یک گراف کامل باشد برای بررسی وضعیت، بهتر است آن را با گراف کامل هم مرتبه خودش، مقایسه کنیم. در این موارد به جای این‌که کل یال‌ها را رسم کنیم از روش نمادین برای رسم گراف استفاده می‌کنیم. به مثال زیر دقت کنید:

اگر اندازه یک گراف از مرتبه ۷ برابر ۲۰ باشد، این گراف چند رأس از درجه ۵ دارد؟

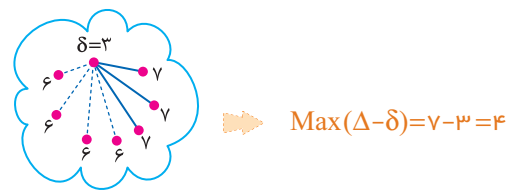
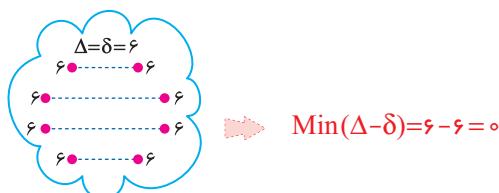
این گراف یک یال از گراف K_7 کم‌تر دارد. بنابراین همه رأس‌های آن به جز دو رأس، دارای درجه ۶ $\Delta = 6$ و آن دو رأس دارای درجه ۵ $\delta = 5$ هستند.



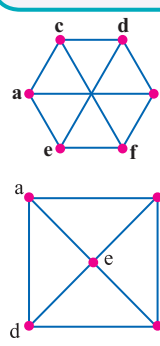
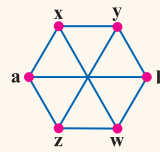
اگر اندازه یک گراف مرتبه ۸ برابر ۲۴ باشد، حداقل و حداکثر مقدار $\Delta - \delta$ را به دست آورید.

این گراف دارای ۲۴ یال است که نزدیک به گراف K_8 است، ولی ۴ یال کم‌تر از K_8 دارد. برای حل این مسئله، ابتدا فرض می‌کنیم که یک گراف کامل مرتبه ۸ داریم. سپس برای یافتن حداکثر و حداقل $\Delta - \delta$ گراف مورد نظر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

1) $Max(\Delta - \delta)$: برای این‌که $\Delta - \delta$ حداکثر شود، باید تا حد امکان Δ زیاد و δ کم شود. برای این منظور هر ۴ یال را از یک رأس برمی‌داریم؛ هم نزدیک شوند. برای این منظور یال‌های کنده شده را بین رأس‌ها پخش می‌کنیم:

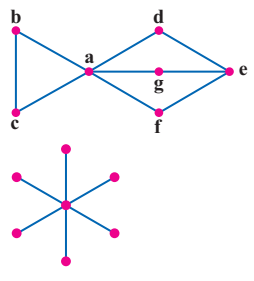


- 5 در گراف مقابل مسیر از a به b وجود دارد. 3 A
4 B
- 6 در گراف مقابل مسیر از a به b وجود دارد. 3 A
4 B
- 7 در گراف مقابل مسیر از a به b وجود دارد. 3 A
2 B
- 8 در گراف زیر، مسیر به طول 3 از a به b وجود دارد. 2 A
1 B
- 9 طول یک مسیر برابر با است. 2 A
1 B
- 10 تعداد یال‌های موجود در آن مسیر A
 تعداد رأس‌های موجود در آن مسیر B
- 11 اگر abcdef یک مسیر بین دو رأس از گراف G باشد، طول این مسیر برابر A
B
- 12 در گراف شکل زیر، به طول 2 بین a و b وجود دارد. 5 B
- 13 در هر گراف، دنباله متشکل از تنها یک رأس، A
B یک مسیر محسوب نمی‌شود
- 14 در گراف G از مرتبه p، طول یک مسیر حداقل برابر با است. A
B یک
- 15 در گراف G از مرتبه p، طول یک مسیر بین دو رأس متمایز حداقل برابر با است. A
B 1
- 16 گراف G از مرتبه p، طول یک مسیر حداکثر برابر با است. A
B p-1
- 17 بین دو رأس a و b از گراف زیر، به طول 3 بین a و b وجود دارد. A
B 2 مسیر
- 18 اگر گرافی مسیری به طول 5 داشته باشد، A
B 4 مسیر
- 19 اگر در گراف G داشته باشیم: $\delta(G) \geq k$ ، آنگاه گراف G A
B شامل حداقل یک مسیر با طول k است
- 20 در گراف G می‌دانیم $\delta = 3$ است. در این گراف A
B مسیرهایی با طول 1, 2, 3 بین رئوس متمایز وجود دارد
- مسیرهایی با طول 3, 4, 5 بین رئوس متمایز وجود دارد A
B

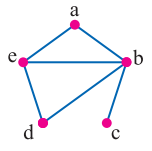


5 B 6 B 7 A 8 A 9 A 10 A 11 B 12 A 13 B 14 A 15 A 16 A 17 B 18 A 19 A 20 A

- 310 بین دو رأس a و b از گراف شکل مقابل، چند مسیر وجود دارد؟ 7 (1)
9 (3)
- 311 در گراف G اگر $\delta = 3$ باشد، آنگاه کدام گزینه الزاماً درست نیست؟ 8 (2)
 (1) مسیری به طول 2 دارد. (2) مسیری به طول 3 دارد. (3) مسیری به طول 1 دارد. (4) مسیری به طول 4 دارد. 10 (4)
- 312 بین دو رأس a و b از گراف شکل مقابل، چند مسیر وجود دارد؟ 7 (1)
8 (2)
- 313 در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ ، بین رأس‌های a و b فقط یک مسیر به طول 4 وجود دارد. این گراف دارد. 9 (3)
10 (4)
- 314 در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ بین رأس‌های a و b هیچ مسیری وجود ندارد. این گراف حداکثر چند یال می‌تواند داشته باشد؟ 1 (1)
2 (2)
3 (3)
4 (4)
- 315 در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ حداکثر چند مسیر به طول 2 بین رأس‌های a و b می‌تواند داشته باشد؟ 1 (1)
2 (2)
3 (3)
4 (4)



316 اگر x و y دو رأس از گراف مقابل باشند، آنگاه در این گراف چند مسیر به طول ۲ به شکل xay وجود دارد؟
 ۱) ۵
 ۲) ۳
 ۳) ۶
 ۴) ۱۰



317 در گراف مقابل چند مسیر به طول ۲ بین رئوس مختلف گراف وجود دارد؟
 ۱) ۱۰
 ۲) ۶
 ۳) ۵
 ۴) ۱۵

318 در گرافی ساده، ۷ مسیر به طول صفر وجود دارد. این گراف حداکثر چند مسیر با طول یک می‌تواند داشته باشد؟
 ۱) ۳
 ۲) ۷
 ۳) ۱۴
 ۴) ۲۱

319 در گراف مقابل اختلاف تعداد مسیرهای به طول یک و به طول صفر کدام است؟
 ۱) ۰
 ۲) ۱
 ۳) ۲
 ۴) ۳

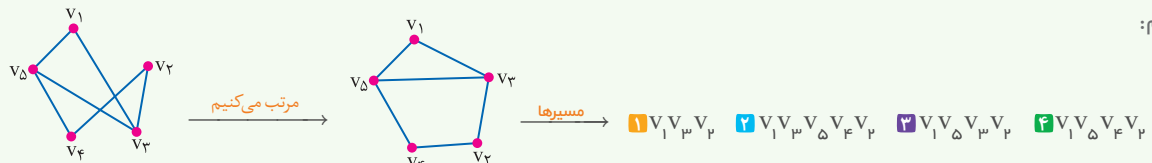
320 در گرافی ساده با مجموعه رأس‌های $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ بین هر دو رأس دلخواه دقیقاً یک مسیر وجود دارد. این گراف چند یال دارد؟
 ۱) دقیقاً ۴ یال دارد
 ۲) حداقل ۴ یال دارد
 ۳) دقیقاً ۵ یال دارد
 ۴) حداقل ۵ یال دارد

321 در گراف G از مرتبه ۶ بین هر دو رأس دلخواه دقیقاً ۲ مسیر وجود دارد. این گراف چند یال دارد؟
 ۱) دقیقاً ۶ یال
 ۲) حداقل ۶ یال
 ۳) حداکثر ۶ یال
 ۴) نامشخص

14 رسم گراف در حالات مختلف

اگر مجموعه رأس‌ها و مجموعه یال‌های یک گراف داده شود و درباره تعداد مسیرها در این گراف سوالی پرسیده شود، باید گراف را رسم کنیم. بهترین راه برای رسم این است که رأس‌ها را گرد، دور هم بچینیم و یال‌های داده شده را به هم وصل کنیم.

در گراف G اگر $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ و $E = \{v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5\}$ باشد، مسیرهای بین v_1 و v_2 را نام ببرید. ابتدا گراف را رسم کرده سپس مرتب می‌کنیم یعنی طوری رأس‌ها را جابه‌جا می‌کنیم که در گراف رسم شده یال‌ها همدیگر را قطع نکنند و آنگاه مسیرها را پیدا می‌کنیم:

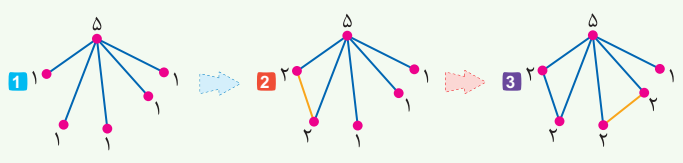


اگر نمودار یک گراف به صورت توصیفی داده شود، مثلاً تعداد یال‌ها و تعداد رأس‌ها داده شود] باید آن را رسم کنیم تا بتوانیم به خصوصیات گراف پی ببریم.

در گرافی با ۴ رأس و ۵ یال، بین دو رأس از درجه کوچکتر چند مسیر وجود دارد؟
 ابتدا گراف را رسم می‌کنیم، حال با توجه به شکل باید مسیرهای بین a و c را پیدا کنیم:
 ۱) abc
 ۲) adc
 ۳) $abdc$
 ۴) $adbc$
 ۴ مسیر

اگر درجه رأس‌های یک گراف داده شود نیز باید گراف را رسم کنیم تا بتوانیم به خصوصیات آن پی ببریم. بهترین راه برای رسم یک گراف از روی درجه رأس‌های آن، این است که در گام اول رأس‌های با درجه بزرگتر را رسم کنیم و در گام‌های بعدی، به ایجاد رأس‌های با درجه کوچک‌تر پردازیم.

برای رسم گرافی با درجه رئوس ۵، ۲، ۲، ۲، ۱ ابتدا ۶ نقطه قرار می‌دهیم:
 ۱ در گام اول رأس با درجه ۵ را رسم می‌کنیم.
 ۲ با وصل کردن دو رأس درجه ۱، دو رأس درجه ۲ حاصل می‌شود.
 ۳ با وصل کردن دو رأس درجه ۱ دیگر، دو رأس درجه ۲ حاصل می‌شود.



335 کدام یک از گراف‌های زیر ناهمبند است؟

- P_7 (۴) ۱-منتظم مرتبه ۴ (۳) C_5 (۲) K_1 (۱)

(داخل - ۹۱)

336 یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه آن ۸ باشد، با افزودن چند یال کامل می‌شود؟

- ۴ (۴) ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

337 یک گراف ناهمبند از مرتبه ۷ حداکثر چند یال می‌تواند داشته باشد؟

- ۱۰ (۴) ۵ (۳) ۶ (۲) ۱۵ (۱)

338 گراف ناهمبندی از مرتبه ۷ بیش‌ترین یال ممکن را دارد. چند یال به این گراف اضافه کنیم تا کامل شود؟

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

339 در یک گراف همبند با کم‌ترین مرتبه ممکن حاصل ضرب مرتبه و اندازه برابر ۲۰ است. با حذف چند یال این گراف همبند و منتظم می‌شود؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

340 در یک گراف همبند با اندازه ۱۲، مرتبه گراف چند مقدار مختلف می‌تواند باشد؟

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

341 در گراف G از مرتبه ۶ همسایگی باز هر رأس دارای ۳ عضو است. این گراف است.

- (۱) همبند و غیر منتظم (۲) همبند و منتظم (۳) ناهمبند و منتظم (۴) ناهمبند و غیر منتظم

342 در گراف G از مرتبه ۶ اگر $V = \{a, b, c, d, e, f\}$, $N_G[a] = \{a, b, c\}$ باشد، با کدام شرایط گراف قطعاً همبند است؟

- $N_G(b) = \{a, c\}$ (۱) $N_G[f] = \{f, e, c\}$ (۲) $N_G[c] = \{b, c\}$ (۳) $N_G(e) = \{f, d, c\}$ (۴)

343 در یک گراف ناهمبند از مرتبه ۷ و اندازه ۱۵ چند رأس از درجه ماکزیم وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)

344 در یک گراف مرتبه ۶ دارای ۱۲ یال است. این گراف

- (۱) قطعاً ناهمبند است (۲) قطعاً همبند است

- (۳) می‌توان همبند یا ناهمبند باشد (۴) همبند است و با حذف یک یال، ناهمبند می‌شود

345 یک گراف ناهمبند از مرتبه ۷ دارای ۱۰ یال است. این گراف حداکثر چند رأس تنها دارد؟

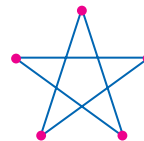
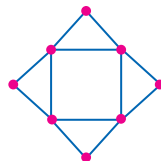
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

18

گراف اوپلری

اگر در یک گراف بتوان با آغاز از هر رأس دلخواه، از روی تمام یال‌ها دقیقاً یک بار گذشت و به رأس اولیه بازگشت، آن گراف را **اوپلری** می‌نامند. در واقع می‌توان گفت گراف اوپلری نوعی از گراف است که با شروع از یک نقطه و بدون برداشتن قلم از روی کاغذ و بدون این‌که از هیچ خطی [یالی] دو بار عبور کنیم، می‌توانیم آن را رسم کنیم و به نقطه شروع برگردیم.

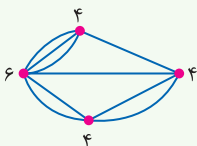
نمونه‌های از گراف‌های اوپلری



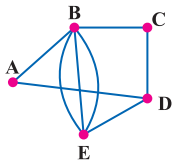
در هنگام عبور از تمام یال‌ها ممکن است از یک رأس چندین بار عبور کنیم که هیچ اشکالی ندارد.

شرط لازم و کافی برای اوپلری بودن یک گراف همبند آن است که درجه تمام رأس‌های آن زوج باشد.

این قضیه در گراف‌های غیر ساده و چندگانه نیز صادق است. گراف مقابل یک گراف چند گانه اوپلری است:



348 شکل زیر، ۵ منطقه A, B, C, D, E را با ۸ پل به هم راه داده است. اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یک بار عبور کنیم، با شروع از منطقه B، منطقه پایان کدام است؟



پایان کدام است؟

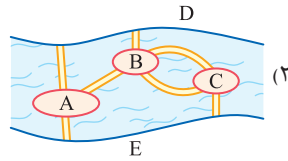
(۱) نشدنی

(۲) B

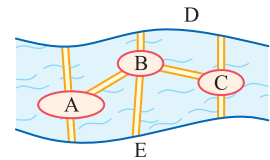
(۳) D

(۴) E

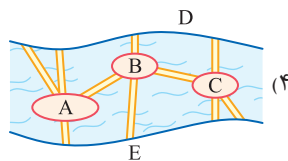
349 در کدام یک از نقشه‌های داده شده، با شروع از یکی از مناطق پنج‌گانه می‌توان از روی هر پل دقیقاً یک بار گذشت و به منطقه اولیه رسید؟



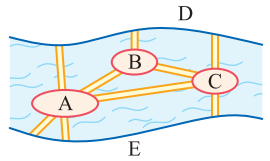
(۲)



(۱)

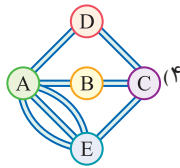


(۴)

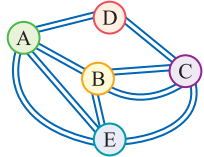


(۳)

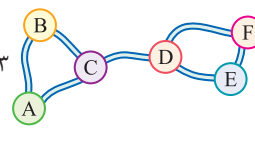
350 در کدام یک از نقشه‌های داده شده نمی‌توان از یک نقطه شروع به حرکت کرد، از هر جاده دقیقاً یک بار عبور کرد و به نقطه‌ای غیر از نقطه شروع رسید؟



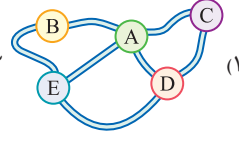
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

20

دور

دنباله $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, v_1$ (از $n \geq 3$) از رئوس دو به دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم. در واقع دور نوعی مسیّر است که رأس ابتدا و انتهای آن یکسان است. طول دور نیز همانند طول مسیّر، تعداد یال‌های موجود در آن دور است.

	دور به طول ۵: abcdea	دور به طول ۴: acdea	دور به طول ۳: abca

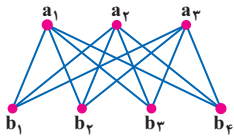
در یک دور جهت چرخش یا محل شروع حرکت اهمیتی ندارد و آنچه که دو دور را از هم متمایز می‌کند فقط ترتیب قرار گرفتن رأس‌ها در دور است؛ به عبارت دیگر دو دور متفاوت، دورهایی هستند که حداقل یک یال متفاوت داشته باشند.

در گراف فوق دورهای abca و acba و bcab و cbac همگی یکسان هستند.

در یک گراف p رأسی، دور با طول کم‌تر از ۳ و با طول بیشتر از p وجود ندارد. در ضمن هر n ضلعی در یک گراف، فقط یک دور به طول n را مشخص می‌کند.

دور به طول ۳	دور به طول ۴	دور به طول ۴	دور به طول ۵	دور به طول ۵	دور به طول ۶

356 بازه‌های $(1,3), (2,5), (3,5), (1,6)$ را در نظر بگیرید. دو رأس متناظر با بازه‌های $(a, b), (c, d)$ در گراف G مجاورند به شرط آن‌که اشتراک این دو بازه تهی نباشد، در این گراف چند دور وجود دارد؟



۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۴

357 گراف مقابل چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸

۳) ۶ ۴) ۱۵

358 در گرافی با درجه رئوس $4, 3, 3, 2, 2$ چند دور وجود دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

359 در یک گراف ۲-منتظم مرتبه ۹ تعداد دورها کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

360 در یک گراف ناهمبند از مرتبه ۷ همسایگی هر رأس دارای ۲ عضو است، این گراف چند دور دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۳

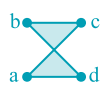
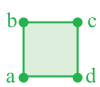
361 در گراف G همسایگی بسته تمام رأس‌ها سه عضوی است، اگر مرتبه گراف ۱۳ باشد، این گراف حداکثر چند دور دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

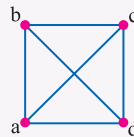
21 دور در گراف‌های کامل

گراف K_p ، به ازای هر n که در شرط $3 \leq n \leq p$ صدق کند، دارای دورهایی با طول n است.

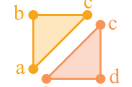
دوره‌های به طول ۴



گراف K_4 دورهایی با طول ۳ و ۴ دارد



دوره‌های به طول ۳



اگر دقت کنید دوره‌های با طول ۴ در گراف K_4 ، رأس‌های یکسان دارند ولی هر کدام یالی دارد که دیگری ندارد.

تعداد دوره‌های با طول m در گراف K_p از رابطه زیر به دست می‌آید [m رأس از p رأس را انتخاب و با آن‌ها گردن‌بند می‌سازیم]

تعداد دوره‌های با طول ۵ در گراف K_5 برابر است با:

$$\binom{5}{5} \times \frac{(5-1)!}{2} = \frac{4!}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

تعداد دوره‌های با طول ۳ در گراف K_3 برابر است با:

$$\binom{6}{3} \times 1 = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

مینی تست

3 گراف K_5 دارای دور است که شامل همه رأس‌ها باشد.

۱۲ B

۶ A

4 گراف K_4 دارای دور با طول فرد است.

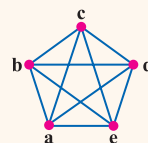
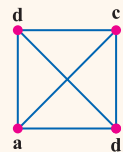
۴ B

۳ A

5 گراف K_4 دارای دور با طول زوج است.

۳ B

۴ A



1 گراف K_4 دارای به طول ۴ است.

دور ۳ A

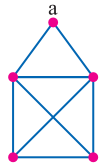
دور ۱ B

2 گراف K_5 دارای به طول ۳ است.

۱۰ دور A

۱۵ دور B

- 362 در یک گراف کامل، حاصل ضرب اندازه و مرتبه آن ۵۰ می باشد. در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟
 ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)
- 363 در گراف کاملی تفاضل مرتبه و اندازه گراف ۱۴ است، در این گراف چند دور با طول ۳ وجود دارد؟
 ۳۰ (۱) ۳۵ (۲) ۲۸ (۳) ۲۱ (۴)
- 364 در یک گراف ساده ناهمبند و ۳-منتظم که دارای ۸ رأس باشد، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- 365 در گراف ناهمبند G با درجه رئوس ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۳ چند دور وجود دارد؟
 ۸ (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- 366 در یک گراف با درجه رأس های ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵، تعداد دورها به طول ۳، کدام است؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- 367 گراف ناهمبند ۳-منتظم دارای ۱۲ یال است، این گراف چند دور با طول ۴ دارد؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)
- 368 در گراف مقابل چند دور وجود دارد که از رأس a عبور نکند؟
 ۵ (۱) ۷ (۳) ۸ (۴) ۶ (۲)
- 369 یک گراف ناهمبند با ۶ رأس و ۱۰ یال چند دور با طول فرد دارد؟
 ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴)
- 370 در گراف K_6 تعداد دورهای با کدام طول از همه بیشتر است؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۴ (همگی برابر است)
- 371 گراف K_p دارای ۱۲ دور است که از همه رئوس می گذرد، این گراف چند دور با طول ۳ دارد؟
 ۸ (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴)



دور در گراف های متقارن 22

در گراف هایی که کامل نیستند رابطه بخصوصی برای محاسبه تعداد دورها وجود ندارد. اما درباره ای از گراف های یک **نظم و تقارن هندسی** دیده می شود که شمارش تعداد دورها در آن را از گراف های عادی ساده تر می کند. در این حالت، هر نمونه دور را با توجه به **تقارن مسئله**، در تعداد تکرار آن ضرب می کنیم. تعداد دورهای به طول ۴ را در هر یک از گراف های زیر پیدا کنید.

1 $6 + 3 = 9$ [داخل - ۸۹]

روی هر دو ضلع مقابل ۶ ضلعی می توان چنین پایونی را دید
 روی هر کدام از ضلع های ۶ ضلعی ذوزنقه دیده می شود

2 $6 + 3 + 6 = 15$ [داخل - ۹۸]

گرافی را که تنها از یک دور n رأسی تشکیل شده باشد با C_n نمایش می دهیم.

1 گراف C_3 یا دور به طول ۳ همواره به شکل مثلث است:

2 گراف C_4 یا دور به طول ۴ را می توان به شکل های زیر در گراف ها مشاهده کرد:

3 گراف C_5 یا دور به طول ۵ را می توان به شکل های زیر در گراف ها مشاهده کرد:

پاسخنامه
تمام تشریحات
و تمام رنگ‌ها

ANSWERS

Password

سُو گند به قَلَم و آن چه می نویسند



www.gaj.ir



Other user

ENG

