

توان، رادیکال و عبارتهای جبری

توان، رادیکال و عبارتهای جبری

ریشه و توان - ریشه n ام

ویژگیهای ریشگی (ریشهگیری)

توانهای گویا

ویژگیهای توانهای گویا

عبارتهای جبری

پرسشهای چهارگزینهای فصل ۱

۲
۳
۴
۵
۶

پرسشهای تکمیلی فصل ۱

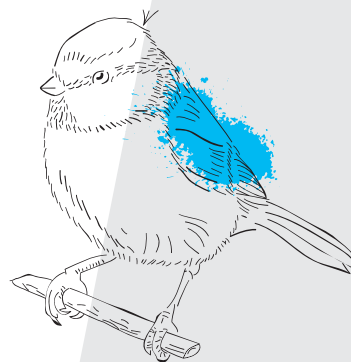
پاسخ کلیدی پرسشهای فصل ۱

پاسخ تشریحی پرسشهای فصل ۱

آزمونهای سهگانه فصل ۱

پاسخ کلیدی آزمونهای سهگانه فصل ۱

۱۰
۱۲
۱۳
۱۸
۲۰





توان، رادیکال و عبارات جبری

ریشه و توان - ریشه n ام

اگر $b^2 = a$ باشد، b را یک ریشه دوم عدد a می‌نامند؛ مثلاً $3^2 = 9$ ؛ پس ۳ یک ریشه دوم عدد ۹ است. البته رابطه $(-3)^2 = 9$ نیز برقرار است؛ پس ۳- هم یک ریشه دوم ۹ است.

نتیجه: هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد که قرینه یکدیگرند. ریشه دوم مثبت عدد a را با \sqrt{a} و ریشه دوم منفی آن را با $-\sqrt{a}$ نمایش می‌دهند. **توجه:** ریشه دوم عدد صفر، همان صفر است و اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

اگر $b^3 = a$ باشد، b را ریشه سوم عدد a می‌نامند؛ مثلاً $2^3 = 8$ ؛ پس ۲ ریشه سوم عدد ۸ است. به‌عنوان مثالی دیگر داریم $(-2)^3 = -8$ ؛ پس ۲- ریشه سوم عدد ۸- است.

نتیجه: هر عدد (حقیقی) یک ریشه سوم دارد که با خود آن عدد هم‌علامت است. ریشه سوم عدد a را با $\sqrt[3]{a}$ نمایش می‌دهند. ریشه سوم عدد صفر، صفر است. به‌همین ترتیب می‌توان ریشه‌های مراتب بالاتر را تعریف کرد.

تعریف: اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می‌نامند، هرگاه $b^n = a$. **توجه مهم:** ۱. فرض کنید $a > 0$ است.

الف) اگر n زوج باشد، a دو ریشه n ام قرینه هم دارد که با $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ نمایش داده می‌شوند.

ب) اگر n فرد باشد، a یک ریشه n ام (مثبت) دارد که با $\sqrt[n]{a}$ نمایش داده می‌شود.

۲. فرض کنید $a < 0$ است.

الف) اگر n زوج باشد، a ریشه n ام ندارد.

ب) اگر n فرد باشد، a یک ریشه n ام (منفی) دارد که با $\sqrt[n]{a}$ نمایش داده می‌شود.

نتیجه: اگر n زوج و a منفی باشد، a ریشه n ام ندارد. در غیر این صورت $\sqrt[n]{a}$ یک ریشه n ام است؛ پس $(\sqrt[n]{a})^n = a$. **قرارداد:** وقتی می‌نویسیم $\sqrt[n]{a}$ و n زوج است، a را نامنفی فرض می‌کنیم.

توجه: اگر $a < c < b$ و ریشه n ام این سه عدد تعریف شده باشند، $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{c} < \sqrt[n]{b}$. از این رابطه برای تخمین $\sqrt[n]{c}$ استفاده می‌شود؛ مثلاً $50 < 51 < 52$ ؛ پس $\sqrt[3]{50} < \sqrt[3]{51} < \sqrt[3]{52}$ ؛ یعنی $3 < \sqrt[3]{50} < 4$. به همین ترتیب می‌توان $\sqrt[3]{50}$ را با تقریب بهتری تخمین زد؛ مثلاً:

$$45/6976 < 50 < 53/1441 \Rightarrow 2/6 < \sqrt[3]{50} < 2/7$$

پس $\sqrt[3]{50}$ با یک رقم اعشار برابر $2/6$ است. در دنیای واقعی با تقریب‌های $\sqrt[n]{a}$ سروکار داریم.

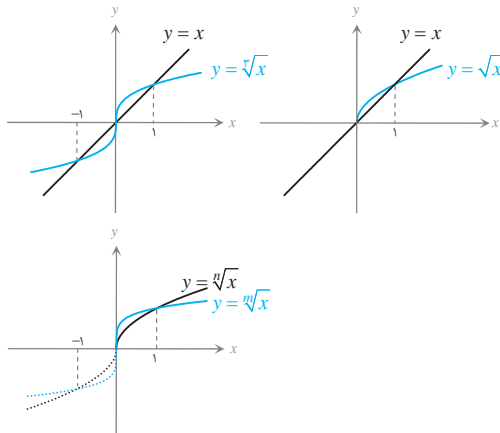
نکته: اگر $0 < a < 1$ باشد، $\sqrt[n]{a} > a$ ؛ مثلاً $\sqrt[3]{0/001} = 0/1$ و در نتیجه $\sqrt[3]{0/001} > 0/001$.

اگر $a > 1$ باشد، $\sqrt[n]{a} < a$ ؛ مثلاً $\sqrt[3]{64} = 4$ و در نتیجه $\sqrt[3]{64} < 64$.

اگر $-1 < a < 0$ باشد، $\sqrt[n]{a} < a$ ؛ مثلاً $\sqrt[3]{-0/00001} = -0/1$ و در نتیجه $\sqrt[3]{-0/00001} < -0/00001$.

اگر $a < -1$ باشد، $\sqrt[n]{a} > a$ ؛ مثلاً $\sqrt[3]{-32} = -2$ و در نتیجه $\sqrt[3]{-32} > -32$.

توجه به نمودارهای مقابل در درک مطالب فوق بسیار راهگشاست:



نکته: فرض کنید $m > n$ و هر دو عدد طبیعی‌اند.

۱. اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$ ؛ مثلاً $\sqrt[4]{64} < \sqrt[3]{64}$.

۲. اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ ؛ مثلاً $\sqrt[4]{10^{-4}} > \sqrt[3]{10^{-4}}$.

۳. اگر $-1 < a < 0$ باشد، آنگاه $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$ ؛ مثلاً $\sqrt[4]{-10^{-15}} < \sqrt[3]{-10^{-15}}$.

۴. اگر $a < -1$ باشد، آنگاه $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ ؛ مثلاً $\sqrt[4]{-64} > \sqrt[3]{-64}$.

نکته اگر $a > b$ و $\sqrt[n]{a}$ و $\sqrt[n]{b}$ تعریف شده باشد، آنگاه $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ ، مثلاً $\sqrt[3]{27} > \sqrt[3]{8}$ ، $\sqrt[3]{27} > \sqrt[3]{-8}$ ، $\sqrt[3]{-8} > \sqrt[3]{-27}$ ، $\sqrt[3]{-8} > \sqrt[3]{-1}$ ، $\sqrt[3]{0/2} > \sqrt[3]{0/1}$ و ...

ویژگی‌های ریشگی (ریشه‌گیری)

فرض کنید a و b دو عدد حقیقی و m و n دو عدد طبیعی مخالف یک هستند. در این صورت: (۱) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

$$(b \neq 0) \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (2)$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \quad (3)$$

توجه وقتی می‌نویسیم $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ و n زوج است، فرض کرده‌ایم a و b نامنفی‌اند؛ مثلاً:

اما دقت کنید که $\sqrt[4]{12} = \sqrt[4]{(-3)(-4)}$ را نمی‌توان به صورت $\sqrt[4]{-3} \sqrt[4]{-4}$ نمایش داد. به همین ترتیب روابط ۲ و ۳.

توجه $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n}$ وقتی n زوج است، a نامنفی است.

نکته اگر n فرد باشد، $\sqrt[n]{a^n} = a$ و اگر n زوج باشد، $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ ؛ مثلاً $\sqrt[3]{x^3} = x$ ، $\sqrt{x^2} = |x|$ ، $\sqrt{x^2} = 2$ ، $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$ ، $\sqrt[3]{2^3} = 2$ ، $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$.

نکته ۱. فرض کنید m و n دو عدد طبیعی باشند و $m > n$ (الف) اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $a^m > a^n$.

(ب) اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $a^m < a^n$.

۲. فرض کنید a و b دو عدد حقیقی و $a > b$ باشند. (الف) اگر n فرد باشد، $a^n > b^n$.

(ب) اگر n زوج باشد، داریم:

$$\begin{cases} a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n \\ 0 > a > b \Rightarrow a^n < b^n \end{cases}$$

و در حالتی که a و b هم علامت نیستند، نمی‌توان رابطه بین a^n و b^n را پیش‌بینی کرد.

تست: چه تعداد از روابط زیر صحیح است؟

(الف) اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $a^5 < a^2$. (ب) اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$. (ج) اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ آنگاه $a^3 > a^2$.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

حل: گزینه [۴] به روابط «الف» و «ب» قبلاً اشاره شد. در رابطه «ج» دقت کنید که $\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$ زمانی برقرار است که $a > 1$ است و در این صورت $a^3 > a^2$ خواهد بود؛ بنابراین هر سه رابطه درست است.

توان‌های گویا

تعریف: برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، توان $\frac{1}{n}$ عدد حقیقی و مثبت a را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

تعریف: هرگاه $a > 0$ ، m عددی صحیح و n عددی طبیعی باشد، توان $\frac{m}{n}$ عدد مثبت a را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \quad \text{توجه}$$

ویژگی‌های توان‌های گویا

اگر r و s دو عدد گویا و a و b دو عدد مثبت باشند، داریم:

$$a^r \times a^s = a^{r+s}, \quad (a^r)^s = a^{rs}, \quad (ab)^r = a^r \times b^r, \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

نکته اگر $a > 0$ باشد، $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ و اگر $\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($k \in \mathbb{N}$).

نکته ۱. اگر $a > 1$ عددی حقیقی، r و s دو عدد گویا و مثبت و $r > s$ باشند، آنگاه:

$$a^r > 1, \quad a^r > a^s$$

۲. اگر $0 < a < 1$ عددی حقیقی، r و s دو عدد گویا و مثبت و $r > s$ باشند، آنگاه:

$$0 < a^r < 1, \quad a^r < a^s$$



تست: حاصل عبارت $\sqrt[4]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[4]{2} \sqrt[4]{6}$ کدام است؟

$6 \sqrt[4]{2} \quad 2 \sqrt[4]{9} \quad 3 \sqrt[4]{32} \quad 6 \sqrt[4]{2}$ (۱)

$\sqrt[4]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[4]{2 \times \sqrt[4]{2 \times 3}} = (2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{4}}) \times (2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{3}{4}}) \times (2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{8}} \times 3^{\frac{1}{8}})$

$= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \times 3^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8}} = 2^1 \times 3^1 = 6$

حل: گزینه (۴) جواب

عبارت‌های جبری

یک رابطه جبری که همواره (به‌ازای همه مقادیر متغیرها) برقرار است اتحاد نام دارد. به چند اتحاد مهم توجه کنید.

$1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مربع دو جمله‌ای

$1') (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ نتیجه:

$2) (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ مکعب دو جمله‌ای

$2') (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$3) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ مزدوج مربع سه جمله‌ای

$4) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$

$5) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ جمله مشترک

$6) a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ جاق و لاغر

$6') a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

تست: اگر $a+b-c=1$ باشد، کدام یک از تساوی‌های زیر درست است؟

$a^2 + b^2 - c^2 = 2(\frac{1}{2} - ab + c)$ (۲) $a^2 + b^2 + c^2 = 2(\frac{1}{2} + ab + c)$ (۱)

$a^2 - b^2 + c^2 = 2(\frac{1}{2} - ab - c)$ (۴) $c^2 + b^2 - a^2 = 2(\frac{1}{2} + ab - c)$ (۳)

$a+b=c+1 \Rightarrow (a+b)^2 = (c+1)^2 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2c + 1 = a^2 + b^2 - c^2 = 2(\frac{1}{2} + c - ab)$

حل: گزینه (۲) جواب

تست: اگر $a+b-c=0$ ، مقدار $a^3 + b^3 - c^3$ همواره برابر است با:

$-3abc$ (۴) $3abc$ (۳)

$-3abc$ (۲) $6abc$ (۱)

حل: گزینه (۴)

$a+b=c \Rightarrow (a+b)^3 = c^3 \Rightarrow a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = c^3 \Rightarrow a^3 + b^3 - c^3 = -3ab(a+b) = -3ab(c) = -3abc$

تست: برای آنکه $\frac{2}{(x-a)(x-b)} = \frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b}$ یک اتحاد باشد، کافی است:

$a = -b = 2$ (۴) $a = -b = 1$ (۳)

$a = b = 2$ (۲) $a = b = -1$ (۱)

$\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a(x-b) + b(x-a)}{(x-a)(x-b)} = \frac{(a+b)x - 2ab}{(x-a)(x-b)}$

حل: گزینه (۳) طرف دوم تساوی را ساده می‌کنیم:

بنابراین باید $(a+b)x - 2ab = 2$ ؛ پس:

$\begin{cases} a+b=0 \Rightarrow b=-a \\ -2ab=2 \end{cases} \Rightarrow -2a(-a)=2 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow b=-1 \\ a=-1 \Rightarrow b=1 \end{cases}$

تجزیه: نوشتن یک چندجمله‌ای به صورت حاصل ضرب چند چندجمله‌ای (درجه ۱ یا درجه ۲ با $\Delta < 0$) تجزیه آن عبارت نام دارد.

تست: در تجزیه عبارت $\lambda a^3 - a^2 b^3 + \lambda a^2 b^3 - b^6$ کدام عبارت وجود ندارد؟

$4a^2 - 2ab + b^2$ (۴) $a^2 - a^2 b + b^2$ (۳)

$a^2 + b$ (۲) $2a - b$ (۱)

$(\lambda a^3 - a^2 b^3) + (\lambda a^2 b^3 - b^6) = a^2 (\lambda a - b^3) + b^3 (\lambda a^2 - b^3) = (\lambda a^2 - b^3)(a^2 + b^3)$

$= (2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + b)(a^2 - a^2 b + b^2)$

حل: گزینه (۴) جواب

یکی از کاربردهای اتحادها و تجزیه، ساده کردن عبارت‌های جبری به‌ویژه عبارات گویاست. منظور از عبارات گویا تقسیم دو چندجمله‌ای بر هم است.



تست: عبارت $\frac{xy^3 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$ را به صورت یک چندجمله‌ای نوشته‌ایم، ضریب x کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ صفر

حل: گزینه ۲

$$(xy^3 - x) + (y^2 + y + 1) = x(y^3 - 1) + (y^2 + y + 1) = x(y-1)(y^2 + y + 1) + (y^2 + y + 1) = (y^2 + y + 1)[x(y-1) + 1]$$

پس عبارت چنین است:

$$\frac{(y^2 + y + 1)(xy - x + 1)}{y^2 + y + 1} = xy - x + 1$$

ضریب x برابر ۱- است.

یکی دیگر از کاربردهای اتحاد و تجزیه گویا کردن مخرج کسرهاست. عمدتاً به کمک اتحاد مزدوج یا جاق و لاغر این کار را انجام می‌دهیم. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{2} = 2\sqrt[3]{4}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{3}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{3 - 2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x - y}$$

تست: عدد $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ برابر است با:

۱ (۱) $\frac{1}{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2})$ ۲ $\frac{1}{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$ ۳ $\frac{1}{3}(\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{3})$ ۴ $\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(2 + 3 + 2\sqrt{6}) - 5} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2}$$

حل: گزینه ۲



پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۱

پرسش‌های سطح ساده

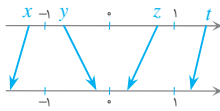
۱. با فرض $x = -\frac{1}{8}$ حاصل $P = \sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{x^4} + \sqrt[5]{x^5}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) صفر

۲. با فرض طبیعی بودن n ، کدام صحیح است؟

- (۱) اگر $0 < a < 1$ ، آنگاه $a^n < a$ (۲) اگر $-1 < a < 0$ ، آنگاه $a^n \leq |a|$
(۳) اگر $a < b$ ، آنگاه $a^n < b^n$ (۴) اگر $a < a^n$ ، آنگاه $a < a^2$

۳. در شکل مقابل، کدام یک از اعداد محور بالا، به درستی به ریشه‌ی پنجم خود روی محور پایین وصل شده است؟



- (۱) y و z (۲) x و y
(۳) t و z (۴) t

۴. اگر $2a^2 + 4b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0$ حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۵. عبارت $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$ به ازای $x = \sqrt{3} + 1$ برابر است با:

- (۱) $1 + 3\sqrt{3}$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) $3\sqrt{3} - 1$

۶. در تجزیه عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ کدام عمل ضرب وجود ندارد؟

- (۱) $x - 8$ (۲) $x - 4$ (۳) $x + 2$ (۴) $x + 4$

۷. در تجزیه $x^3 + 2x^2 - x - 2$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $x + 1$ (۳) $x - 2$ (۴) $x + 2$

۸. ساده شده عبارت $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ برابر است با:

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5} - 4$ (۳) $2\sqrt{5} + 4$ (۴) ۴

۹. خلاصه شده عبارت $(x - \frac{x+6}{x-4})(\frac{x^2+9}{x+1} - 5)$ کدام است؟ ($x \neq -1, 4$)

- (۱) $x^2 + 3x - 4$ (۲) $x^2 - 3x + 4$ (۳) $x^2 + 5x + 6$ (۴) $x^2 - 7x + 6$

۱۰. کسر $\frac{1}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})}$ برابر کدام یک از اعداد زیر است؟

- (۱) $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$ (۲) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (۳) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ (۴) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})$

پرسش‌های سطح متوسط

۱۱. اگر $a < a^2$ باشد آنگاه عدد کدام گزینه از سایرین، بزرگ‌تر است؟

- (۱) \sqrt{a} (۲) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ (۳) a^2 (۴) $\frac{1}{a^2}$

۱۲. ریشه سوم عدد طبیعی n بین دو عدد ۲ و ۳ واقع است. مجموع جواب‌های قابل قبول برای n کدام است؟

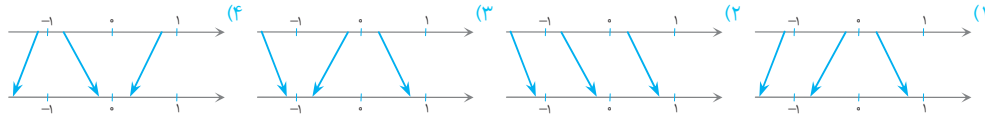
- (۱) ۳۵۰ (۲) ۳۲۳ (۳) ۳۴۲ (۴) ۳۱۵

۱۳. اگر $-1 < a < 0$ ، آنگاه کدام صحیح است؟

- (۱) $\sqrt[3]{a^2} < \sqrt[4]{a^2} < \sqrt[5]{a^2}$ (۲) $\sqrt[3]{a^2} < \sqrt[5]{a^2} < \sqrt[4]{a^2}$ (۳) $\sqrt[3]{a^2} < \sqrt[4]{a^2} < \sqrt[5]{a^2}$ (۴) $\sqrt[5]{a^2} < \sqrt[4]{a^2} < \sqrt[3]{a^2}$



۱۴. در کدام گزینه زیر، هر یک از اعداد محور بالا به درستی به ریشه سوم خود روی محور پایین وصل شده است؟



۱۵. اگر حاصل $P = \sqrt{18} - a\sqrt{200} + \sqrt{32a^2}$ برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۶. سه عدد $a = 5^{3y-3x}$ ، $b = 25^{y+x}$ و $c = 125^{x-y}$ در تساوی $b^2 = ac$ صدق می‌کنند. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟ ($xy \neq 0$)

(۱) $x = -y$ (۲) $x = 5y$ (۳) $y = 5x$ (۴) $x = y$

۱۷. اگر $x = \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$ آنگاه \sqrt{x} کدام است؟

(۱) $4\sqrt[3]{4}$ (۲) $2\sqrt[3]{4}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[3]{2}$

۱۸. اگر $a^3 = 27\sqrt{3}$ باشد، جواب معادله $9^x = a^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{9}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{7}{6}$

۱۹. اگر $a^2 = b^2 + 1$ باشد، حاصل کسر $\frac{b^6 - a^6 + 1}{3a^2b^2}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) a^4b^4 (۴) ab

۲۰. عبارت $x^6 + x^2 + 1$ بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟

(۱) $x^2 + 1$ (۲) $x^2 - 1$ (۳) $x^2 - x + 1$ (۴) $x^2 + 2x + 1$

۲۱. عبارت $n^4 - m^3n + mn^3 - n^4$ بر کدام چند جمله‌ای بخش پذیر است؟

(۱) $(m+n)^2$ (۲) $m^2 - mn + n^2$ (۳) $(m-n)^2$ (۴) $m^2 + mn + n^2$

۲۲. اگر $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} = \frac{1}{x(x+1)(x+2)}$ آنگاه $A+B+C$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳. حاصل $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \alpha$ یک عدد گویاست. α کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $-\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۲۴. اگر $\alpha = \sqrt[4]{5+2\sqrt{6}}$ و $\beta = \sqrt[4]{5-2\sqrt{6}}$ حاصل $(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۵. اگر $12 = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+5}$ باشد، حاصل $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۶. اگر $x = 1 - \sqrt{2}$ باشد، حاصل $(x + x^{-1})^{\frac{1}{2}}$ چقدر است؟

(۱) $-\sqrt{2}$ (۲) -۱ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) ۱

۲۷. حاصل $P = \frac{1}{\sqrt{3}-a} + \frac{1}{\sqrt{3}+a}$ به ازای $a = \sqrt{3} - \sqrt{3}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۸. حاصل $\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^4} \sqrt[3]{(a-2\sqrt{2})^2}$ برابر واحد است. مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. عبارت $x^5 - x^4 - 4x + 4$ بر کدام بخش پذیر نیست؟

(۱) $x^2 - 2$ (۲) $x+1$ (۳) $x^2 + 2$ (۴) $x-1$

۳۰. اعداد نامنفی a و b در تساوی $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ صدق می‌کنند. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟

(۱) $ab = 1$ (۲) $a+b = 1$ (۳) $ab > 1$ (۴) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$



پرسش‌های سطح دشوار

۳۱. کدام گزینه، بزرگ‌تر از گزینه‌های دیگر است؟

$\sqrt[3]{5}$ (۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $\sqrt[3]{5}$ (۳) $\sqrt[3]{6}$ (۴)

۳۲. اگر $\sqrt{2} = 5^x$ و $2^y = \sqrt{5}$ باشد، مقدار xy کدام است؟

$\frac{1}{10}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۳۳. مقدار تقریبی $\sqrt{20}$ تا دو رقم اعشار برابر $4/4a$ است. مقدار a کدام است؟ (a عدد طبیعی یک رقمی است.)

۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۳۴. نزدیک‌ترین عدد صحیح به عدد $\sqrt[4]{490}$ روی محور اعداد، کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۵. با فرض $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{1-x} = 1$ حاصل $\sqrt[3]{x^2+x-2}$ کدام است؟

$-\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۳۶. اگر $x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{2}}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟

۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۳۷. خلاصه‌شده عبارت $9^{0/25} + \frac{(4)^{0/75}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}-1$ (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $1+\sqrt{2}$ (۴)

۳۸. اگر تساوی $\frac{1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ با فرض $x \neq 1$ ، یک اتحاد باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴)

۳۹. اگر $x = 5 + \sqrt{17}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x}$ ، کدام است؟

۰٫۵ (۱) ۰٫۷۵ (۲) ۱٫۲۵ (۳) ۱٫۵ (۴)

۴۰. اگر $x^2 - 2x - 7x + a$ یکی از عوامل تجزیه $x^3 - 7x + a$ باشد، کدام عامل زیر در تجزیه این عبارت وجود دارد؟

$x+2$ (۱) $x+3$ (۲) $x+1$ (۳) $x+4$ (۴)

پرسش‌های ترکیب سطوح

۴۱. اگر $a = (ab)^5$ و $b^{-3} = (ab)^x$ ، مقدار x کدام است؟ ($a, b \neq 0, \pm 1$)

۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)

۴۲. اگر $a = \sqrt[3]{16}$ و $n < a^2 < n+1$ ، آنگاه مقدار طبیعی n کدام است؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۴۳. اگر $a = \sqrt[4]{3}$ و $b = \sqrt[3]{4}$ و $c = \sqrt[4]{5}$ ، آنگاه کدام صحیح است؟

$c < b < a$ (۱) $b < c < a$ (۲) $a < b < c$ (۳) $b < a < c$ (۴)

۴۴. حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{32}-\sqrt{2})(\sqrt{8}+\sqrt{32})}$ کدام است؟

۲٫۵ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴)

۴۵. حاصل $\frac{\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}$ با $(\frac{a}{b})^n$ برابر است، n کدام است؟ (a و b دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک می‌باشند)

$b-a$ (۱) $a-b$ (۲) $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ (۳) $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$ (۴)



۴۶. حاصل $P = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt{3} + 2$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

۴۷. حاصل $P = \frac{1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^8}{1 + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3} + \dots + x^{-8}}$ به ازای $x = \sqrt{2}$ چقدر است؟

(۱) ۲۵۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴) ۱۶

۴۸. یکی از عوامل تجزیه عبارت $3a^2 + 2ab - b^2$ کدام است؟

(۱) $a + b$ (۲) $3a + b$ (۳) $a - b$ (۴) $2a - b$

۴۹. حاصل $P = x^3 - 3x$ به ازای $x = \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}}$ چقدر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۰. حاصل عبارت $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})(\frac{ab}{a^2 - b^2})$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{a^2 + b^2}$ (۲) $\frac{ab}{a^2 + b^2}$ (۳) $\frac{1}{a^2 - b^2}$ (۴) $\frac{ab}{a^2 - b^2}$

۵۱. با فرض $3a^2 + 7ab - 6b^2 = 0$ چند برابر b است a ($b \neq 0$)؟

(۱) $3 - \frac{2}{3}$ یا $\frac{2}{3}$ (۲) 3 یا $\frac{2}{3}$ (۳) 3 یا $-\frac{2}{3}$ (۴) $3 - \frac{2}{3}$ یا $-\frac{2}{3}$

۵۲. اگر $x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ باشد، کدام عبارت عدد صحیح است؟

(۱) $x^2 - x$ (۲) $x^2 + x$ (۳) $x^2 + 1$ (۴) $x^2 + 2$

۵۳. حاصل عبارت $\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2}}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{3} + \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}$

۵۴. اگر $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ آنگاه حاصل $x^6 - 10x^2$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۶ (۴) -۶

۵۵. حاصل عبارت $(2\sqrt{2} + \sqrt{7})^{-2} (2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{-3}$ برابر است با:

(۱) $2\sqrt{2} + \sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۵۶. مقدار $\sqrt[3]{\sqrt{7} - 4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3} - 1$

۵۷. به ازای کدام مقدار a حاصل $\sqrt[3]{7 + a\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ یک عدد طبیعی است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۸. به $B = (a - 3)(a + 1)$ چقدر افزوده شود تا جذر آن $a - 1$ گردد؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) هیچ

۵۹. اگر $x - \frac{1}{x-1} = 4$ حاصل $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2}$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۸

۶۰. اگر $A = (\sqrt{2} + 1)^{x-1}$ و $B = (\sqrt{2} - 1)^{x+1}$ آنگاه AB کدام است؟

(۱) $3 + 2\sqrt{2}$ (۲) $3 - 2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} + 1$ (۴) $\sqrt{2} - 1$



پرسش‌های تکمیلی فصل ۱

۶۱. اگر $x^2 + y^2 = a$ و $xy = b$ حاصل کسر $\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$ کدام است؟

$$\frac{a^2 - 2b}{a^3 - 3ab^2} \quad (۴) \quad \frac{a^2 - 2b^2}{a^3 - 3a^2b^2} \quad (۳) \quad \frac{a^2 - 2b^2}{a^3 - 3ab^2} \quad (۲) \quad \frac{a^2 - 2b}{a^3 - 3ab} \quad (۱)$$

۶۲. حاصل $\frac{4^{x+1} + 2^{2x-1}}{2^{2x+1} + 4^{nx}}$ به ازای جميع مقادير x با مقدار ثابت a برابر است. مقدار $a+n$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴) \quad \frac{5}{4} \quad (۳) \quad \frac{5}{2} \quad (۲) \quad \frac{3}{2} \quad (۱)$$

۶۳. اگر $0 < a < 1$ آنگاه حاصل $P = |a - \sqrt[3]{a}| - |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

$$\sqrt[2]{a} \quad (۱) \quad \sqrt{a} - \sqrt{a} \quad (۲) \quad 2\sqrt[2]{a} \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۴)$$

۶۴. حاصل عبارت $\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt{\sqrt{2}-1}$ برابر است با:

$$\sqrt{2}-1 \quad (۳) \quad \sqrt{2}+1 \quad (۳) \quad 1 \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$

۶۵. اگر $x = \sqrt[n]{n^{n-1}}$ و $y = n^{\frac{1-2n}{n}}$ عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشد، حاصل nxy کدام است؟

$$\sqrt[n]{n} \quad (۴) \quad \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \quad (۳) \quad \frac{1}{n} \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

۶۶. با فرض $A = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1}(\sqrt{\sqrt{3}+1})^{\frac{2}{3}}$ حاصل $\sqrt[3]{27A}$ کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (۴) \quad \sqrt[3]{3} \quad (۳) \quad \sqrt[3]{6} \quad (۲) \quad \sqrt{6} \quad (۱)$$

۶۷. با فرض $5a^2 + b^2 - 2ab + 4a + 1 = 0$ حاصل $2a - b$ کدام است؟

$$-2 \quad (۴) \quad 2 \quad (۳) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad -\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۶۸. حاصل $\sqrt[4]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[4]{4}$ کدام است؟

$$4 \quad (۴) \quad 3 \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

۶۹. عدد $3 - 2\sqrt{2}$ با چه عددی عکس یکدیگرند؟

$$2\sqrt{2}+3 \quad (۱) \quad 2-3\sqrt{2} \quad (۲) \quad 2+3\sqrt{2} \quad (۳) \quad 2\sqrt{2}-3 \quad (۴)$$

۷۰. حاصل $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$ کدام است؟

$$1 \quad (۴) \quad 11 \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad 9 \quad (۱)$$

۷۱. از بین اعداد $5 - \sqrt{26}$ ، $a = \sqrt{26} - 5$ ، $b = \sqrt{27} - 5$ ، $c = 5 - \sqrt{24}$ و $d = 5 - \sqrt{23}$ کدام یک از بقیه کوچک‌تر است؟

$$d \quad (۴) \quad c \quad (۳) \quad b \quad (۲) \quad a \quad (۱)$$

۷۲. با فرض $x = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$ حاصل $x^3 - 6x$ کدام است؟

$$9 \quad (۴) \quad 12 \quad (۳) \quad 3 \quad (۲) \quad 6 \quad (۱)$$

۷۳. گویا شده مخرج کسر $\frac{x-y^2}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{y}}$ کدام است؟

$$(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (۴) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) \quad (۳) \quad (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt{x} + y) \quad (۲) \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (۱)$$

۷۴. اگر $x = \sqrt{a} + \sqrt{a+1}$ باشد، حاصل $(x + \frac{1}{x})^2$ کدام است؟ ($a > 1$)

$$4a \quad (۴) \quad 2a \quad (۳) \quad \frac{4}{a} \quad (۲) \quad \frac{2}{a} \quad (۱)$$

۷۵. معادله $\sqrt{(x-6)^2(x-2)} = (6-x)\sqrt{x-2}$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$3 \quad (۴) \quad 4 \quad (۳) \quad 5 \quad (۲) \quad 6 \quad (۱)$$



۷۶. اگر $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{2}{5}$ باشد، آنگاه $\frac{x}{x^2+1}$ برابر است با:

$\frac{14}{15}$ (۴) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{4}{17}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۱)

۷۷. اگر $3^x = 18$ و $2^y = 6$ آنگاه حاصل $(x-2)(y-1)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۷۸. عبارت $x^3 + x - 10$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

$x^2 - 1$ (۴) $x + 2$ (۳) $x^2 + 2x + 5$ (۲) $x^2 - 2x + 5$ (۱)

۷۹. حاصل عبارت $(4x^2 - 6x + 9)(2x + 3)$ به ازای $x = \sqrt[3]{-3}$ چقدر است؟

۳ (۴) $3\sqrt[3]{-3}$ (۳) -۳ (۲) $-\sqrt[3]{3}$ (۱)

۸۰. اگر $a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ باشد، مقدار $a^2 - 3a$ کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)



پاسخ کلیدی پرسش‌های فصل ۱

	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴			
۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۱۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۳۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۴۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۳۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۱۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۲۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۵۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۲۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۵۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۵۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۲۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۲۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۶۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۳۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۳۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۶۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۱۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		۸۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	





۱۰. گزینه ۱ صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{3 - 2} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$$

۱۱. گزینه ۴

$$a^x < a \Rightarrow a^x - a < 0 \Rightarrow a(a-1) < 0 \Rightarrow 0 < a < 1$$

در این صورت هرچه توان a کمتر باشد، عدد بیشتر است؛ پس:

$$\frac{1}{a^x} > \frac{1}{\sqrt{a}} > \sqrt{a} > a^x$$

۱۲. گزینه ۴ $2 < \sqrt{n} < 3 \Rightarrow 2^3 < n < 3^3 \Rightarrow 8 < n < 27$

n یکی از اعداد ۹، ۱۰، ۱۱، ... و ۲۶ می‌تواند باشد که تعداد آن‌ها ۱۸ است و داریم:

$$9 + 10 + 11 + \dots + 26 = S_{18} = \frac{18}{2}(9 + 26) = 315$$

۱۳. گزینه ۳ $0 < a^x < 1$ پس اگر $m > n$ باشد، آنگاه

$$\sqrt[m]{a^x} > \sqrt[n]{a^x} \text{ است } (m, n \in \mathbb{N}) \text{ بنابراین گزینه «۳» صحیح است.}$$

۱۴. گزینه ۳ اگر $0 < a < 1$ آنگاه $\sqrt{a} > a$ و اگر $0 < a < 1$ آنگاه

$\sqrt{a} < a$ و اگر $a < -1$ آنگاه $\sqrt{a} > a$ ؛ پس گزینه‌ی «۳» صحیح است.

۱۵. گزینه ۴ $P = \sqrt{2} \times 3^x - \sqrt{10} \times 2a + \sqrt{4} \times 2a^x$

$$= 3\sqrt{2} - 10a\sqrt{2} + 4|a|\sqrt{2}$$

$$= \begin{cases} (3-10a+4a)\sqrt{2} = (3-6a)\sqrt{2} & a \geq 0 \\ (3-10a-4a)\sqrt{2} = (3-14a)\sqrt{2} & a < 0 \end{cases}$$

پس باید یکی از حالات زیر رخ دهد:

$$a \geq 0 : 3 - 6a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \quad \checkmark \quad (1)$$

$$a < 0 : 3 - 14a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{7} \quad \times \quad (2)$$

۱۶. گزینه ۱ $b^x = ac \Rightarrow ((\delta^x)^{x+y})^z = \delta^{xy-3x} \times (\delta^{-x})^{x-y}$

$$\Rightarrow \delta^{x^2+4xy} = \delta^x \Rightarrow 4x + 4y = 0 \Rightarrow x = -y$$

۱۷. گزینه ۲ $x = \sqrt[3]{2} \times 3^x + \sqrt[3]{2} \times 5^x$

$$= 3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} = 8\sqrt[3]{2} = 2^3 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = (2^{\frac{10}{3}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{3}} = 2 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{4}$$

۱۸. گزینه ۴

$$a^x = 27\sqrt{3} \Rightarrow a^x = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a^x = 3^{\frac{7}{2}} \Rightarrow a = 3^{\frac{7}{2x}}$$

در رابطه $9^x = a^x$ جایگزین می‌کنیم:

$$9^x = (3^{\frac{7}{2}})^x = (3^{\frac{7}{2}})^{\frac{7}{2}} = 9^{\frac{7}{2}} \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

۱. گزینه ۴ $x < 0$ است؛ پس:

$$P = |x| + x + |x| + x = 2(|x| + x) = 2(-x + x) = 0$$

۲. گزینه ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: به ازای $n=1$ رابطه برقرار نیست.

گزینه «۳»: اگر $a=1$ ، $b=1$ و $n=2$ باشد، رابطه برقرار نیست.

گزینه «۴»: اگر $a < a^x$ آنگاه $a > 1$ یا $a < 0$. حال به ازای $a=-2$ و

$n=3$ رابطه $a < a^n$ برقرار نیست.

گزینه «۲»: همواره برقرار است.

۳. گزینه ۴ $x < -1 \Rightarrow \sqrt[3]{x} > x$

$$-1 < y < 0 \Rightarrow \sqrt[3]{y} < y$$

$$0 < z < 1 \Rightarrow \sqrt[3]{z} > z$$

$$t > 1 \Rightarrow \sqrt[3]{t} < t$$

پس فقط عدد t به درستی نشان داده شده است.

۴. گزینه ۲ $2a^x + 4b^x - 4ab - 2a + 1 = 0$

$$\Rightarrow (a^x - 2a + 1) + (a^x + 4b^x - 4ab) = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^x + (a-2b)^x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-1)^x = 0 \Rightarrow a = 1 \\ (a-2b)^x = 0 \Rightarrow a = 2b \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\text{پس } a + b = \frac{3}{2}$$

۵. گزینه ۳ عبارت داده شده برابر $(x-1)^x + 1 - 3\sqrt{3}$ است و

به ازای $x = \sqrt{3} + 1$ برابر است با:

$$(\sqrt{3})^{\sqrt{3}+1} + 1 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} = 1$$

۶. گزینه ۴

$$(x^x - 6x - 4)^2 - 12^2 = (x^x - 6x - 16)(x^x - 6x + 8)$$

$$= (x+2)(x-8)(x-2)(x-4)$$

۷. گزینه ۳ $x^x(x+2) - (x+2) = (x+2)(x^x - 1)$

$$= (x+2)(x+1)(x-1)$$

۸. گزینه ۴

$$\sqrt{9 \pm 4\sqrt{5}} = \sqrt{9 \pm 2\sqrt{20}} = \sqrt{(\sqrt{5} \pm \sqrt{4})^2} = |\sqrt{5} \pm \sqrt{4}|$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

$$(\sqrt{5} + 2) - (\sqrt{5} - 2) = 4$$

۹. گزینه ۴ $\frac{x^2 - 4x - x - 6}{x - 4} \cdot \frac{x^2 + 9 - 5x - 5}{x + 1}$

$$= \frac{(x+1)(x-6)}{x-4} \cdot \frac{(x-1)(x-4)}{x+1}$$

$$= (x-6)(x-1) = x^2 - 7x + 6$$

توجه می‌توان مثلاً به ازای $x=2$ مقدار عبارت را یافت و با گزینه‌ها

مقایسه کرد.



۱۹. گزینه ۲) $b^x - a^x = -1$ است، پس:

$$b^x - a^x = (b^x - a^x)^x + 3b^x a^x (b^x - a^x) \\ = (-1)^x + 3b^x a^x (-1) = -3a^x b^x - 1$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{-3a^x b^x - 1 + 1}{3a^x b^x} = -1; ab \neq 0$$

توجه) $a^x = 2$ و $b^x = 1$ در شرایط مسئله صدق می کند. به ازای این مقادیر حاصل برابر -1 است و فقط گزینه «۲» می تواند صحیح باشد.

۲۰. گزینه ۳) $x^x + x^x + 1 = (x^x + 2x^x + 1) - x^x$

$$= (x^x + 1)^2 - (x^x)^2 = (x^x + 1 + x)(x^x + 1 - x)$$

۲۱. گزینه ۲)

$$(m^x - m^x n) + (mn^x - n^x) = m^x(m - n) + n^x(m - n)$$

$$= (m - n)(m^x + n^x)$$

$$= (m - n)(m + n)(m^x - mn + n^x)$$

عبارت بر $m^x - mn + n^x$ بخش پذیر است.

۲۲. گزینه ۱) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$

$$= \frac{A(x+1)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x+1)}{x(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{A(x^2 + 3x + 2) + B(x^2 + 2x) + C(x^2 + x)}{x(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{(A+B+C)x^2 + (3A+2B+C)x + 2A}{x(x+1)(x+2)}$$

عبارت به دست آمده برابر طرف دوم تساوی است؛ پس:

$$\begin{cases} A+B+C=0 \Rightarrow \text{گزینه ۱} \\ 3A+2B+C=0 \\ 2A=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = -1 \\ C = \frac{1}{2} \end{cases}$$

توجه) دو طرف را در x ضرب می کنیم. عبارت حاصل اتحاد است.

به جای x عدد صفر را قرار می دهیم، A به دست خواهد آمد:

$$A + \frac{Bx}{x+1} + \frac{Cx}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$\stackrel{x=0}{\Rightarrow} A + 0 + 0 = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

حال دو طرف را در $x+1$ و نیز $x+2$ ضرب می کنیم تا B و C حاصل شود:

$$\frac{A(x+1)}{x} + B + \frac{C(x+1)}{x+2} = \frac{1}{x(x+2)} \stackrel{x=-1}{\Rightarrow} B = -1$$

$$\frac{A(x+2)}{x} + \frac{B(x+2)}{x+1} + C = \frac{1}{x(x+1)} \stackrel{x=-2}{\Rightarrow} C = \frac{1}{2}$$

۲۳. گزینه ۱) $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}} = 1-\sqrt{2}$

اگر $\alpha + \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$ گویا باشد، α می تواند برابر $\sqrt{2}$ باشد.

۲۴. گزینه ۲) عبارت داده شده برابر است با:

$$(\alpha^x + \beta^x)^x - (\alpha\beta)^x = \alpha^x + \beta^x + 2\alpha^x \beta^x - \alpha^x \beta^x \\ = \alpha^x + \beta^x + (\alpha\beta)^x \\ = (5 + 2\sqrt{6}) + (5 - 2\sqrt{6}) + (\sqrt[3]{25 - 24})^x \\ = 10 + 1 = 11$$

۲۵. گزینه ۲) با فرض $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2} = a$ داریم:

$$(\sqrt{x+5} + \sqrt{x+2})(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}) = 12a$$

$$(x+5) - (x+2) = 12a \Rightarrow 3 = 12a \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۲۶. گزینه ۱) $\frac{1}{x} = \frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -1-\sqrt{2}$

$$(x + \frac{1}{x})^{\frac{1}{2}} = ((1-\sqrt{2}) + (-1-\sqrt{2}))^{\frac{1}{2}} = (-2\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$$

$$= ((-\sqrt{2})^2)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2}$$

۲۷. گزینه ۲)

$$P = \frac{(\sqrt{3} + a) + (\sqrt{3} - a)}{3 - a^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3 - (3 - \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

۲۸. گزینه ۳) معکوس $A = \sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^x}$ را می یابیم:

$$A = \sqrt[3]{((1+\sqrt{2})^x)^2} = \sqrt[3]{(3+2\sqrt{2})^x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt[3]{(3+2\sqrt{2})^x}} \times \frac{\sqrt[3]{(3-2\sqrt{2})^x}}{\sqrt[3]{(3-2\sqrt{2})^x}} = \sqrt[3]{(3-2\sqrt{2})^x}$$

$$\Rightarrow a = 3$$

۲۹. گزینه ۲) $(x^5 - x^x) - (4x - 4) = x^x(x-1) - 4(x-1)$

$$= (x-1)(x^x - 4)$$

$$= (x-1)(x^x + 2)(x^x - 2)$$

۳۰. گزینه ۴) دو طرف را به توان دو می رسانیم:

$$a + b + 2\sqrt{ab} = a + b \Rightarrow ab = 0$$

حداقل a یا b صفر است. در این صورت گزینه «۴» صحیح است.

۳۱. گزینه ۲) $[2, 3, 5, 6] = 30$ و می توان نوشت:

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^{15}}, \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^{10}}, \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^6}, \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{6^5}$$

$$3^2 > 2^3 \Rightarrow 3^{10} > 2^{15} \Rightarrow \sqrt[3]{3^{10}} > \sqrt[3]{2^{15}}$$

$$3^5 > 5^3 \Rightarrow 3^{10} > 5^6 \Rightarrow \sqrt[3]{3^{10}} > \sqrt[3]{5^6}$$

$$3^2 > 6 \Rightarrow 3^{10} > 6^5 \Rightarrow \sqrt[3]{3^{10}} > \sqrt[3]{6^5}$$

پس $\sqrt[3]{3}$ از سایرین بزرگ تر است.

۳۲. گزینه ۴) $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} = (2^y)^{\frac{1}{2y}} = (\sqrt{2})^{\frac{1}{2y}} = 2^{\frac{1}{2y}}$

$$5^x = 5^{\frac{1}{2y}} \Rightarrow x = \frac{1}{2y} \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$$

۳۳. گزینه ۳) دقت کنید که $4/45^2 = 19/8025$ و

$$4/47^2 = 19/9809$$

با دو رقم اعشار $4/49^2 > 20$ قطعاً؛ پس $\sqrt{20}$ با دو رقم اعشار برابر $4/47$ است.

راه دوم:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5+\sqrt{17}} \times \frac{5-\sqrt{17}}{5-\sqrt{17}} = \frac{5-\sqrt{17}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2x} = \frac{5-\sqrt{17}}{16}$$

پس حاصل خواسته شده برابر است با:

$$A = \sqrt{\frac{(5+\sqrt{17})-1+(5-\sqrt{17})}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

۳۴. گزینه ۲: $x-2$ یک عامل تجزیه است؛ پس:

$$x^2 - 7x + a = (x-2)(x^2 + mx + n)$$

$$= x^2 + (m-2)x^2 + (n-2m)x - 2n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-2=0 \\ n-2m=-7 \\ a=-2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-3 \\ a=6 \end{cases}$$

در این صورت:

$$x^2 - 7x + 6 = (x-2)(x^2 + 2x - 3) = (x-2)(x-1)(x+3)$$

راه دوم: عبارت $P(x) = x^2 - 7x + a$ بر $x-2$ بخش پذیر است؛
پس: $P(2) = 0$:

$$8 - 14 + a = 0 \Rightarrow a = 6$$

$$\Rightarrow P(x) = x^2 - 7x + 6 = (x-2)(x^2 + 2x - 3)$$

$$= (x-2)(x-1)(x+3)$$

پس $x-1$ و $x+3$ نیز از عوامل تجزیه $P(x)$ هستند.

$$a = a^0 b^0 \Rightarrow a^{-x} = b^0 \Rightarrow a = b^{-\frac{0}{x}} \quad \text{گزینه ۴۱}$$

این رابطه را در دومی جای گذاری می کنیم:

$$b^{-x} = (b^{-\frac{0}{x}} b)^x = (b^{-\frac{1}{x}})^x = b^{-\frac{x}{x}} \Rightarrow -3 = -\frac{x}{x} \Rightarrow x = 12$$

۴۲. گزینه ۱:

$$a = \sqrt[3]{16} \Rightarrow a^3 = \sqrt[3]{256}$$

از طرفی $7^3 = 343$ و $6^3 = 216$ ؛ پس:

$$216 < 256 < 343 \Rightarrow 6 < \sqrt[3]{256} < 7 \Rightarrow n = 6$$

۴۳. گزینه ۱:

$$24 = 2^3 \times 3, \quad 36 = 2^2 \times 3^2, \quad 48 = 2^4 \times 3$$

ک.م.م این سه عدد برابر $2^4 \times 3^2 = 144$ است؛ پس:

$$a = \sqrt[144]{36} = \sqrt[144]{729}, \quad b = \sqrt[144]{4^4} = \sqrt[144]{256}$$

$$, \quad c = \sqrt[144]{5^3} = \sqrt[144]{125}$$

پس $a > b > c$

۴۴. گزینه ۳:

$$\sqrt{(\sqrt{4}\sqrt{2}-\sqrt{2})(2\sqrt{2}+4\sqrt{2})} = \sqrt{3\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}} = \sqrt{36} = 6$$

۴۵. گزینه ۳: عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{a^{\frac{1}{a}} \times b^{\frac{1}{b}}}{a^{\frac{1}{b}} \times b^{\frac{1}{a}}} = a^{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}} \times b^{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}} \Rightarrow n = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$256 < 490 < 625 \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{490} < 5 \quad \text{گزینه ۳۴}$$

حال باید ببینیم $\sqrt[4]{490}$ به ۴ نزدیک تر است یا ۵. در واقع باید بررسی کنیم $a = 5 - \sqrt[4]{490}$ بزرگ تر است یا $b = \sqrt[4]{490} - 4$. فرض کنیم $a > b$ در این صورت:

$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0 \Leftrightarrow (5 - \sqrt[4]{490}) - (\sqrt[4]{490} - 4) > 0$$

$$\Leftrightarrow 9 > 2\sqrt[4]{490} \Leftrightarrow 9^4 > 2^4 \times 490 \Leftrightarrow 6561 > 7840$$

نا درست

پس $a < b$ ؛ بنابراین $\sqrt[4]{490}$ به ۵ نزدیک تر است.

۳۵. گزینه ۴: دو طرف رابطه داده شده را به توان سه می رسانیم:

$$(x+2) + (1-x) + 3\sqrt[3]{(x+2)(1-x)}(\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{1-x}) = 1$$

$$\Rightarrow 3 + 3\sqrt[3]{-x^2 - x + 2} = 1 \Rightarrow 2 = 3\sqrt[3]{x^2 + x - 2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^2 + x - 2} = \frac{2}{3}$$

۳۶. گزینه ۴:

$$x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \Rightarrow x^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$\Rightarrow x^3 = (1+\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2}) - 3\sqrt[3]{1-2} x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

$$4^{0,75} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2} \quad \text{گزینه ۳۷}$$

$$9^{0,25} = (3^2)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

حال کسر داده شده را ساده می کنیم:

$$\frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})+(\sqrt{3})} \times \frac{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1+2+2\sqrt{2})-3}$$

$$= 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

پس عبارت داده شده برابر است با: $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2}$

۳۸. گزینه ۲: طرف راست تساوی را ساده تر می کنیم:

$$\frac{a(x^2 + x + 1) + (bx + c)(x - 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^2 - 1}$$

باید صورت کسر معادل عدد یک باشد؛ پس باید:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a-b+c=0 \\ a-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = -\frac{2}{3}$$

۳۹. گزینه ۲:

$$A = \sqrt{\frac{x-1}{16} + \frac{1}{2x}} = \sqrt{\frac{x^2 - x + 8}{16x}}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{(25+10\sqrt{17}+17)-(5+\sqrt{17})+8}{5+\sqrt{17}}}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{45+9\sqrt{17}}{5+\sqrt{17}}} = \frac{1}{4} \sqrt{9} = \frac{3}{4} = 0,75$$





۴۶. گزینه ۲) با توجه به رابطه $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ داریم:

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt{2}$$

پس حاصل P برابر است با:

$$P = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2(2+\sqrt{3})} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = 1+\sqrt{3}$$

۴۷. گزینه ۴) $P = \frac{1+x+x^2+\dots+x^{\lambda}}{x^{-\lambda}(x^{\lambda}+x^{\lambda}+x^{\lambda}+\dots+1)} = \frac{1}{x^{-\lambda}} = x^{\lambda}$

پس P به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر است با: $(\sqrt{2})^{\lambda} = 2^{\lambda} = 16$

۴۸. گزینه ۱)

$$(3a^2 + 3ab) - (ab + b^2) = 3a(a+b) - b(a+b) \\ = (a+b)(3a-b)$$

۴۹. گزینه ۱) $x^2 = (5+2\sqrt{6}) + (5-2\sqrt{6})$

$$+ 3\sqrt{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \underbrace{\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}}_x$$

$$x^2 = 10 + 3\sqrt{25-24} = 10 + 3 = 13$$

۵۰. گزینه ۳) $\frac{a^2+b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)} = \frac{1}{a^2-b^2}$

۵۱. گزینه ۱) $3a^2 + 7ab - 6b^2 = 0 \Rightarrow (a+3b)(3a-2b) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3b \\ a = \frac{2}{3}b \end{cases}$$

۵۲. گزینه ۲) $x^2 = \frac{5+1-2\sqrt{5}}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

ملاحظه می شود که: $x^2 + x = 1$.

راه دوم: $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{5}-1 \Rightarrow 2x+1 = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 5 \Rightarrow x^2 + x = 1$$

پس $x^2 + x$ عددی صحیح است.

۵۳. گزینه ۱) $\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3^6}-\sqrt[3]{5^4}+\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{2}}$

$$= \frac{(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt[3]{3^9}+\sqrt[3]{2^3}} = \frac{(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$$

۵۴. گزینه ۲) $x^2 = 3+2-2\sqrt{6} \Rightarrow x^2 - 5 = -2\sqrt{6}$

$$\Rightarrow x^4 - 10x^2 + 25 = 24 \Rightarrow x^4 - 10x^2 = -1$$

۵۵. گزینه ۲) دقت کنید که:

$$(2\sqrt{2}-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{5}) = 8-5 = 3 \\ \Rightarrow 2\sqrt{2}+\sqrt{5} = (2\sqrt{2}-\sqrt{5})^{-1}$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

$$(2\sqrt{2}-\sqrt{5})^{-2} (2\sqrt{2}-\sqrt{5})^4 = 2\sqrt{2}-\sqrt{5}$$

۵۶. گزینه ۲)

$$7-4\sqrt{3} = 7-2\sqrt{12} = (\sqrt{4}-\sqrt{3})^2 = (2-\sqrt{3})^2$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

$$\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^2} \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} = 2-\sqrt{3}$$

۵۷. گزینه ۳) فرض کنیم $\sqrt[3]{7+a\sqrt{2}} - \sqrt{2} = n \in \mathbb{N}$ در این صورت:

$$\sqrt[3]{7+a\sqrt{2}} = n + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 7+a\sqrt{2} = n^3 + 3n^2\sqrt{2} + 3n(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$

$$\Rightarrow 7+a\sqrt{2} = n^3 + 6n + (3n^2+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7 = n^3 + 6n \\ a = 3n^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ a = 5 \end{cases}$$

۵۸. گزینه ۲)

$$B = a^2 - 2a - 3 \Rightarrow B + 4 = a^2 - 2a + 1 \Rightarrow B + 4 = (a-1)^2$$

۵۹. گزینه ۲) دو طرف را منهای ۱ کرده و سپس به توان دو می رسانی:

$$x-1 - \frac{1}{x-1} = 3 \Rightarrow (x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2 = 9$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} = 11$$

۶۰. گزینه ۲) دقت کنید که $2-1=1 = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ ؛ پس

$$(\sqrt{2}+1) = (\sqrt{2}-1)^{-1}$$

$$AB = (\sqrt{2}-1)^{-x+1} (\sqrt{2}-1)^{x+1} = (\sqrt{2}-1)^2 \\ = 2+1-2\sqrt{2} = 3-2\sqrt{2}$$

۶۱. گزینه ۲)

$$\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2} = \frac{(x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2}{(x^2+y^2)^2 - 3x^2y^2(x^2+y^2)} = \frac{a^2-2b^2}{a^2-3b^2a}$$

۶۲. گزینه ۲) $a = \frac{(2^2)^{x+1} + 2^{2x-1}}{2^{2x+1} + (2^2)^{nx}} = \frac{2^{2x+2} + 2^{2x-1}}{2^{2x+1} + 2^{2nx}}$

$$= \frac{2^{2x}(2^2 + 2^{-1})}{2^{2x}(2 + 2^{(n-2)x})} = \frac{9}{2 + 2^{(n-2)x}}$$

اگر عبارت فوق ثابت باشد، $2n-2=0$ ؛ پس $n=1$ و در این صورت:

$$a = \frac{9}{2+1} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow a+n = \frac{5}{2}$$

۶۳. گزینه ۴) $0 < a < 1$ ؛ پس اگر $m > n$ آنگاه $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ است

$(m, n \in \mathbb{N})$ ؛ پس:

$$P = (-a + \sqrt{a}) - (-a + \sqrt{a}) - (\sqrt{a} - \sqrt{a}) = 0$$

۶۴. گزینه ۴)

$$3-2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-\sqrt{1})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{\sqrt{2}-1}$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

$$\sqrt{\sqrt{2}-1} \sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$



۷۳. گزینه ۲

$$\frac{x-y^r}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x-y^r)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}-y} \times \frac{\sqrt{x}+y}{\sqrt{x}+y}$$

$$= \frac{(x-y^r)(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+y)}{x-y^r} = (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+y)$$

۷۴. گزینه ۴

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}{a-(a-1)} = \sqrt{a}-\sqrt{a-1}$$

پس:

$$(x+\frac{1}{x})^r = (\sqrt{a}+\sqrt{a-1}+\sqrt{a}-\sqrt{a-1})^r = (2\sqrt{a})^r = 4a$$

۷۵. گزینه ۲

$$\sqrt{(x-6)^2(x-2)} = |x-6|\sqrt{x-2}$$

پس تساوی زمانی برقرار است که:

$$\begin{cases} x-6 \leq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 6 \Rightarrow x = 2, 3, 4, 5, 6$$

۷۶. گزینه ۲

$$5\sqrt{x} = 2x+2 \Rightarrow 25x = 4x^2+8x+4$$

$$\Rightarrow 17x = 4x^2+4 \Rightarrow \frac{x}{x^2+1} = \frac{4}{17}$$

۷۷. گزینه ۱ سعی می‌کنیم $x-2$ و $y-1$ را بسازیم:

$$3^{x-2} = 18 \Rightarrow \frac{3^x}{9} = 2 \Rightarrow 3^{x-2} = 2$$

$$2^y = 6 \Rightarrow \frac{2^y}{2} = 3 \Rightarrow 2^{y-1} = 3$$

در عبارت اول، به جای ۳ و 2^{y-1} را جایگزین می‌کنیم:

$$3^{x-2} = 2 \Rightarrow (2^{y-1})^{x-2} = 2 \Rightarrow 2^{(y-1)(x-2)} = 2$$

$$\Rightarrow (y-1)(x-2) = 1$$

۷۸. گزینه ۲

$$x^r + x - 10 = (x^r - 8) + (x - 2)$$

$$= (x-2)(x^r + 2x + 4) + (x-2)$$

$$= (x-2)[(x^r + 2x + 4) + 1]$$

$$= (x-2)(x^r + 2x + 5)$$

۷۹. گزینه ۴ عبارت داده شده برابر $8x^3 + 27 = (2x)^3 + (3)^3$ است و به ازای $x = \sqrt[3]{-3}$ برابر است با:

$$8(-3) + 27 = 3$$

۸۰. گزینه ۲

$$a = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \Rightarrow 2a = 3-\sqrt{17} \Rightarrow \sqrt{17} = 3-2a$$

دو طرف را به توان دو می‌رسانیم:

$$17 = 9 - 12a + 4a^2 \Rightarrow 4a^2 - 12a = 8 \Rightarrow a^2 - 3a = 2$$

۶۵. گزینه ۲

$$xy = n^{\frac{n-1}{n}} \times n^{\frac{1-3n}{n}} = n^{\frac{-2n}{n}} = n^{-2} = \frac{1}{n^2} = nxy = \frac{1}{n}$$

۶۶. گزینه ۲

$$(\sqrt{\sqrt{3}+1})^{\frac{r}{2}} = ((\sqrt{3}+1)^{\frac{1}{2}})^{\frac{r}{2}} = (\sqrt{3}+1)^{\frac{r}{4}} = \sqrt[4]{\sqrt{3}+1}$$

$$A = \sqrt[4]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[4]{\sqrt{3}+1} = \sqrt[4]{3-1} = \sqrt[4]{2}$$

پس:

$$\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{3}$$

$$\sqrt[4]{27}A = \sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{6}$$

ضمناً:

پس:

۶۷. گزینه ۱

$$(a^r + b^r - 2ab) + (4a^r + 4a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^r + (2a+1)^r = 0 \Rightarrow (a-b)^r = -(2a+1)^r = 0$$

$$\Rightarrow a = b = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a - b = -1 - (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

۶۸. گزینه ۲

$$\sqrt[4]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3}+\sqrt{1})^2} = \sqrt[4]{\sqrt{3}+1}$$

پس عبارت چنین است:

$$\sqrt[4]{\sqrt{3}+1} \times \sqrt[4]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{3-1} \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{8} = 2$$

۶۹. گزینه ۱

$$\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} = 3+2\sqrt{2}$$

۷۰. گزینه ۱ مخرج هر یک از کسرها را گویا می‌کنیم (صورت و مخرج هر کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم):

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \dots$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} \times \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{100}-\sqrt{99}}$$

$$= (\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + \dots$$

$$+ (\sqrt{100}-\sqrt{99})$$

$$= \sqrt{100} - \sqrt{1} = 9$$

۷۱. گزینه ۱ به محور زیر توجه کنید:



دو عدد $\sqrt{24}$ و $\sqrt{26}$ به ۵ نزدیک‌ترند. پس کافی است a و c را مقایسه کنیم. حال با فرض $a < c$ مسئله را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{26} - 5 < 5 - \sqrt{24} \Rightarrow \sqrt{26} + \sqrt{24} < 10$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 26 + 24 + 2\sqrt{624} < 100 \Rightarrow \sqrt{624} < 25$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 624 < 625$$

پس $a < c$ صحیح است.

۷۲. گزینه ۱ با توجه به اتحاد $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ دو طرف رابطه داده شده را به توان سه می‌رسانیم:

$$x^3 = 4+2+3\sqrt[3]{4 \times 2}(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}) \Rightarrow x^3 = 6+6x$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x = 6$$



آزمون‌های سه‌گانه فصل ۱

آزمون ۱

۱. حاصل $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{3}-2$ (۳) ۴ (۴)

۲. اگر $0 < a < 1$ ، بزرگ‌ترین عدد از بین اعداد a^2 ، \sqrt{a} ، $\frac{1}{a^2}$ و $\frac{1}{\sqrt{a}}$ کدام است؟

- a^2 (۱) \sqrt{a} (۲) $\frac{1}{a^2}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ (۴)

۳. کدام عبارت زیر، یکی از عوامل تجزیه‌ی $x^3 - 7x + 6$ نمی‌باشد؟

- $x-1$ (۱) $x-2$ (۲) $x+3$ (۳) $x+2$ (۴)

۴. با فرض $x + \frac{1}{x} = 3$ حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

۵. حاصل $a\sqrt{3} + \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ یک عدد گویاست، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۶. با فرض $4a^2 + 8a + b^2 - 2b + 5 = 0$ حاصل $a-b$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۷. با فرض $x = 2 + \sqrt[3]{3}$ حاصل $x^3 - 6x^2 + 12x$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۸. با فرض $a^2 + 3a = 5$ حاصل $a(a+1)(a+2)(a+3)$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴)

۹. با فرض $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1} = 6$ حاصل $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۰. اگر $x+1$ یکی از عوامل تجزیه عبارت $x^3 + ax - 2$ باشد، کدام گزینه زیر نیز یک عامل P است؟

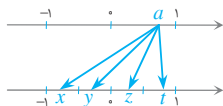
- $x+2$ (۱) $x-2$ (۲) $x-1$ (۳) $x+4$ (۴)

آزمون ۲

۱. حاصل $\sqrt[3]{x} \sqrt{x^4}$ برابر x است، مقدار n کدام است؟ ($x > 0$)

- $\frac{3}{2}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴)

۲. در شکل مقابل، نقطه a از محور بالا، به ریشه چهارم خود از محور



پایین وصل شده است. ریشه چهارم a کدام است؟

- y و z (۱) فقط t (۲)

- x و t (۳) فقط z (۴)

۳. یکی از عوامل تجزیه عبارت $x^2 - 6x^2 + 1$ کدام است؟

- $x^2 - 2x + 1$ (۱) $x^2 + 2x - 1$ (۲) $x^2 + 4x - 1$ (۳) $x^2 - 4x + 1$ (۴)

۴. اگر $A = (\sqrt{2}-1)^{x+1}$ و $B = (\sqrt{2}+1)^{2x}$ ، حاصل AB به‌ازای $x = \sqrt{2} + 1$ کدام است؟

- $\sqrt{2}-1$ (۱) $\sqrt{2}+1$ (۲) $3+2\sqrt{2}$ (۳) $3-2\sqrt{2}$ (۴)



۵. با فرض $a = \sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{4}$ ، حاصل \sqrt{a} کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{6}$ (۴) $2\sqrt[3]{4}$

۶. اگر $a^2 + 10b^2 - 2ab + 6b + 1 = 0$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۷. با فرض $a = \sqrt[3]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$ ، حاصل $a^3 - 3a$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۹ (۴) ۸

۸. اگر $a^2 + b^2 = 6ab$ و $ab \neq 0$ باشد، حاصل $\left| \frac{a+b}{a-b} \right|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۳

۹. اگر $-1 < a < 0$ و $A = \{a, a^2, a^3, \dots, a^{10}\}$ آنگاه اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو A کدام است؟

- (۱) $a^{10} - a^9$ (۲) $a^2 - a$ (۳) $a^{10} - a$ (۴) $a^6 - a^5$

۱۰. با فرض آنکه تساوی $\frac{1}{4x^2-1} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{2x+1}$ به‌ازای $x \neq \pm \frac{1}{2}$ ، یک اتحاد باشد، حاصل AB کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) -4 (۴) ۴

آزمون ۳

۱. با فرض $P = \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt[4]{2}}$ ، حاصل $P - \sqrt[4]{2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۲. اگر $3^x = \sqrt{6}$ و $6^y = \sqrt{3}$ باشد، حاصل xy کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳. یکی از عوامل تجزیه $4x^2 - y^2 - 4x^2 + 1$ کدام است؟

- (۱) $2x^2 - y - 1$ (۲) $2x^2 - y + 1$ (۳) $2x^2 - y - 2$ (۴) $2x^2 - y + 2$

۴. اگر $a + b = 3$ و $a^2 - b^2 = 15$ ، حاصل $a^3 + b^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۶۵ (۳) ۱۵ (۴) ۶۳

۵. با فرض $x = \frac{1}{8}$ ، حاصل $\frac{x + \sqrt[3]{x^7}}{\sqrt[3]{x+1}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۶. اگر $x - 2$ یکی از عوامل تجزیه $P = x^3 - ax - a + 1$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{P}{x-2}$ به‌ازای $x \neq 2$ کدام است؟

- (۱) $(x-2)^2$ (۲) $(x+1)^2$ (۳) $(x-3)^2$ (۴) $(x+3)^2$

۷. اعداد $x = 3^{a-2b}$ ، $y = a^{2a+b}$ ، $z = 27^{a-b}$ در رابطه‌ی $yz = xz$ صدق می‌کند. در این صورت کدام صحیح است؟ ($ab \neq 0$)

- (۱) $a = -\frac{9}{4}b$ (۲) $b = -\frac{9}{4}a$ (۳) $a = \frac{4}{9}b$ (۴) $b = \frac{4}{9}a$

۸. کدام عدد زیر به ۱۰ نزدیک‌تر است؟

- (۱) $\sqrt{101}$ (۲) $\sqrt{99}$ (۳) $\sqrt{1001}$ (۴) $\sqrt{999}$

۹. با فرض $A = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{16} + 2}$ ، حاصل $\sqrt[3]{2} - 1$ کدام است؟

- (۱) A (۲) $-A$ (۳) $-\frac{1}{2}A$ (۴) $\frac{1}{2}A$

۱۰. اگر $x + \frac{2}{x} = 5$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{8}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۱۱۹ (۲) ۹۵ (۳) ۱۱۰ (۴) ۹۰

کلید آزمون ۱

	۱	۲	۳	۴
۱	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۶	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۹	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۰	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

کلید آزمون ۲

	۱	۲	۳	۴
۱	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۷	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۰	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

کلید آزمون ۳

	۱	۲	۳	۴
۱	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۳	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۵	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۹	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۰	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

