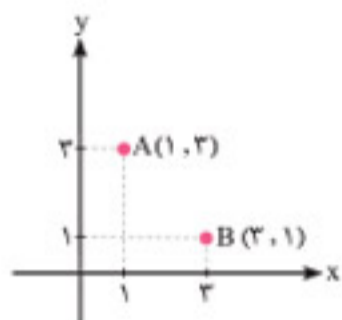


تابع

تابع سال دهم

زوج مرتب



به نماد (a, b) در ریاضی، می‌گوییم زوج مرتب که a عضو اول (مؤلفه اول) و b عضو دوم (مؤلفه دوم) نام دارد. دقت کنید همون طور که از اسم این نماد مشخصه، زوج مرتب (a, b) با (b, a) فرق دارد. اگر a و b دو عدد مختلف باشن، منظور از زوج مرتب (a, b) نقطه‌ای هست که طولش a و عرضش b هست؛ مثلاً زوج‌های $A(1, 3)$ و $B(3, 1)$ رو به صورت مقابل نمایش میدیم: کمی جلوتر می‌بینید که a و b لزوماً عدد نیستند. (موقع تعریف تابع، متوجه میشوید)

مساوی بودن دو زوج مرتب

دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) در صورتی با هم مساوی هستن که عضوهای اولشون با هم و عضوهای دومشون هم با هم برابر باشن یعنی:

$$a = c, b = d$$

تست نمونه: دو زوج مرتب $(2x - y, 3)$ و $(9, x + y)$ در صفحه مختصات، نمایش یک نقطه هستند. حاصل xy کدام است؟

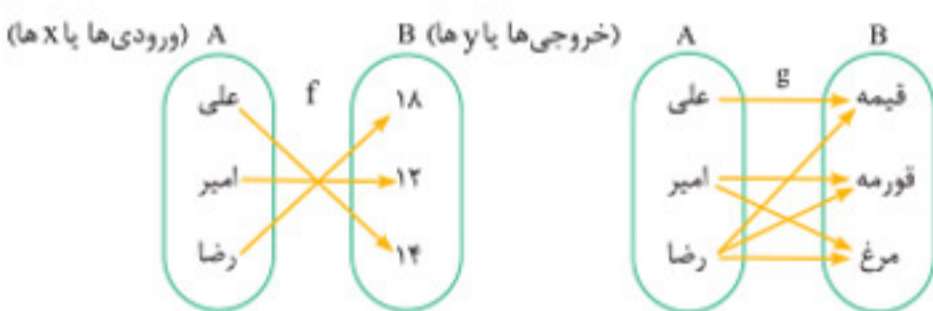
- ۴ (۱) -۴ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

پاسخ: وقتی گفته میشه دو زوج مرتب، فقط یک نقطه رو نمایش میدن به این معنی که با هم مساوی هستن پس خودمون میایم عضوهای اولشون رو با هم و عضوهای دومشون رو هم با همدیگه مساوی قرار میدیم:

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \xrightarrow{x+y=3} 4 + y = 3 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow xy = (4)(-1) = -4$$

بنابراین گزینه «۲» درست است.

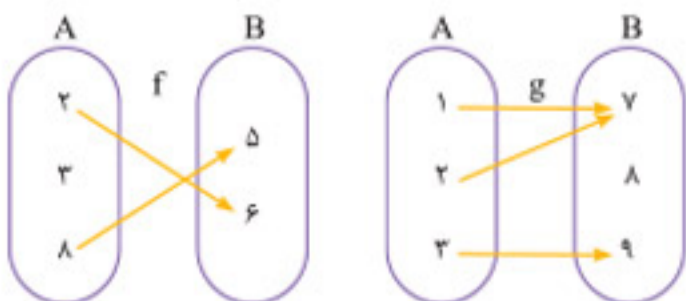
مفهوم تابع



به نمودار مقابل که نمودار پیکانی نام دارد توجه کنید: A : اسامی افراد و B : معدل دیپلم افراد) نمودار مقابل در واقع یک رابطه بین اسامی افراد و معدل دیپلم اون‌ها برقرار میکنه. در واقع A : اسامی افراد از نمودار پیکانی مقابل می‌فهمیم که معدل دیپلم علی برابر ۱۴، B : غذای مورد علاقه معدل دیپلم امیر برابر ۱۲ و معدل دیپلم رضا برابر ۱۸ است. حالا به نمودار پیکانی بعدی که مربوط به رابطه g هست توجه کنید:

به نظرتون فرق این نمودار با نمودار قبلی چیه؟ در نمودار اولی، هر فرد فقط یک معدل دیپلم داشت یعنی از هر عضو A فقط و فقط یک فلش (پیکان) خارج می‌شد ولی در نمودار دوم یک نفر ممکنه به دو یا سه غذای مختلف علاقه داشته باشه. الان تعریف تابع رو می‌گیم بعدش خودتون بگین f تابع بود یا g ؟
تعریف تابع: یک رابطه بین دو مجموعه A و B (اکثر اوقات می‌نویسیم $A \rightarrow B$) یک تابع نامیده میشه هر گاه به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نسبت داده بشه یا به عبارت ساده‌تر به ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشته باشیم یا به ازای هر x فقط یک y داشته باشیم.
 با توجه به این تعریف، نمودار پیکانی f که در ابتدای بحث مثال زدیم تابع است ولی نمودار پیکانی g بیانگر تابع نیست چون در g همون طور که دیدین به هر عضو A فقط یک عضو از B نسبت داده نمیشه (اگر از امیر و رضا هم یک فلش خارج میشد اون وقت g هم تابع بود).

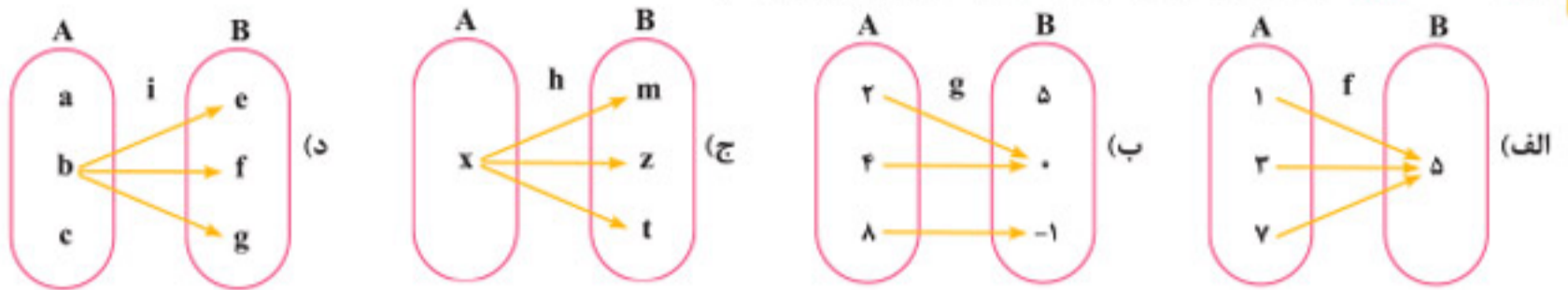
نمایش تابع با نمودار پیکانی



به راز مهم: در نمودار پیکانی مربوط به یک رابطه، اگر عضوی از A وجود داشته باشه که فلشی ازش خارج نشده باشه اون رابطه، تابع نیست ولی اگر به عضوی از مجموعه B فلش وارد نشه هیچ اشکال نداره و تابع بودن اون رابطه رو کنسل نمی‌کنه. ■

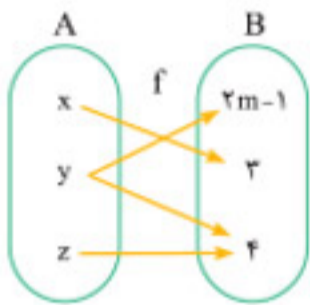
مثال: نمودار f تابع نیست؛ چون فلشی از ۳ خارج نشده، ولی نمودار g تابع است؛ چون از هر عضو A یک فلش خارج شده و ۸ که عضو B است و به اون فلشی وارد نشده مشکلی برای تابع بودن g ایجاد نمی‌کنه.

دست گرمی: تابع بودن یا نبودن نمودارهای پیکانی زیر را بررسی کنید.



پاسخ: f تابع است چون از هر عضو A فقط یک فلش (پیکان) خارج شده، g هم به دلیل مشابه، تابع است. همون طور که گفتیم اشکالی نداره که به عدد ۵ در مجموعه B فلشی وارد نشده است. رابطه h تابع نیست چون از عضو x بیش از یک فلش خارج شده است. رابطه i هم که تابع نیست، چون از b بیشتر از یک فلش خارج شده، ضمناً از a و c هم فلشی خارج نشده است.

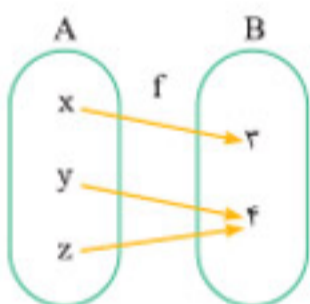
جراحی زیبایی در تابع نمودار پیکانی



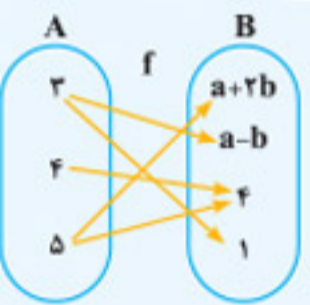
حتماً یادتونه که گفتیم در نمودار پیکانی یک تابع، از هر عضو مجموعه A دقیقاً باید یک فلش خارج بشه ولی گاهی اوقات یک نمودار پیکانی به ما میدن که از یک عضو A دو فلش خارج شده، بعدش میگوین این نمودار بیانگر تابع هست؛ مثل نمودار مقابل: این جاست که دست به کار می‌شیم تا این تابع رو که ظاهرش به تابع نمی‌خوره، جراحی کنیم. البته نوع جراحیمون سرپایی و بدون بیهوشیه!

از y دو تا فلش خارج شده پس باید اعداد انتهایی فلش‌های مربوط به y رو با هم مساوی بنذاریم:

$$y \begin{cases} 2m-1 \\ 4 \end{cases} \Rightarrow 2m-1=4 \Rightarrow m=\frac{5}{2}$$



با این کار، تابع f برمیگرده به چهره اصلیش؛ چون دیگه از هیچ عضو A دو تا فلش خارج نمیشه. (از این عمل‌های جراحی، بازم داریم پس آماده باشین) الان اگه در تابع f به جای m عدد $\frac{5}{2}$ رو قرار بدیم این تابع به شکل مقابل تبدیل میشه:



تست نمونه: نمودار پیکانی مقابل بیانگر یک تابع است، حاصل $\frac{a-1}{b+1}$ کدام است؟

۱ ()

$\frac{1}{2}$ ()

۲ ()

$\frac{3}{2}$ ()

پاسخ: الان از ۳ دو تا فلش خارج شده، درسته؟ خوب اگه اعداد انتهایی فلش‌ها با هم برابر بشن در واقع دو تا فلش، میشن بدون فلش. چون دیگه $\frac{1}{2}$ رو به صورت $1 \rightarrow 3$ می‌نویسیم. برای ۵ هم، همین قضیه برقراره، یعنی اعداد انتهایی دو فلش خارج شده از ۵ رو با هم مساوی می‌ذاریم:

$3 \begin{cases} a-b \\ 1 \end{cases} \Rightarrow a-b=1$ معادله (۱)

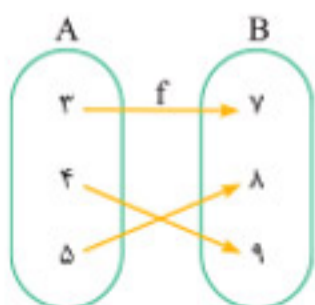
$5 \begin{cases} a+2b \\ 4 \end{cases} \Rightarrow a+2b=4$ معادله (۲)

حالا دستگاه حاصل رو حل می‌کنیم، برای این کار معادله (۱) رو در ۲ ضرب می‌کنیم تا بتونیم متغیر b رو حذف کنیم:

$$\begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$$

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a+2b=4} 3 + 2b = 4 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a-1}{b+1} = \frac{3-1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۱، درست است.



مقدار تابع در نمودار پیکانی: در نمودار پیکانی مقابل، فلش از ۳ به سمت ۷ خارج شده، اصطلاحاً می‌گیم مقدار تابع f در

$f(3) = 7$

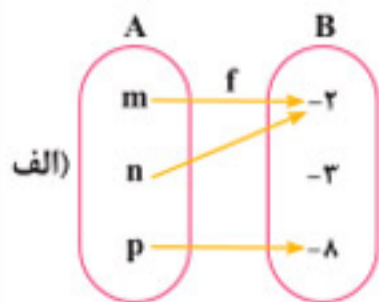
نقطه $x = 3$ برابر ۷ است و می‌نویسیم:

به همین ترتیب برای نقاط دیگر مجموعه A داریم: $f(4) = 8$ و $f(5) = 9$

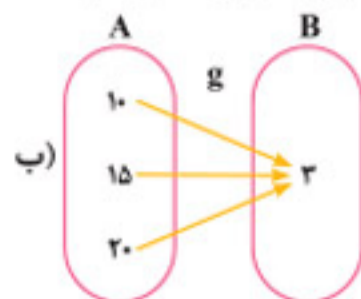
دامنه و برد تابع در نمودار پیکانی: در نمودار پیکانی، کل اعضای مجموعه A دامنه رو تشکیل میدن (دامنه یعنی مقادیر ورودی تابع) ولی بُرد لزوماً کل مجموعه B نیست بلکه زیر مجموعه‌ای از B است یعنی عضوهایی از B که به اون‌ها فلش وارد شده باشه. (بُرد یعنی مقادیر خروجی تابع) مثلاً در نمودار قبلی دامنه و برد عبارتند از:

دامنه $D_f = \{3, 4, 5\}$ ، بُرد $R_f = \{7, 8, 9\}$

دست گرمی: دامنه و برد توابع زیر را تعیین کنید و مقادیر خواسته شده را نیز محاسبه کنید.



$$\frac{f(n) + f(m)}{2f(p)} = ?$$



$$4g(10) - 5g(20) = ?$$

دامنه $D_f = \{m, n, p\}$ برد $R_f = \{-2, -8\}$

پاسخ: الف) D_f یعنی دامنه تابع f و R_f یعنی برد آن:

ملاحظه می کنید که به عدد -3 در مجموعه B فلشی وارد نشده پس جزء بُرد محسوب نمیشه ولی دامنه همیشه با مجموعه A مساویه. حالا میریم سراغ محاسبه کسر خواسته شده:

$$f(n) = -2, f(m) = -2, f(p) = -8 \Rightarrow \frac{f(n) + f(m)}{2f(p)} = \frac{-2 + (-2)}{2(-8)} = \frac{-4}{-16} = \frac{1}{4}$$

دامنه $D_g = \{10, 15, 20\}$ برد $R_g = \{3\}$

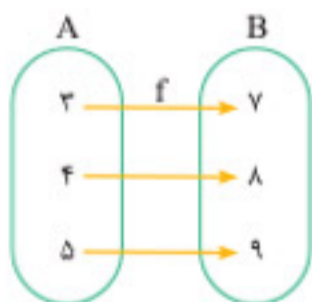
$$g(10) = 3, g(20) = 3 \Rightarrow 4g(10) - 5g(20) = 4(3) - 5(3) = -3$$

(ب)

روش های نمایش تابع: در کل ۶ روش برای نمایش تابع وجود داره که عبارتند از: ۱ نمودار پیکانی ۲ زوج مرتبها ۳ جدول ۴ نمودار هندسی ۵ توصیف فارسی ۶ ضابطه جبری (فرمول)

نمودار وین رو که کامل بررسی کردیم، پس میریم سراغ معرفی بقیه روش ها.

نمایش تابع با زوج مرتبها



$$f = \{(3, 7), (4, 8), (5, 9)\} \Rightarrow \text{نمایش زوج مرتبی}$$

نمودار پیکانی مقابل رو به صورت مجموعه ای از زوج مرتبها می نویسیم که عضوهای اول زوجها از A و عضوهای دومشون از B انتخاب میشن:

واضح است در صورتی تابع داریم که عضوهای اول، همگی مختلف باشن یا اگه عضوهای اول مساوی بودن، عضوهای دوم هم مساوی باشن. مثلاً رابطه $g = \{(1, 2), (7, 8), (6, 3)\}$ تابع نیست چون می دونیم $6^2 = 1$ است. الان در زوجهای $(1, 2)$ و $(1, 3)$ فقط عضوهای اول باهم مساوی هستن پس g تابع نیست. در واقع به عدد ۱ از دامنه، دو مقدار ۲ و ۳ از B نسبت داده شده که با تعریف تابع در تضاد است. (در نمایش پیکانی از ۱ دو تا فلش خارج میشه یکی به ۲ و یکی به ۳ پس g تابع نیست.)

تست نمونه: اگر $f = \{(4, 3), (2, 7), (a, 5), (4, a^2 - 1)\}$ بیانگر یک تابع باشد، مقدار a کدام است؟

فقط ۱

فقط ۲

۳

هیچ مقداری برای a پیدا نمی شود.

پاسخ: در زوجهای $(4, 3)$ و $(4, a^2 - 1)$ عضوهای اول برابرند (مختلف نیستن) پس باید کاری کنیم که عضوهای دومشون هم مساوی باشن (اگه این اتفاق بیفته در واقع دوتا زوج مرتب $(4, 3)$ و $(4, 3)$ ایجاد میشه که چون تکرارین یکیشون حذف میشه و دیگه تابع خواهیم داشت) در واقع مثل نمودار وین عمل می کنیم:

$$4 \begin{cases} 3 \\ a^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} a = \pm 2$$

حالا باید جوابها رو بررسی کنیم، یکبار در f به جای a عدد ۲ و بار دیگه -2 رو قرار میدیم و تابع بودن یا نبودن اون رو بررسی می کنیم:

این دوتا زوج مرتب تکرارین پس یکیشون حذف میشن

$$a = 2 \xrightarrow{\text{در } f \text{ قرار میدیم}} f = \{(4, 3), (2, 7), (2, 5), (4, 3)\} = \{(4, 3), (2, 7), (2, 5)\}$$

این دو تا زوج کار رو خراب کردن چون فقط عضوهای اولشون با هم مساوی هستن.

پس $a = 2$ قابل قبول نیست، چون باعث شد که f تابع نشه در صورتی که در متن سؤال، با قاطعیت گفته شده که f تابع است. حالا میریم سراغ $a = -2$:

$$a = -2 \xrightarrow{\text{در } f \text{ قرار میدیم}} f = \{(4, 3), (2, 7), (-2, 5), (4, 3)\} = \{(4, 3), (2, 7), (-2, 5)\}$$

خب خداروشکر، عضوهای اول زوج مرتبها، همگی مختلف شدن پس f تابع است و $a = -2$ قابل قبوله. بنابراین گزینه «۲» درست است.

مقدار تابع در حالت زوج مرتبی

در تابع $f = \{(1, 5), (3, 4)\}$ به زوج مرتب $(1, 5)$ دقت کنید. عضو اول و ۵ عضو دوم است. اصطلاحاً می گیم مقدار تابع f در نقطه $x = 1$ برابر ۵ است و چنین می نویسیم: $f(1) = 5$ به همین ترتیب برای زوج $(3, 4)$ داریم: $f(3) = 4$

دامنه و برد تابع در حالت زوج مرتبی

مجموعه همه عضوهای اول زوج مرتبها دامنه و مجموعه همه عضوهای دوم اونها برد رو تشکیل میدن.

مثال $f = \{(1, 5), (2, 7), (3, 7)\}$ دامنه $D_f = \{1, 2, 3\}$ برد $R_f = \{5, 7\}$

نمایش تابع با جدول

در این روش، ورودی‌ها (xها) در ردیف بالای یک جدول و خروجی‌ها (yها) در ردیف پایین اون قرار می‌گیرن. به جدول‌های مقابل توجه کنین:

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 6 & 10 & 7 & 3 \end{array}$$

$$g: \begin{array}{c|cccc} x & 2 & 3 & 5 & \sqrt{4} \\ \hline y & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

f تابع است چون تمام xها با هم فرق دارن ولی g تابع نیست چون در ردیف بالا دوتا عدد ۲ داریم که yهاشون با هم برابر نیست. یعنی دو زوج (۲, ۵) و (۲, ۸) داریم که فقط عضوهای اولشون با هم مساوی هستن. (دقیقاً مثل شرط تابع بودن در زوج مرتب عمل کردیم).

تست نمونه: اگر جدول مقابل یک تابع باشد، مقدار a.b کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & (\frac{1}{2})^{-1} & \sqrt{9} \\ \hline y & 6 & a-b & 2 & 1 & a+b \end{array}$$

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

پاسخ: اولاً می‌دونیم که: $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$ و $\sqrt{9} = 3$ پس در ردیف بالا هم ۲ها تکرار شدن و هم ۳ها. بنابراین yهای مربوط به xهای تکراری رو با هم مساوی قرار میدیم:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \begin{array}{l} \swarrow a-b \\ \searrow 1 \end{array} \Rightarrow a-b=1 \\ 3 \begin{array}{l} \swarrow 2 \\ \searrow a+b \end{array} \Rightarrow a+b=2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه (خودتون بلدین دیگه)}} \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

مقدار تابع در حالت جدولی

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array}$$

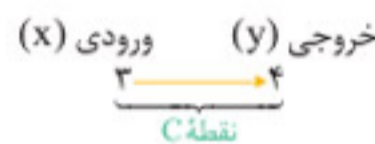
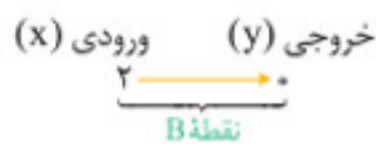
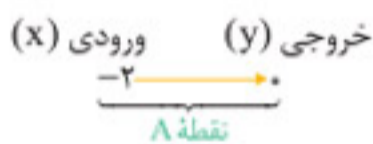
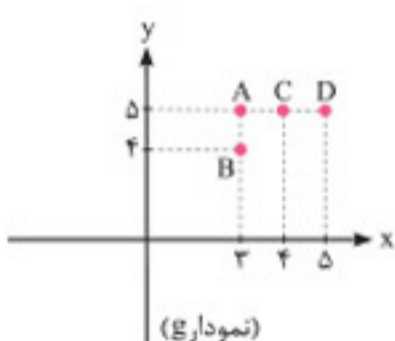
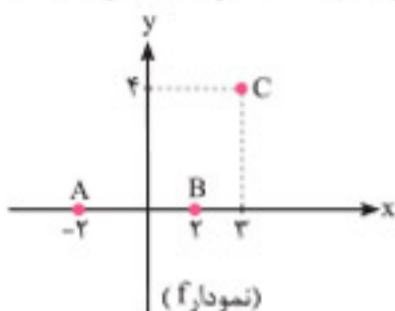
$f(2) = 8$, $f(3) = 9$, $f(4) = 10$

در جدول مقابل مقدار تابع به ازای $x = 1$ برابر $y = 7$ است، پس می‌توان گفت: $f(1) = 7$. به همین ترتیب برای سایر نقاط جدول داریم:

دامنه و برد تابع در حالت جدولی

$D_f = \{1, 2, 3, 4\}$, $R_f = \{7, 8, 9, 10\}$

اعداد ردیف بالای جدول، دامنه و اعداد ردیف پایین، برد تابع رو نشون میدن در مثال بالا داریم:



ولی نمودار g تابع نیست چون به ازای ورودی $x = 3$ دوتا خروجی $y = 4$ و $y = 5$ وجود داره:

نمایش تابع با نمودار هندسی

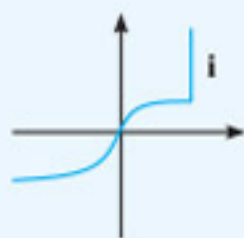
قطعاً می‌دونین که هر زوج مرتب به شکل (a, b) که در اون a و b دو عدد باشن در صفحه مختصات، یک نقطه رو نمایش میده. (a طول و b عرض نقطه است). حالا فرض کنین مثل شکل مقابل، تعدادی از این نقطه‌ها رو داشته باشیم:

الان f تابع است چون به ازای هر x از دامنه، فقط یک y وجود داره:

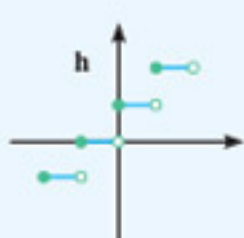
شرط تابع بودن یک نمودار هندسی

در نمودار هندسی یک رابطه، آگه بتونیم خطی عمودی (موازی محور yها) رسم کنیم که نمودار رو در بیشتر از یک نقطه (نقطه یا بیشتر) قطع کنه، اون نمودار تابع نیست. در واقع هیچ دو نقطه‌ای (نقطه توپر) نباید زیر هم باشن (الان در نمودار g نقاط توپر A و B زیر هم هستن به همین علت گفتیم g تابع نیست آگه A یا B یا جفتشون تو خالی بودن، g تابع بود).

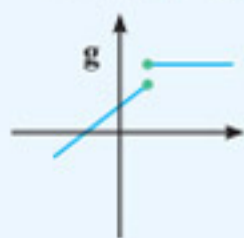
تست نمونه: چند تا از نمودارهای زیر، تابع هستن؟



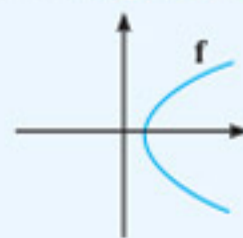
۱ (۴)



۲ (۳)



۳ (۲)



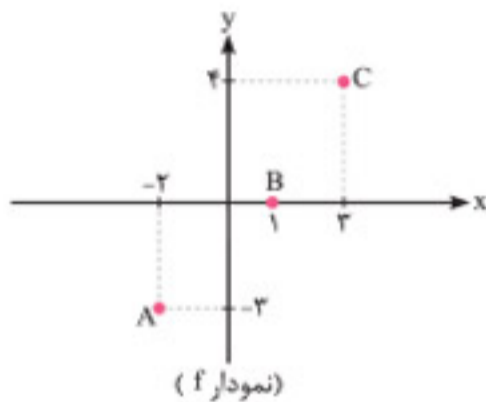
۴ (۱)

خط عمودی (موازی محور y ها) خط عمودی (موازی محور y ها)

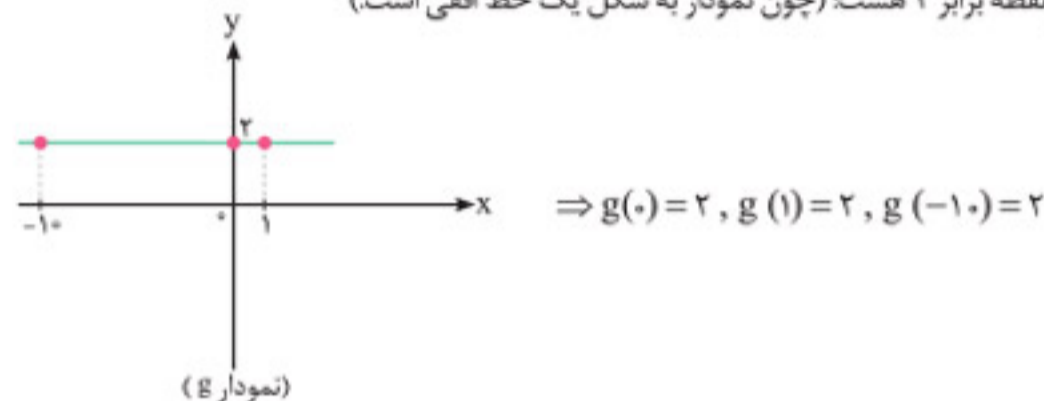


پاسخ: f تابع نیست چون همیشه خطی عمودی رسم کرد که نمودار رو در 2 نقطه قطع کنه. هم g تابع نیست چون باز هم اون خط عمودی رو همیشه رسم کرد. نمودار h هم تابع نیست چون قسمتی از نمودار، خودش به شکل خط عمودیه و در نهایت اینکه h تابع است چون هیچ دو نقطه توپری زیر هم نیستن در واقع هیچ خط عمودی نمیشه رسم کرد که نمودار رو در 2 نقطه یا بیشتر قطع کنه. دقت کنید که نقطه توخالی، به این معناست که اون نقطه، متعلق به تابع نیست؛ پس فقط اگه 2 یا چند نقطه توپری، زیر هم باشن، می‌گیم تابع نداریم. بنابراین گزینه «۴» درست است.

مقدار تابع در حالت هندسی: در شکل مقابل، طول نقطه A برابر -2 و عرض اون -3 است. اصطلاحاً می‌گیم مقدار تابع f در نقطه $x = -2$ برابر -3 است و این طوری می‌نویسیم: $f(-2) = -3$ به همین ترتیب برای نقاط B و C داریم: $f(1) = 0$ و $f(3) = 4$

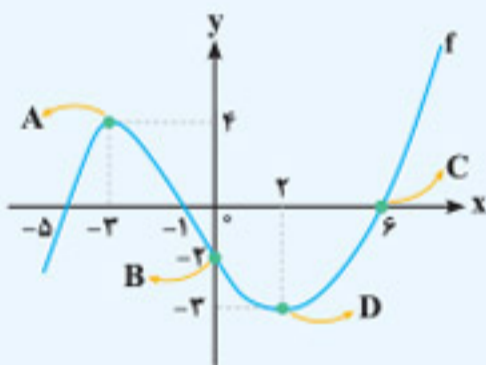


در نمودار g مقدار تابع در هر نقطه برابر 2 هست: (چون نمودار به شکل یک خط افقی است).



تست نمونه: با توجه به شکل مقابل، مقدار $\frac{2f(-3) + f(0)}{2f(6) - f(2)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$
- (۲) $\frac{7}{3}$
- (۳) 2
- (۴) 3



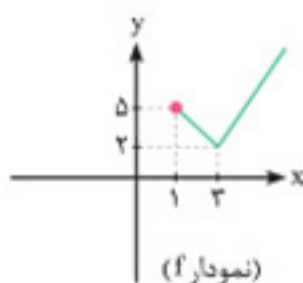
پاسخ: بچه‌های عزیز، نقاط خواسته شده در متن سؤال رو با A, B, C, D نمایش داده‌ایم (البته توی کنکور این اسامی رو نمیدن).

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ نقطه} \Rightarrow f(-3) = 4 \\ B \text{ نقطه} \Rightarrow f(0) = -2 \\ C \text{ نقطه} \Rightarrow f(6) = 0 \\ D \text{ نقطه} \Rightarrow f(2) = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2f(-3) + f(0)}{2f(6) - f(2)} = \frac{2(4) + (-2)}{2(0) - (-3)} = \frac{10}{3}$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.

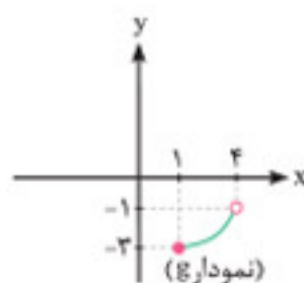
دامنه و برد تابع در حالت هندسی: اگه نمودار هندسی یک تابع داده بشه، طول تمام نقاط، دامنه و عرض اون‌ها برد رو تشکیل میدن. به عنوان مثال

دامنه و برد توابع زیر رو از روی شکل تعیین می‌کنیم:



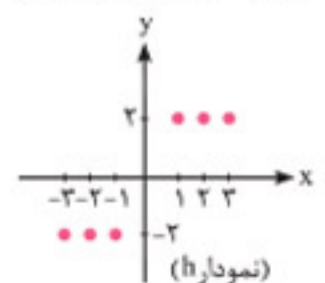
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$$

$$R_f = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 2\}$$



$$D_g = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x < 4\}$$

$$R_g = \{y \in \mathbb{R} | -3 \leq y < -1\}$$

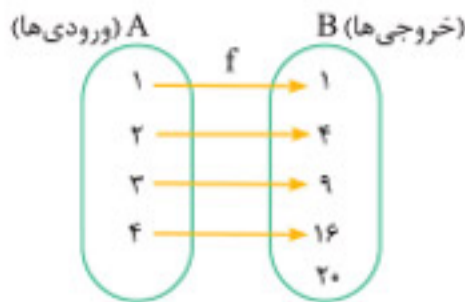


$$D_h = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

$$R_h = \{-2, 2\}$$

البته مجموعه‌ای مثل $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$ رو معمولاً به‌طور خلاصه این‌جوری می‌نویسن: $\{x \geq 1\}$ ، یعنی $x \in \mathbb{R}$ رو نمی‌نویسن، شما باید بدونید منظور از $x \geq 1$ اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هست.

نمایش تابع با ضابطه جبری



$$\left\{ \begin{array}{l} f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 4, 9, 16, 20\} \\ f(x) = x^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{array} \right. \quad \text{یا} \quad \left\{ \begin{array}{l} f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{array} \right. , \quad A = \{1, 2, 3, 4\}$$

در این حالت، رابطه بین x ها و y ها با یک فرمول ریاضی نشون داده میشه. به تابع مقابل دقت کنید: با کمی دقت متوجه میشیم که هر عضو A به توان ۲ میرسه و عضو B مربوطه به دست میاد، پس ضابطه یا فرمول این تابع به صورت $y = x^2$ یا $f(x) = x^2$ است. البته ضابطه، بدون دامنه به درد نمی خوره. برای همین تابع f رو باید به شکل کامل و به صورت مقابل نمایش بدیم: در این مدل نمایش تابع، A همیشه همون دامنه تابع است ولی B لزوماً برد تابع نیست (ولی زیرمجموعه B است). الان هم ملاحظه می کنید که برد تابع $\{1, 4, 9, 16\}$ است که با B برابر نبود. تابع f رو به صورت های مقابل هم میشه نمایش بدیم (یعنی اکثر وقتا سمت راست فلش \mathbb{R} رو می نویسن).

مقدار تابع در حالت داشتن ضابطه

اگر ضابطه تابع به ما داده بشه و مقدار تابع در نقطه ای مثل $x = a$ خواسته بشه کافیست به جای تمام x های تابع، عدد a رو قرار بدیم. مثلاً با فرض $f(x) = x^2 - 2x + 1$ برای یافتن مقدار تابع در $x = -3$ داریم:

$$f(-3) = (-3)^2 - 2(-3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$$

مقدار تابع f در $x = -3$

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

حالا فرض کنید حاصل $f(3-x)$ خواسته بشه در این صورت در تابع f هر جا x دیدیم به جاش باید $(3-x)$ رو قرار بدیم:

$$f(3-x) = (3-x)^2 - 2(3-x) + 1 = 9 - 6x + x^2 - 6 + 2x + 1 = x^2 - 4x + 4$$

اتحاد دوم

راز مهم: اگه در یک سؤال، عبارتی مثل $f(f(a))$ خواسته شد ابتدا $f(a)$ رو حساب می کنیم (پرانتر داخلی). فرض می کنیم جواب $f(a)$ برابر L شد، حالا میایم و $f(L)$ رو حساب می کنیم. در مورد عبارتهای $f(g(a))$ و $g(f(a))$ هم به همین شکل عمل می کنیم؛ مثلاً در تابع $f(x) = 4x - 1$ مقدار $f(f(2))$ رو می خواهیم حساب کنیم، پس اول $f(2)$ رو پیدا می کنیم:

$$f(2) = 4(2) - 1 = 7 \Rightarrow f(f(2)) = f(7) = 4(7) - 1 = 27$$

تست نمونه: اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ و $g(x) = |x - 3|$ باشند، حاصل $\frac{2f(4) - g(5)}{f(g(1))}$ کدام است؟

۱) $8\sqrt{13}$ ۲) $\frac{8}{\sqrt{13}}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} f(4) = \sqrt{4^2 + 9} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \\ g(5) = |5 - 3| = |2| = 2 \\ g(1) = |1 - 3| = |-2| = 2 \Rightarrow f(g(1)) = f(2) = \sqrt{2^2 + 9} = \sqrt{13} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2f(4) - g(5)}{f(g(1))} = \frac{2(5) - 2}{\sqrt{13}} = \frac{8}{\sqrt{13}}$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

محاسبه مقدار تابع وقتی به جای $f(x)$ عبارت $f(\square)$ به ما داده شود

طراحان انقدرها هم مهربون نیستن که همیشه به شما $f(x)$ رو بدن و بگن مثلاً $f(6)$ رو حساب کن و بعدش شما بیایی به جای تمام x ها ۶ بذاری! این عزیزان گاهی نقشه های خطرناکی براتون میکشن که ما در این کتاب، نقشه های شومشون رو خنثی می کنیم. فرض کنید به جای $f(x)$ به ما $f(2x-1)$ رو بدن و بگن $f(6)$ رو حساب کن. ما اول میایم $2x-1$ رو مساوی ۶ قرار میدیم تا x به دست بیاد:

$$2x - 1 = 6 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

حالا در رابطه ای که به ما داده میشه به جای x ها عدد $\frac{7}{2}$ رو قرار میدیم. به تست زیر توجه کنید:

تست نمونه: با فرض آنکه $f(4x+3) = x^2 - 6x + 1$ باشد، مقدار $f(7)$ کدام است؟

۱) -4 ۲) -8 ۳) -10 ۴) -12

پاسخ:

$$4x + 3 = 7 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$f(4x + 3) = x^2 - 6x + 1 \xrightarrow{x=1} f(7) = 1^2 - 6(1) + 1 = -4$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

حل یک مسئله مهم در آزمون های آزمایشی

فرض کنید رابطه $f(x) = 2f(1) + x^2 - 6x$ به شما داده بشه و بگن مقدار $f(2)$ چقدره؟ الان اگه به جای x ها عدد ۲ رو قرار بدیم به رابطه $f(2) = 2f(1) + 2^2 - 6(2)$ می رسیم که دوتا مجهول داره، یعنی هم $f(1)$ و هم $f(2)$ مجهول هستن، پس بهتره اول بیایم همون $f(1)$ موجود در رابطه رو به دست بیاریم لذا به x ها عدد ۱ رو میدیم:

$$f(x) = f(1) + x^2 - 6x \xrightarrow{x=1} f(1) = 2f(1) + 1^2 - 6(1) \Rightarrow f(1) - 2f(1) = -5 \Rightarrow -f(1) = -5 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$f(x) = 2(5) + x^2 - 6x \xrightarrow{x=2} f(2) = 10 + 2^2 - 6(2) = 10 + 4 - 12 = 2$$

حالا این مقدار $f(1)$ رو در رابطه اصلی قرار میدیم:

دامنه و برد در حالت داشتن ضابطه

در به سری از سوالات، دامنه رو میدن و از ما برد رو میخوان و به وقتام برعکسه یعنی برد رو میدن و دامنه رو میخوان. کلاً کلمه دامنه رو دیدین یاد X بیفتین و کلمه برد رو هم دیدین لا بیاد توی ذهنتون. بعدش با به جای گذاری ساده، به جواب می‌رسیم. البته وقتی دامنه خواسته میشه معمولاً میگن بزرگ‌ترین مجموعه ممکن برای دامنه چیه که در تست‌های زیر، متوجه این طرز بیان میشین.

دست گرمی: اگر تابع f به صورت مقابل تعریف شود، برد آن را به دست آورید.

$$\begin{cases} f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 + 1, \quad A = \{-1, 0, \sqrt{2}, 3\} \end{cases}$$

x	f(x)
-1	$f(-1) = (-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
0	$f(0) = 0^2 + 1 = 0 + 1 = 1$
$\sqrt{2}$	$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 + 1 = 2 + 1 = 3$
3	$f(3) = 3^2 + 1 = 27 + 1 = 28$

$$\Rightarrow f_{\text{برد}} = \{0, 1, 3, 28\}$$

پاسخ: دامنه تابع به ما داده شده (مجموعه A) پس اعضای اون رو تک تک به جای X در ضابطه f قرار میدیم تا اعضای برد به دست بیان:

تست نمونه: ۱. اگر $f(x) = x^2 - 3$ و برد تابع f به صورت $\{0, 1\}$ باشد، بزرگ‌ترین مجموعه برای دامنه f کدام مجموعه می‌تواند باشد؟

- (۱) $\{\pm\sqrt{3}, \pm 2\}$ (۲) $\{\pm\sqrt{3}\}$ (۳) $\{\pm 2\}$ (۴) $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$

پاسخ: این بار برد تابع داده شده یعنی مقادیر y رو داریم، پس یک بار به جای $f(x)$ عدد ۰ و بار دیگه عدد ۱ رو قرار میدیم ($f(x)$ همه جا همون y است):

$$y = x^2 - 3 \xrightarrow{y=0} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{3}$$

$$y = x^2 - 3 \xrightarrow{y=1} x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

بنابراین گزینه ۱ درست است. \Rightarrow وسیع‌ترین دامنه $= \{\pm\sqrt{3}, \pm 2\}$

۲. اگر $f(x) = x^2 - mx + n$ باشد و روابط $f(0) = 1$ و $f(-1) = 2$ برقرار باشند، حاصل $m \times n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) صفر

پاسخ: از رابطه $f(0) = 1$ نتیجه می‌گیریم که: $y = 1$ و $x = 0$ از رابطه $f(-1) = 2$ هم می‌فهمیم که: $y = 2$ و $x = -1$

$$\left. \begin{aligned} y = x^2 - mx + n \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=1}} 1 = 0^2 - m(0) + n \Rightarrow n = 1 \\ y = x^2 - mx + n \xrightarrow{\substack{x=-1 \\ y=2}} 2 = (-1)^2 - m(-1) + 1 \Rightarrow 2 = 1 + m + 1 \Rightarrow m = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \times n = 0 \times 1 = 0$$

بنابراین گزینه ۴ درست است. حالا این x و y ها رو در ضابطه f قرار میدیم:

نمایش تابع با توصیف کلامی

در این روش، با یک جمله فارسی، یک رابطه بین ورودی و خروجی بیان میشه. اگه به ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشتیم، می‌گیم تابع داریم مثلاً توصیف فارسی «رابطه f به هر شخص، تاریخ تولدش را نسبت می‌دهد» یک تابع هست چون هر شخص (x) فقط یک تاریخ تولد (y) داره. ولی توصیف فارسی «رابطه g به هر استان، نام شهرستان‌هایش را نسبت می‌دهد» تابع نیست چون هر استان (x) شامل چندین شهرستان (y) است.

تست نمونه: تابع f به هر عدد طبیعی که به آن وارد شود مجموع خودش و نصف مربعش را نسبت می‌دهد. ضابطه f کدام است؟

- (۱) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x + \frac{x^2}{2}$
- (۲) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$
 $f(x) = \frac{x + x^2}{2}$
- (۳) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x + \frac{x^2}{2}$
- (۴) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $f(x) = \frac{x + x^2}{2}$

پاسخ: اگر ورودی تابع رو x فرض کنیم، نصف مربع x برابر میشه با $\frac{x^2}{2}$ پس مجموع خود x با نصف مربع x برابر است با: $f(x) = x + \frac{x^2}{2}$ الان فقط باید دامنه f رو تعیین کنیم، در متن سؤال گفته شده « f به هر عدد طبیعی» پس دامنه برابر \mathbb{N} است، بنابراین گزینه «۳» درست است.

به دست آوردن تعداد توابع از مجموعه A به B

گاهی اوقات دو مجموعه A و B به ما داده میشن و گفته میشه چند تابع میشه از A به B یا از B به A ساخت. اگه مجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشه در این صورت از A به B ($A \rightarrow B$) به تعداد n^m تابع مختلف میشه تشکیل داد و از B به A ($B \rightarrow A$) به تعداد m^n تابع ساخته میشه. مثلاً اگه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{5, 6\}$ باشن از A به B میشه 2^3 تابع (یعنی ۸ تابع) و از B به A (یعنی ۹ تابع) میشه 3^2 ساخت.

تست نمونه: از مجموعه $A = \{1, 1, 1, 4, 7, 8, 8, 9, 10\}$ به مجموعه $B = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$ چند تابع مختلف می‌توان ساخت؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۳^۹ (۴) ۹^۳

پاسخ: می‌دونیم تکرار در مجموعه‌ها بی‌تاثیره پس باید مجموعه‌های A و B رو به شکل زیر نوشت:

$$A = \{1, 4, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow \text{عضو داره } 6$$

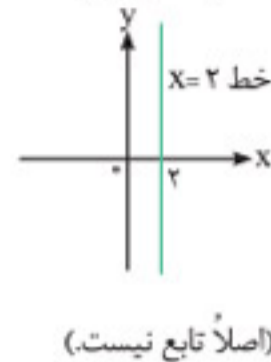
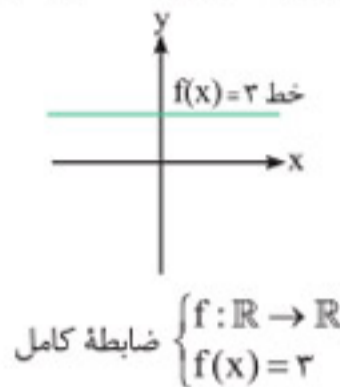
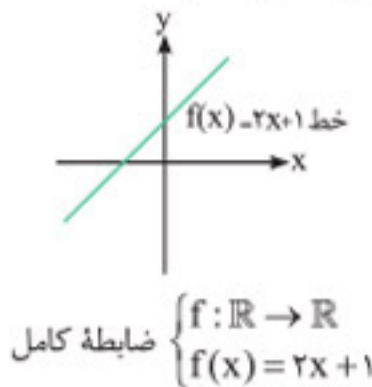
$$B = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\} \Rightarrow \text{عضو داره } 2$$

$$B \text{ به } A \Rightarrow \text{تعداد توابع از } A \text{ به } B = 2^6 = 64$$

بنابراین گزینه «۲» درست است.

تابع خطی (تابع درجه اول)

شما قبلاً معادله درجه یک رو یاد گرفتین، حالا می‌خوایم تابع درجه یک یا همون تابع خطی رو بررسی کنیم. خوب همون‌طور که از اسمش معلومه نمودار این تابع به شکل یک خطه. البته نه هر خطی. این خط فقط می‌تونه افقی یا مایل باشه چون اگه خطی عمودی باشه اصلاً تابع محسوب نمیشه:



جراحی زیبایی تابع خطی

ممکنه یک فرمول به شما بدن که ظاهراً خطی نیست ولی بگن این تابع خطی است. در این جور مسائل باید توجه کنیم که تابع خطی، فقط شامل x^1 است و بقیه x ها باید به قول معروف، ناکاوت بشن، مثلاً اگه تابع $f(x) = (k-2)x^2 + 5x$ خطی باشه x^2 باید نابود بشه پس ضریبش رو مساوی صفر قرار می‌دیم: $k-2=0 \Rightarrow k=2$

تست نمونه: تابع $g(x) = (m^2 - 4)x^3 - (3m - 6)x^2 - x + 4m$ خطی است. حاصل $g(m)$ کدام است؟

۸ (۴ □)

۶ (۳ □)

۴ (۲ □)

۲ (۱ □)

پاسخ: جملات شامل x^2 و x^3 باید تشریف ببرن خونه‌شون پس باهاشون خداحافظی می‌کنیم:

$$\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} m = \pm 2 \\ 3m - 6 = 0 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} m = 2$$

$$g(x) = -x + 4m = -x + 4(2) = -x + 8 \Rightarrow g(m) = g(2) = -2 + 8 = 6$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

نوشتن ضابطه توابع خطی

در اکثر مسائل و سؤالات کنکور، لازمه که معادله یه خط رو به‌دست بیاریم. با توجه به اطلاعات متن سؤال، دو حالت وجود خواهد داشت:

حالت اول: اگه شیب خط و یک نقطه از خط مثل $A(x_1, y_1)$ به ما داده شد، معادله خط از رابطه $y - y_1 = m(x - x_1)$ به‌دست میاد. مثلاً معادله خطی با شیب -2 که از نقطه $A(1, 4)$ می‌گذره برابر هست با:

حالت دوم: اگه فقط دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ داده شد، اول باید شیب رو از فرمول $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ به‌دست بیاریم بعدش از فرمول $y - y_1 = m(x - x_1)$ استفاده می‌کنیم. البته می‌تونیم از فرمول $y - y_2 = m(x - x_2)$ هم استفاده کنیم. (در هر دو به یک معادله خط می‌رسیم.)

مثلاً معادله خط گذرنده از نقاط $A(-1, 4)$ و $B(2, 7)$ رو به دست میاریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 4}{2 - (-1)} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 5$$

تذکره: در حالت دوم می‌تونیم به‌جای محاسبه شیب و معادله خط، فرمول $y = mx + n$ رو برای خط در نظر بگیریم و نقاط A و B رو در اون قرار بدیم تا m و n به‌دست بیان. در همین مثال که حل کردیم خواهیم داشت:

$$y = mx + n \xrightarrow{A(-1, 4)} 4 = m(-1) + n \Rightarrow -m + n = 4$$

$$y = mx + n \xrightarrow{B(2, 7)} 7 = m(2) + n \Rightarrow 2m + n = 7$$

حالا دستگاه حاصل رو حل کرده و به جوابهای $m = 1$ و $n = 5$ می‌رسیم پس معادله خط $y = 1x + 5$ می‌باشد. ■

دست گرمی: تابع f از نقطه $(1, 4)$ گذشته و رابطه $f(-2) = 6$ برقرار است. ضابطه f و سپس حاصل $f(10)$ را به‌دست آورید.

پاسخ: درواقع دو نقطه $A(1, 4)$ و $B(-2, 6)$ به ما داده شده‌اند، ابتدا شیب رو پیدا می‌کنیم:

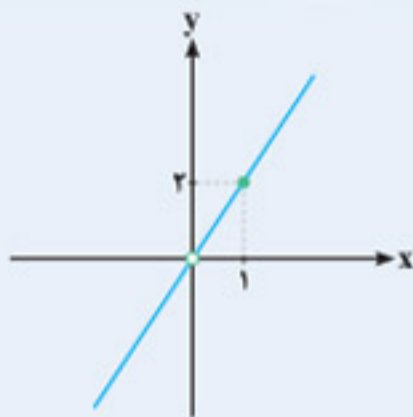
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{-2 - 1} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{معادله خط: } y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} + 4 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3} \xrightarrow{\text{همون } y \text{ است}} f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow f(10) = -\frac{2}{3}(10) + \frac{14}{3} = -\frac{20}{3} + \frac{14}{3} = -\frac{6}{3} = -2$$

حالا به‌جای x عدد 10 رو قرار میدیم تا $f(10)$ به‌دست بیاد:



۳. اگر $f(x) = x^2$ و نمودار تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت مقابل باشد، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟

$g(x) = \frac{x^2}{2}$ (۲)

$g(x) = \frac{x}{2}$ (۱)

$g(x) = 2x^2$ (۴)

$g(x) = 2x$ (۳)

پاسخ: نمودار $\frac{f}{g}$ به ما داده شده که به کمک دو نقطه از اون، معادله‌اش رو به دست میاریم:

$$A \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x \xrightarrow[\text{است } \frac{f}{g}]{\text{همون } y} (\frac{f}{g})(x) = 2x \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} \frac{x^2}{g(x)} = 2x \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 2xg(x) = x^2$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2}$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.

★ حواستون باشه: الان در نمودار داده شده، مبدأ جزء نمودار نیست (تو خالیه) ولی برای محاسبه شیب خط و معادله خط، میشه ازش استفاده کرد

و مشکلی پیش نیاد. در واقع باید ازش استفاده کرد چون فقط داشتن نقطه $B(1, 2)$ برای محاسبه شیب و معادله خط، کافی نیست. ■

📌 تذکر: چون $g(0) = \frac{0}{2} = 0$ هست، پس در تابع $(\frac{f}{g})(x)$ مقدار $x = 0$ در دامنه نیست، به همین علت نقطه $(0,0)$ تو خالی رسم شده است. البته شما

الان قرار نیست کاری کنید فقط اینو گفتم که بدونید. ■

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

روش‌های مختلف نمایش تابع

تساوی دو زوج مرتب

۲۴۴. اگر زوج‌های مرتب $(a-b, 13)$ و $(2, 2a+b)$ با هم برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

۳ (۴)

۸ (۳)

صفر (۲)

۵ (۱)

۲۴۵. می‌خواهیم سه زوج مرتب $(-4, 6), (m-1, 6), (n-2, 2m)$ را به دو زوج مرتب تبدیل کنیم، حاصل $m+n$ کدام است؟ $(m, n \in \mathbb{N})$

۵ (۴)

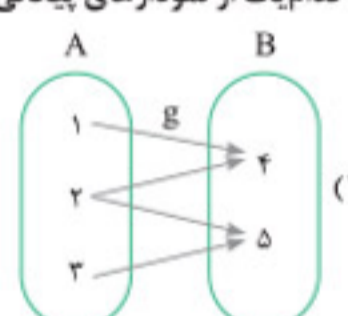
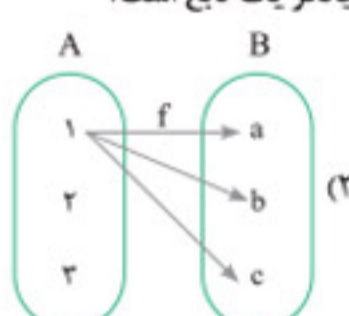
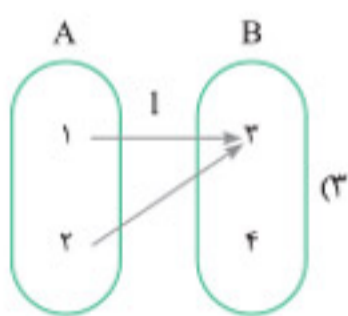
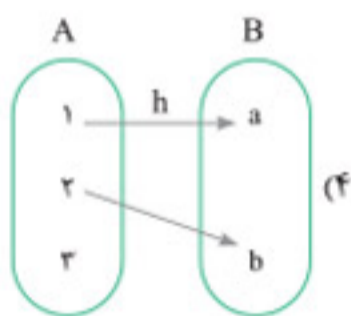
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

تابع به شکل نمودار پیکانی

۲۴۶. کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر، بیانگر یک تابع است؟



۲۴۷. اگر نمودار پیکانی مقابل، مربوط به یک تابع باشد، حاصل $n+m$ کدام است؟

صفر (۱)

-۴ (۲)

۴ (۳)

(۴) هیچ وقت تابع نیست.

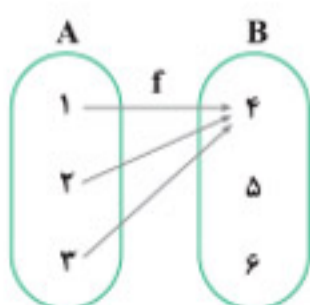
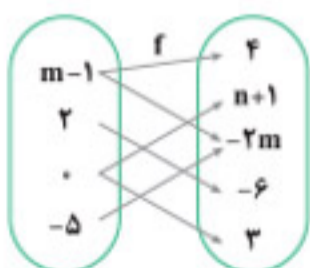
۲۴۸. با توجه به نمودار پیکانی (نمودار ون) مقابل، دامنه و برد کدام است؟

$R_f = \{4, 5, 6\}, D_f = \{1, 2, 3\}$ (۱)

$R_f = \{4\}, D_f = \{1, 2, 3\}$ (۲)

$R_f = \{1, 2, 3\}, D_f = \{4, 5, 6\}$ (۳)

$R_f = \{1, 2, 3\}, D_f = \{4\}$ (۴)



تابع به شکل زوج مرتب

۲۴۹. کدام یک از مجموعه‌های (رابطه‌ها) زیر، بیانگر یک تابع نیست؟

$$f = \{(1, 2), (2, 5), (1, 4)\} \quad (1)$$

$$g = \{(1, 4), (2, 5)\} \quad (2)$$

$$h = \{(1, 2), (3, 5), (1, 2)\} \quad (3)$$

$$i = \{(1, 2)\} \quad (4)$$

۲۵۰. با توجه به تابع $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 7), (5, 5)\}$ دامنه و برد کدام است؟

$$R_f = \{1, 2, 3, 5\}, D_f = \{2, 4, 5, 7\} \quad (1)$$

$$R_f = \{2, 4, 5, 7\}, D_f = \{1, 2, 4\} \quad (2)$$

$$R_f = \{1, 2, 4\}, D_f = \{3, 5, 7\} \quad (3)$$

$$R_f = \{2, 4, 5, 7\}, D_f = \{1, 2, 3, 5\} \quad (4)$$

۲۵۱. اگر مجموعه $f = \{(1, 2a-5), (1, 1-a), (\frac{a}{4}, b)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

$$-1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

۲۵۲. به ازای کدام مقدار m ، رابطه $R = \{(2, m^2), (2, 1), (-4, m), (1, m+2), (m, 5)\}$ یک تابع است؟

$$-1 \quad (1) \quad \pm 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad \pm 1 \quad (4)$$

(سراسری ۱۴۰۱)

۲۵۳. اگر $f = \{(1, x-2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟

$$2 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad -2 \quad (4)$$

(دی ۱۴۰۱)

۲۵۴. رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

$$2/5 \quad (1) \quad 20/5 \quad (2) \quad 24 \quad (3) \quad 42 \quad (4)$$

۲۵۵. به ازای کدام مقدار m ، رابطه $\{(1, m^2), (3, m^2), (4, 9)\}$ یک تابع است؟

$$1 \quad \text{فقط } 2 \quad (1) \quad \text{فقط } 3 \quad (2) \quad \text{هر مقدار } m \quad (3) \quad \text{هیچ مقدار } m \quad (4)$$

(سراسری ۹۸)

۲۵۶. اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

$$3 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۲۵۷. به ازای چند مقدار حقیقی برای a ، رابطه $f = \{(1, 2a^2), (a+1, 1), (0, 1-\sqrt{3}a), (a^2-3, 2), (1, a^2)\}$ یک تابع است؟

$$3 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

(سراسری ۱۴۰۰)

۲۵۸. فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2) | a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 9 \quad (2) \quad 10 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

۲۵۹. در تابع $f = \{(2, 5), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $2f(1) - f(2)$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۲۶۰. با توجه به رابطه $f = \{(1, 4), (1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ زیرمجموعه‌ای از آن که به صورت یک تابع با برد $\{2, 1\}$ باشد، دارای چه دامنه‌ای است؟

$$\{2, 3\} \quad (1) \quad \{1, 3\} \quad (2) \quad \{1, 1\} \quad (3) \quad \{1, 2\} \quad (4)$$

۲۶۱. اگر در تابع $f = \{(1, a-1), (2, 2), (b+2, 7)\}$ و $D_f = \{1, 2, 5\}$ و $R_f = \{3, 7, -1\}$ باشد، $2a+b$ کدام است؟

$$5 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

۲۶۲. اگر مجموع اعضای برد تابع $f = \{(a-2, a+1), (2a+1, a^2), (a^2-3, 1-2a)\}$ برابر با ۴ باشد، مجموع اعضای دامنه کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad -8 \quad (2) \quad -5 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

۲۶۳. اگر $f = \{(2, x-y), (2, -3), (4x+y, -3)\}$ تابعی باشد که دامنه آن فقط یک عضو داشته باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

$$-5 \quad (1) \quad -\frac{1}{5} \quad (2) \quad -14 \quad (3) \quad -\frac{1}{14} \quad (4)$$

تابع به شکل جدول

۲۶۴. در تابع مقابل x متغیر مستقل و y متغیر وابسته می‌باشد. مقدار $m-n$ کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 0 & -1 & 2\sqrt{2} & -1^3 & \sqrt{8} \\ y & 6 & m-n & n-2m & 2m & 4 \end{array}$$

$$-\frac{4}{3} \quad (1) \quad \frac{4}{3} \quad (2) \quad -\frac{8}{3} \quad (3) \quad \frac{8}{3} \quad (4)$$

۲۶۵. در جدول مقابل به جای a یا b یا c چه عددی قرار دهیم تا g تابع نباشد؟

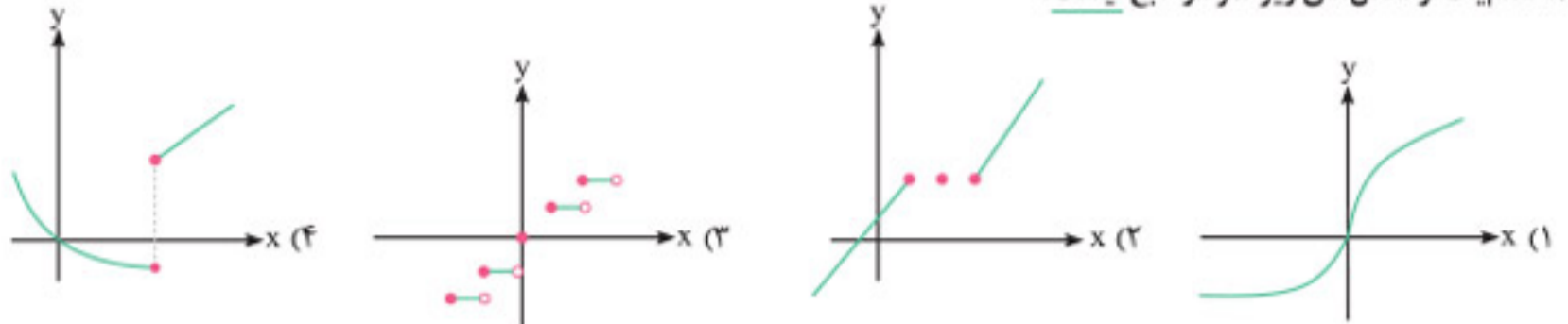
$$g: \begin{array}{c|cccccc} x & -3 & (-2)^2 & -1 & 0 & -1 & 4 & -3 \\ y & 4 & 9 & c & a^3 & 5 & a^2 & 7b \end{array}$$

$$a=2 \quad (1) \quad b=\frac{4}{7} \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad \text{به ازای هر مقدار } a, \text{ رابطه } g \text{ تابع است.} \quad (4)$$

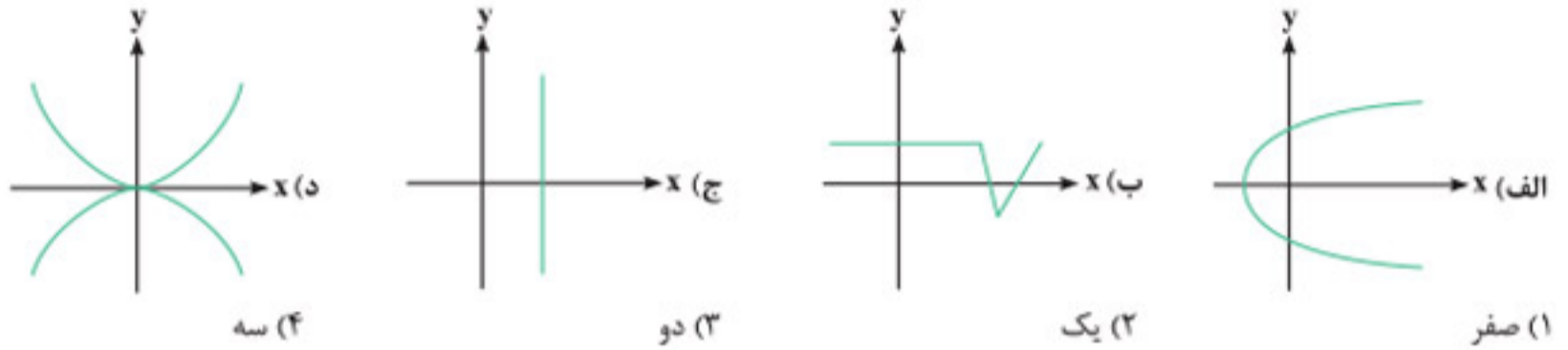
تست

تابع به شکل نمودار هندسی

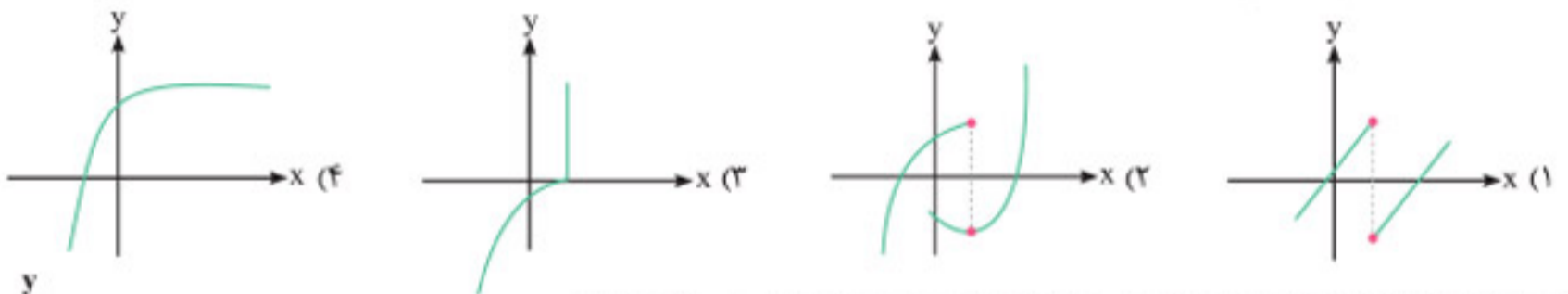
۲۶۶. کدام یک از شکل‌های زیر نمودار تابع نیست؟



۲۶۷. چه تعداد از نمودارهای زیر تابع هستند؟ (x متغیر مستقل است.)



۲۶۸. کدام نمودار نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟ (x متغیر مستقل است.)

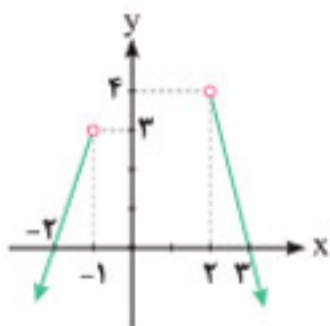


۲۶۹. با حذف کدام نقطه‌ها از نمودار مقابل، می‌توان یک تابع ساخت؟ (x متغیر مستقل است.)



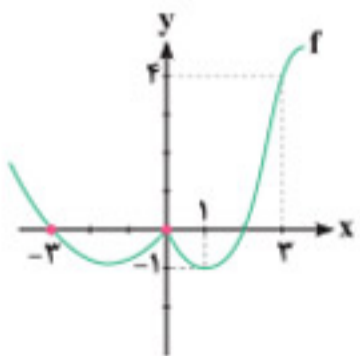
- (۱) A و B و C
- (۲) B و F و G
- (۳) D و E و F
- (۴) A و E و H

۲۷۰. با اضافه کردن کدام گزینه زیر به نمودار مقابل، تابع بودن آن، منتفی نمی‌شود؟



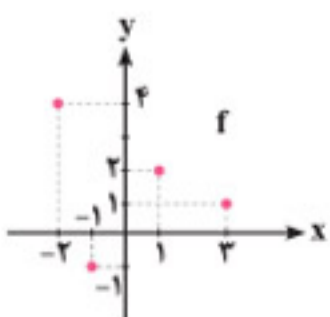
- (۱) نقطه $A(3, 4)$
- (۲) نقطه $B(-\frac{3}{2}, 0)$
- (۳) پاره‌خط به معادله $y = 3$ با دامنه $-1 \leq x \leq 2$
- (۴) پاره‌خط به معادله $y = 4$ با دامنه $-2 < x < 3$

۲۷۱. با توجه به نمودار تابع f، حاصل $f(-3) - f(1) + f(3) + f(0)$ کدام است؟



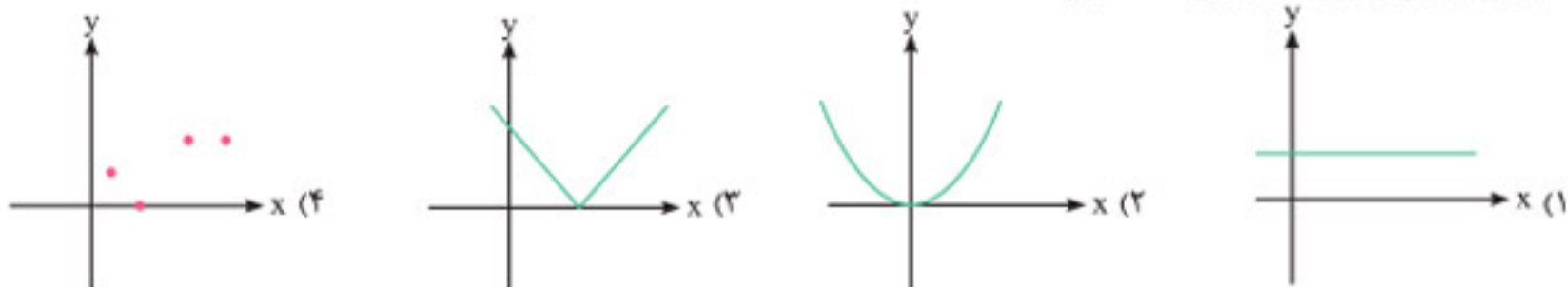
- (۱) ۲
- (۲) ۵
- (۳) ۳
- (۴) -۳

۲۷۲. با توجه به نمودار تابع، کدام یک از گزینه‌های زیر، دامنه و برد آن را نشان می‌دهد؟

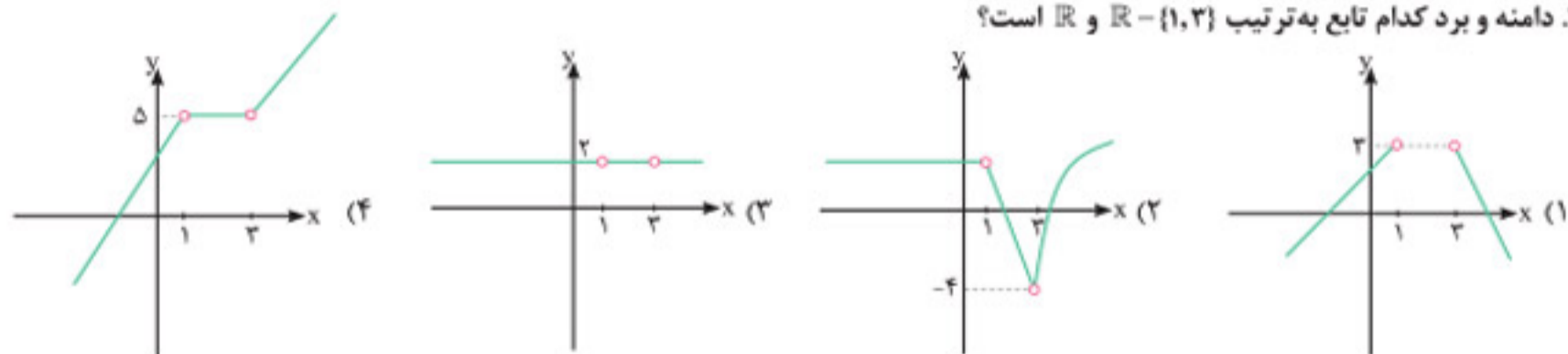


- (۱) $R_f = \{-2, -1, 1, 3\}, D_f = \{-1, 1, 2, 4\}$
- (۲) $R_f = \{-1, 1, 2, 4\}, D_f = \{-2, -1, 1, 3\}$
- (۳) $R_f = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}, D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- (۴) $R_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}, D_f = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

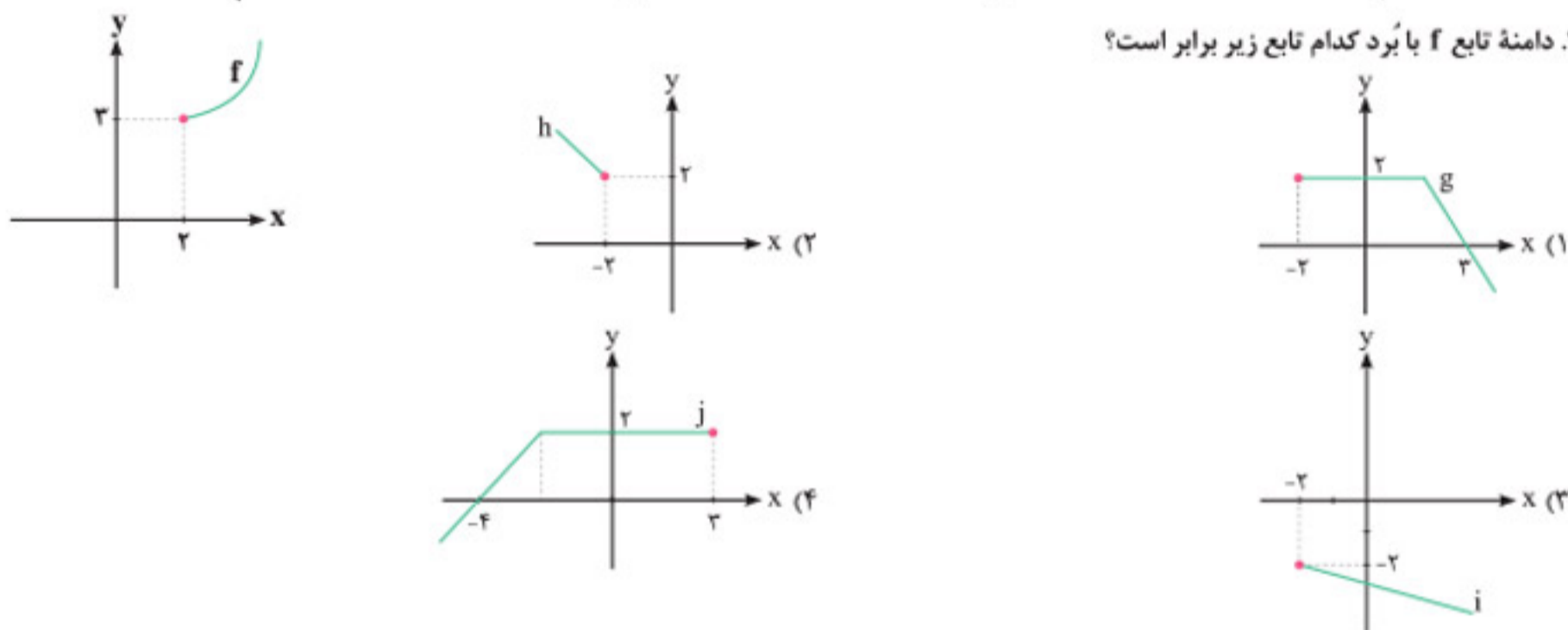
۲۷۳. در نمودارهای زیر، برد کدام تابع تک‌عضوی است؟



۲۷۴. دامنه و برد کدام تابع به ترتیب $\mathbb{R} - \{1, 2\}$ و \mathbb{R} است؟



۲۷۵. دامنه تابع f با بُرد کدام تابع زیر برابر است؟



تابع به شکل ضابطه و توصیف کلامی

۲۷۶. ضابطه تابع جدول مقابل، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۱	۲	۵	۱۰	۱۷

$y = x^2 + 1$ (۲)

$y = 2x^2 + 1$ (۴)

$y = x + 1$ (۱)

$y = 2x + 1$ (۳)

۲۷۷. تابع f به هر عدد حقیقی، سه برابر مجموع آن عدد و مربعش را نسبت می‌دهد. ضابطه f کدام است؟

$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 3x + x^2 \end{cases}$ (۴)

$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2(x + x^2) \end{cases}$ (۳)

$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2(x + x^2) \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x + x^2 \end{cases}$ (۱)

۲۷۸. کدام توصیف کلامی، برای تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3}$ مناسب است؟

- (۱) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر ثلث تفاضل آن عدد از یک را نسبت می‌دهد.
- (۲) تابع f به هر عدد طبیعی، ثلث جذر تفاضل آن عدد از یک را نسبت می‌دهد.
- (۳) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر ثلث تفاضل عدد ۱ از آن عدد را نسبت می‌دهد.
- (۴) تابع f به هر عدد طبیعی، ثلث جذر تفاضل عدد ۱ از آن عدد را نسبت می‌دهد.

۲۷۹. در یک سری از مستطیل‌ها، طول از ۳ برابر عرض، ۴ واحد بیشتر است. اگر طول را با x نمایش دهیم تابع f که مساحت این مستطیل‌ها را بر حسب طول

آن‌ها بیان می‌کند کدام است؟ (\mathbb{R}^+ یعنی اعداد حقیقی مثبت)

$\begin{cases} f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x}{3} \end{cases}$ (۴)

$\begin{cases} f: \{x > 4\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x}{3} \end{cases}$ (۳)

$\begin{cases} f: \{x > 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 4x \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = x^2 - 4x \end{cases}$ (۱)





۲۸۰. ماشین f هر عدد حقیقی که به آن وارد شود را به توان ۲ رسانده و سپس ۵ برابر x را از جواب کم می کند.

با توجه به شکل مقابل، مجموع مقادیر قابل قبول برای x کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

(خارج ۹۲)

۲۸۱. اگر $f(x) = |3x - 5|$ و $g(x) = \sqrt{\frac{1}{4}x + 2}$ باشند، مقدار $f(\frac{1}{4}) + g(\frac{1}{4})$ چقدر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۲۸۲. کدام گزینه می تواند ضابطه تابع $f = \{(1, 3), (2, -4), (3, 9), (4, -8)\}$ باشد؟

- (۱) $f(x) = 3x$
- (۲) $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{اعداد طبیعی فرد} \\ -2x & \text{اعداد طبیعی زوج} \end{cases}$
- (۳) $f(x) = -2x$
- (۴) $f(x) = \begin{cases} 3x & ; x > 0 \\ -2x & ; x < 0 \end{cases}$

(سراسری ۹۷)

۲۸۳. اگر $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ باشد، مقدار $f(-2) + 2f(\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

(خارج ۹۷)

۲۸۴. اگر $f(x) = x\sqrt{2+|x|}$ باشد، مقدار $f(2) + 4f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۳
- (۴) ۳/۵

۲۸۵. اگر نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax + 1$ از نقطه $(2, 3)$ عبور کند، مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۱
- (۳) ۵
- (۴) -۱

۲۸۶. در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ ، تساوی های $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ برقرار است. مقدار b کدام است؟

- (۱) -۳
- (۲) -۲
- (۳) -۱
- (۴) ۱

(سراسری ۹۵)

۲۸۷. اگر $f(x) = |2x - 5|$ باشد، مقدار $f(2 + \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) $4\sqrt{2} - 4$
- (۳) ۳
- (۴) $2\sqrt{2} + 2$

(سراسری ۹۲)

۲۸۸. در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲۸۹. عبارت ذکر شده در کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دامنه یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر وابسته می تواند داشته باشد.
- (۲) دامنه یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر مستقل می تواند داشته باشد.
- (۳) در رابطه $h(x) = |x^2 - 3x|$ متغیر x متغیر وابسته و $h(x)$ متغیر مستقل است.
- (۴) برد یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر مستقل می تواند داشته باشد.

۲۹۰. با توجه به تابع $f(x) = 2x - 1$ ، اگر $R_f = \{1, 3, 5\}$ باشد، دامنه تابع کدام خواهد بود؟

- (۱) $D_f = \{1, 3, 5\}$
- (۲) $D_f = \{-1, -3, -5\}$
- (۳) $D_f = \{1, 2, 3\}$
- (۴) $D_f = \{-1, -2, -3\}$

۲۹۱. اگر برد تابع $f(x) = x^2 - 5x + 1$ برابر $R_f = \{1\}$ باشد، تابع f به صورت زوج مرتب کدام می تواند باشد؟

- (۱) $f = \{(0, 1), (4, 1)\}$
- (۲) $f = \{(4, 1)\}$
- (۳) $f = \{(0, 1), (5, 1)\}$
- (۴) $f = \{(1, 1), (5, 1)\}$

۲۹۲. با توجه به تابع $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ و $A = \{0, -1, 8, 3\}$ ، برد تابع f کدام است؟

- (۱) $R_f = \{0, 1, -2, -1\}$
- (۲) $R_f = \{0, -1, 2, 1\}$
- (۳) $R_f = \{0, 1, 2\}$
- (۴) $R_f = \{0, -1, -2\}$

۲۹۳. در تابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ اگر $f(a) = 3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) فقط -۳
- (۲) فقط ۱
- (۳) ۱ و -۳
- (۴) ۳

۲۹۴. اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x}$ چهارعضوی و برد آن $\{0, 1\}$ باشد، مجموع عضوهای دامنه کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) صفر
- (۴) ۱

۲۹۵. کدام یک از رابطه های زیر، تابع نیست؟

- (۱) رابطه بین هر مسلمان و قبله او
- (۲) رابطه بین هر فرد و شماره ملی او
- (۳) رابطه بین مساحت هر مربع و ضلع آن
- (۴) رابطه بین هر شهر و سوغاتی آن شهر

۲۹۶. کدام گزینه بیانگر یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می دهد.
- (۲) رابطه ای که به هر فرد، نام خانوادگی اش را نسبت می دهد.
- (۳) رابطه ای که به هر شخص، نام والدین او را نسبت می دهد.
- (۴) رابطه ای که به هر شخص، رنگ پوستش را نسبت می دهد.

خطوط عمود و خطوط موازی

۳۲۶. خط $2y = -4x + 3$ با کدام خط زیر موازی است؟

(۱) $x + y = 2$ (۲) $3x - 4y = 5$ (۳) $2x + y = 10$ (۴) $y = -x$

۳۲۷. معادله خطی که نمودار آن از نقطه $A(2, 6)$ گذشته و با خط $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$ موازی باشد کدام است؟

(۱) $y = 8 - x$ (۲) $y = 8 + x$ (۳) $y = 6 - x$ (۴) $y = 6 + x$

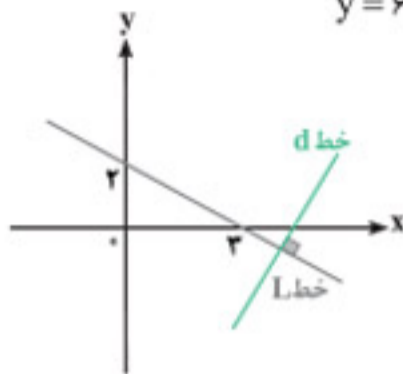
۳۲۸. با توجه به شکل داده شده، شیب خط d کدام است؟

(۱) $4/5$

(۲) $3/5$

(۳) $2/5$

(۴) $1/5$



تلاقی خط و محورهای مختصات - تلاقی دو خط با هم

۳۲۹. نمودار تابع خطی $f(x) = (2k - 1)x + 2m$ از نقطه $(3, -2)$ عبور کرده و محور x ها را در نقطه‌ای به طول 5 قطع می‌کند. مقدار $2k + m$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) 7

۳۳۰. خط d از نقطه $A(-2, 4)$ و نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x + y = 5$ و $3y - x + 6 = 0$ گذشته است. شیب خط d کدام است؟ (سراسری ۹۷)

(۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

۳۳۱. خط به معادله $\frac{y - 3x}{5} - \frac{x}{2} = 3$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مبدأ مختصات را O بنامیم، مساحت مثلث OAB کدام است؟

(۱) $\frac{11}{5}$ (۲) $\frac{31}{5}$ (۳) $\frac{17}{3}$ (۴) $\frac{45}{11}$

۳۳۲. تابع خطی $f(x) = mx + h$ در هیچ نقطه‌ای با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد. اگر $f(2) = 2a - 1$ و $f(1 - a) = 2$ باشد، مقدار $f(-6)$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۲)

(۱) 5 (۲) 2 (۳) 11 (۴) 8

کاربرد توابع خطی در حل مسائل توصیفی

۳۳۳. رابطه بین ارتفاع از سطح زمین (x) و دما (y) رابطه‌ای خطی است. در سطح زمین دما برابر 24 درجه سانتی‌گراد و در ارتفاع 2000 متری از سطح دریا دما برابر 4 درجه است. دما در ارتفاع 1400 متری از سطح دریا چند درجه سانتی‌گراد است؟

(۱) 8 (۲) 10 (۳) 12 (۴) 14

۳۳۴. وقتی هیچ وزنه‌ای به یک فنر آویزان نباشد، طول آن 30 سانتی‌متر است. به ازای هر 1 کیلوگرم وزنه‌ای که به آن متصل شود، 3 سانتی‌متر به طول فنر اضافه می‌شود. با فرض آنکه f طول فنر بر حسب سانتی‌متر و x مقدار وزنه بر حسب کیلوگرم باشد، مقدار $\frac{f(h) - f(h+1)}{h}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{h}$ (۲) $\frac{-3}{h}$ (۳) $\frac{2}{h}$ (۴) $\frac{-2}{h}$

۳۳۵. نمودار تابع مقابل، نمودار سود یک کارخانه بر حسب تعداد کالا می‌باشد. با تولید چه تعداد کالا، سوددهی شروع می‌شود؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

شروع می‌شود؟

(۱) 358

(۲) 359

(۳) 360

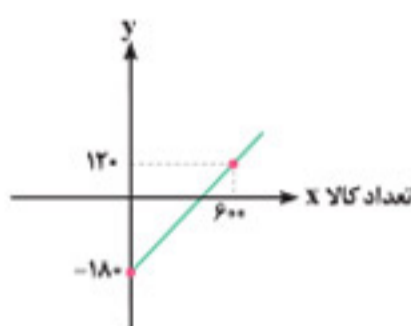
(۴) 361

۳۳۶. رابطه بین دما بر حسب سانتی‌گراد (C) و فارنهایت (F) به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم 30 درجه سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

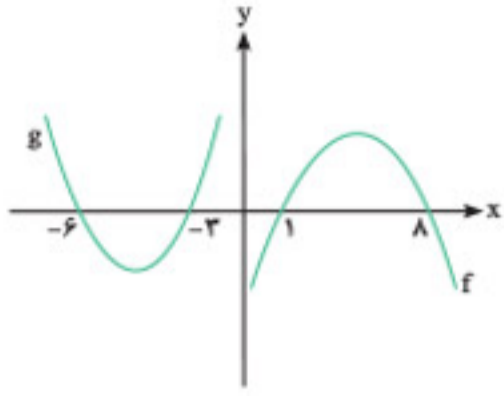
(۱) 30 (۲) 40 (۳) 54 (۴) 64

۳۳۷. اگر به سه برابر دمای جسمی بر حسب سانتی‌گراد (C) 20 واحد اضافه شود، دمای آن بر حسب فارنهایت (F) به دست می‌آید، درجه حرارت این جسم چند درجه سانتی‌گراد است؟ $(F = 1/8C + 32)$

(۱) 20 (۲) 25 (۳) 10 (۴) 35

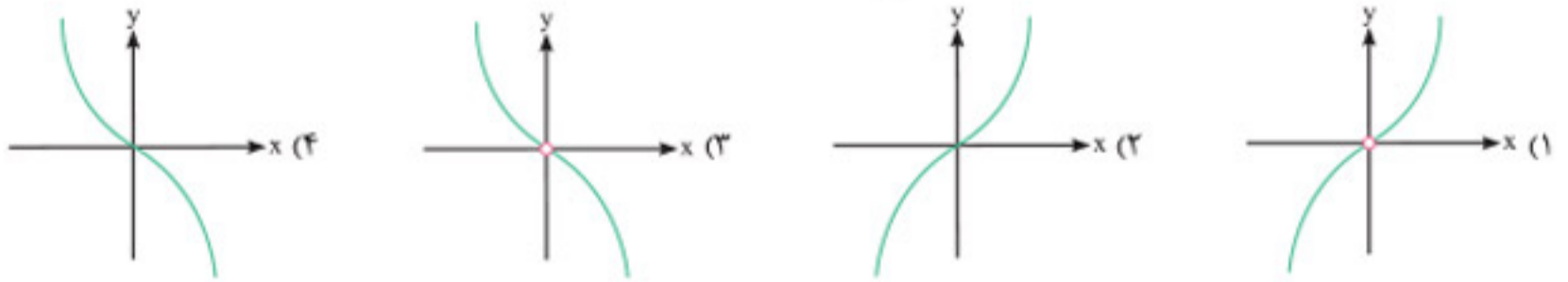


۵۵۲. با توجه به شکل روبه‌رو، دامنه تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

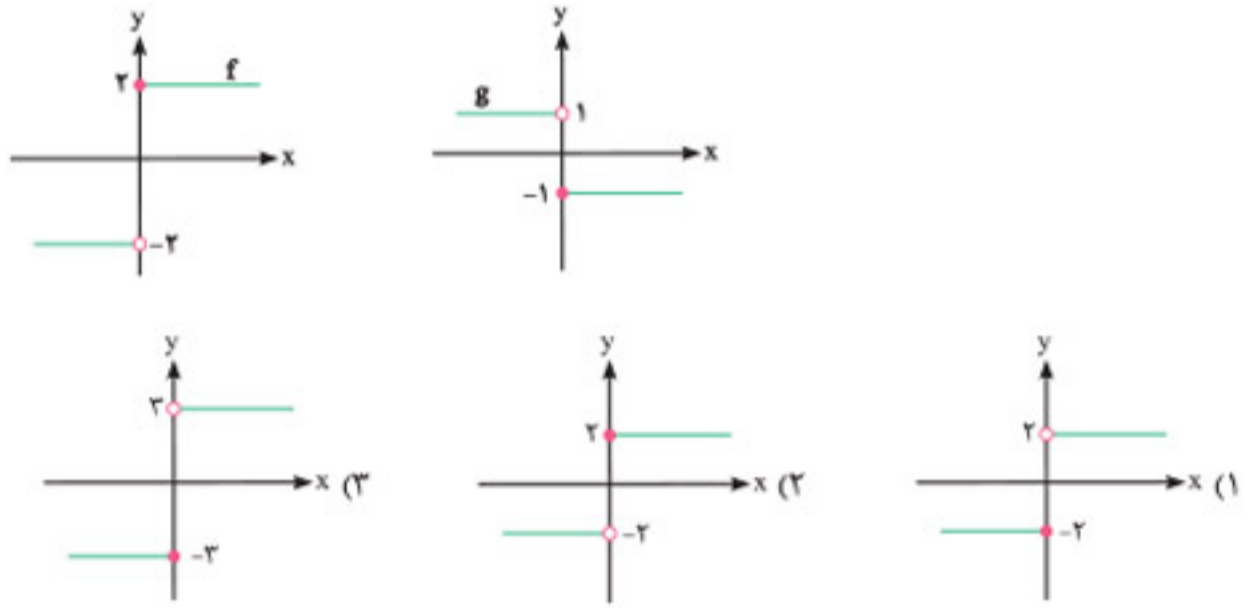


- (۱) \mathbb{R}
- (۲) $\mathbb{R} - \{1, 8\}$
- (۳) $\mathbb{R} - \{-3, -6\}$
- (۴) $\mathbb{R} = \{-6, -3, 1, 8\}$

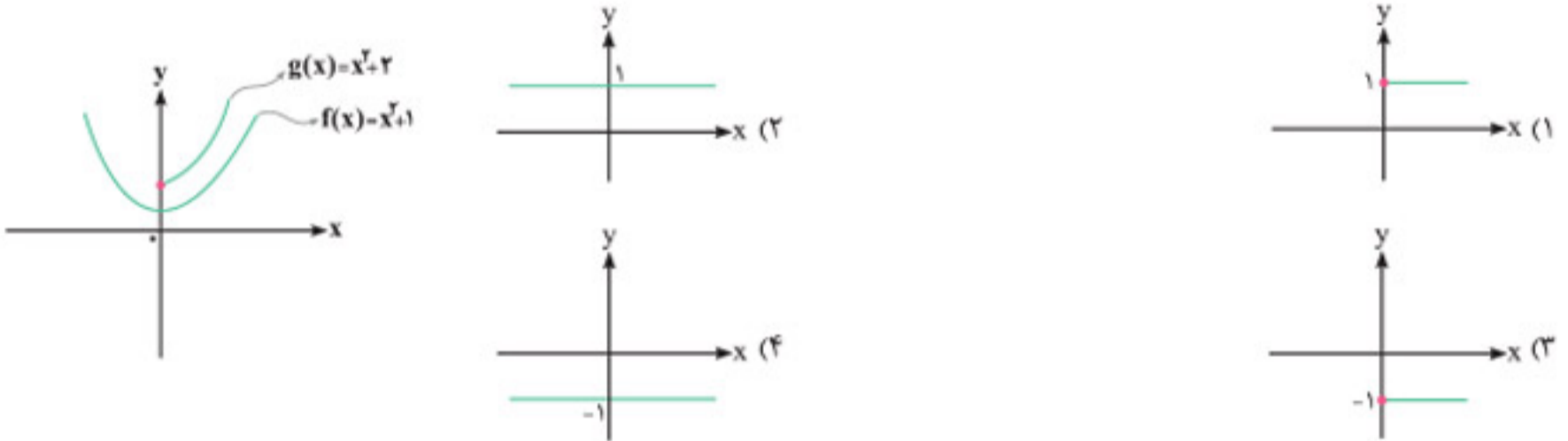
۵۵۳. اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، نمودار تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟



۵۵۴. با توجه به نمودارهای زیر، نمودار $(f - g)$ کدام است؟

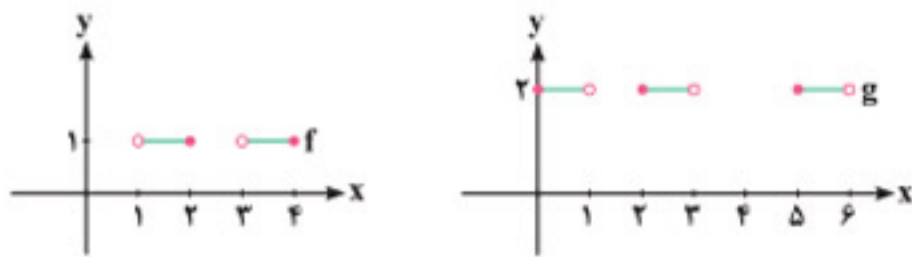


۵۵۵. اگر نمودار توابع f و g به صورت مقابل باشند، نمودار تابع $g - f$ کدام است؟



۵۵۶. اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشد، تابع $f + g$ شامل چند نقطه است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)



- (۱) بی‌شمار
- (۲) یک
- (۳) دو
- (۴) سه

۵۵۷. اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = [x]$ باشند، نمودار تابع $(f.g)(x)$ در فاصله $-2 \leq x < 0$ از دو خط با کدام شیب‌ها تشکیل شده است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲, ۱
- (۲) ۳, ۲
- (۳) ۱/۵, ۰/۵
- (۴) ۲, ۱/۵

آزمون ۵

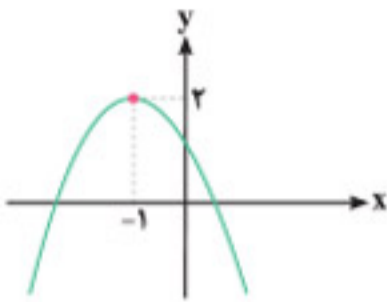
تابع - آزمون اول

۵۶۴. اگر مجموعه $\{(1, 2), (-1, m-1), (m, -2), (-1, 2m)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) -1 (۴) $\frac{1}{2}$

۵۶۵. اگر سهمی $y = a(x+h)^2 + 2k$ به صورت مقابل باشد $h+k$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۵۶۶. تابع f به هر عدد حقیقی مربع ثلث همان عدد، به علاوه Δ را نسبت می‌دهد. f کدام تابع است؟

- (۱) $f(x) = (\frac{x}{3})^2 + \Delta$ (۲) $f(x) = \frac{x^2}{3} + \Delta$ (۳) $f(x) = (\frac{x+\Delta}{3})^2$ (۴) $f(x) = \frac{(x+\Delta)^2}{3}$

۵۶۷. اگر در تابع $f(x) = ax^2 + bx^2$ مقدار $f(1) - f(-1) = -4$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -4 (۳) -2 (۴) ۴

۵۶۸. نمودار مختصاتی تابع $x - 2y + 1 = 0$ ، از کدام ناحیه‌ها می‌گذرد؟

- (۱) اول، دوم و چهارم (۲) اول، سوم و چهارم (۳) اول، دوم و سوم (۴) دوم، سوم و چهارم

۵۶۹. اگر $1 \leq x < \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $[x] + [2x]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۷۰. نمودار $y = |x|$ را دو واحد به راست و سه واحد به پایین منتقل می‌کنیم. تابع جدید کدام است؟

- (۱) $y = |x+2| + 3$ (۲) $y = |x+2| - 3$ (۳) $y = |x-2| + 3$ (۴) $y = |x-2| - 3$

۵۷۱. اگر $f = \{(3, 4), (5, 7), (-1, 0)\}$ و $g = \{(2, 7), (-1, 4), (3, 5)\}$ باشند، حاصل $[\frac{f}{g}(3)]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

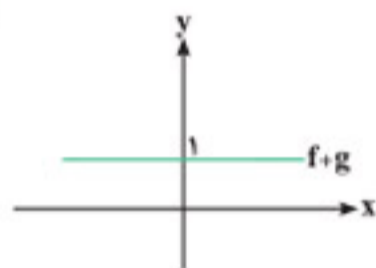
- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) -1

۵۷۲. اگر $f(1) = 5$ و نقطه $(1, 10)$ عضوی از تابع $f \times g$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -1 (۴) -2

۵۷۳. اگر $f(x) = x$ و نمودار $f+g$ به صورت مقابل باشد، تابع $g(x)$ کدام است؟

- (۱) $g(x) = x + 1$ (۲) $g(x) = -x + 1$ (۳) $g(x) = x - 1$ (۴) $g(x) = -x - 1$



آزمون ۶

تابع - آزمون دوم

۵۷۴. طول رأس سهمی $y = -(3-x)^2 + 4$ برابر با عرض رأس سهمی $y = 2x^2 - 4x - m$ است. مقدار m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -5 (۳) ۳ (۴) -3

۵۷۵. معادله $\frac{-x}{|x|} - 2x = 4$ چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۵۷۶. اگر تابع f همانی بوده و رابطه $f(x^2 - x) = 4 - x$ برقرار باشد، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای x کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -4 (۳) ۸ (۴) -8

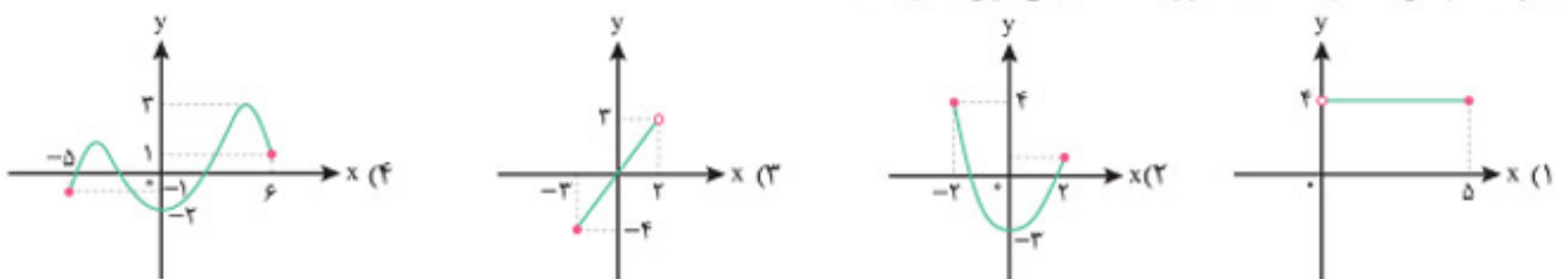
۵۷۷. در یک شرکت اگر x مقدار کالاها و p قیمت هر واحد کالا باشد، رابطه $2x = 100 - 2p$ برقرار است. بیشترین درآمد شرکت کدام است؟

- (۱) ۳۱۵ (۲) ۴۱۵ (۳) ۶۲۵ (۴) ۸۲۵

۵۷۸. اگر $f(x) = 10$ ، $f(x+3) = 2$ و تابع خطی f از مبدأ بگذرد حاصل $|\frac{f(3)}{f(-1)}|$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) ۳ (۳) -2 (۴) ۲

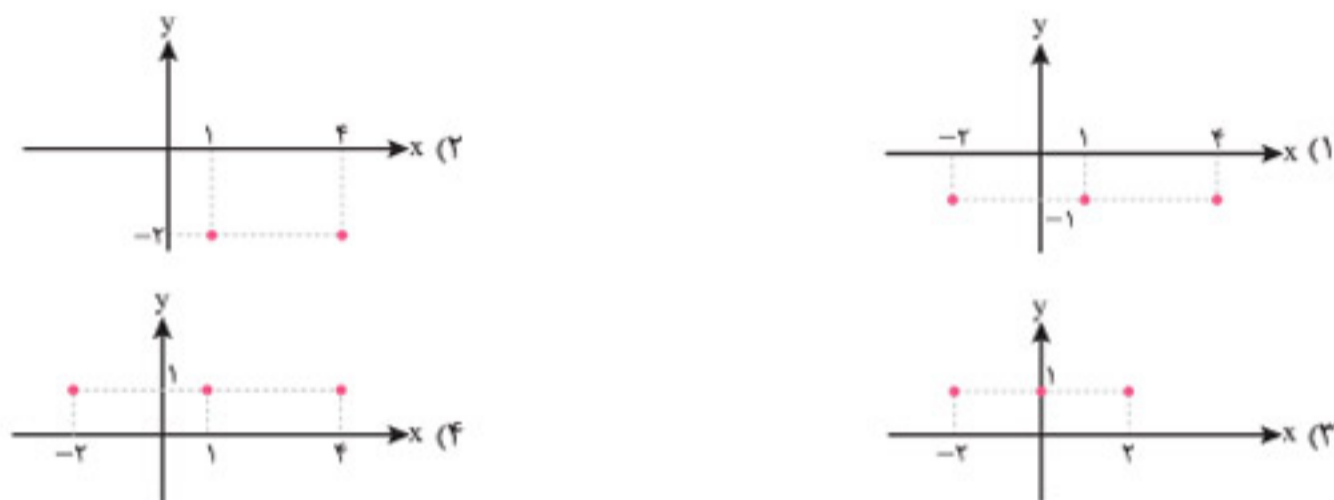
۵۷۹. برد کدام تابع، شامل تعداد بیشتری اعداد طبیعی مربع کامل است؟



۶.۴ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{2-x} & ; |x| > 2 \\ \frac{x-2}{|2-x|} & ; |x| < 2 \end{cases}$ با کدام تابع برابر است؟

$\begin{cases} f(x) = -1 \\ D_f = \mathbb{R} \end{cases}$ (۴)
 $\begin{cases} f(x) = 1 \\ D_f = \mathbb{R} \end{cases}$ (۳)
 $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 2 \\ -1 & ; x < 2 \end{cases}$ (۲)
 $f(x) = \begin{cases} x & ; x > 2 \\ -x & ; x < 2 \end{cases}$ (۱)

۶.۵ اگر $f = \{(4, 0), (-2, 6), (1, 8), (2, 9)\}$ و $g = \{(-2, -6), (1, 0), (4, 1), (5, 10)\}$ باشند، نمودار تابع $\frac{f^2 - g^2}{(g-f)(g+f)}$ کدام است؟



۶.۶ اگر $f(x - [x]) = [-x] - x$ یک تابع همانی باشد، نمایش تابع f به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها کدام است؟

$f = \{(0, 0), (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}), (1, 1)\}$ (۲)
 $f = \{(0, 0), (-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}), (\frac{1}{4}, \frac{1}{4})\}$ (۱)

$f = \{(0, 0), (\frac{1}{4}, \frac{1}{4})\}$ (۴)
 $f = \{(0, 0), (-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})\}$ (۳)

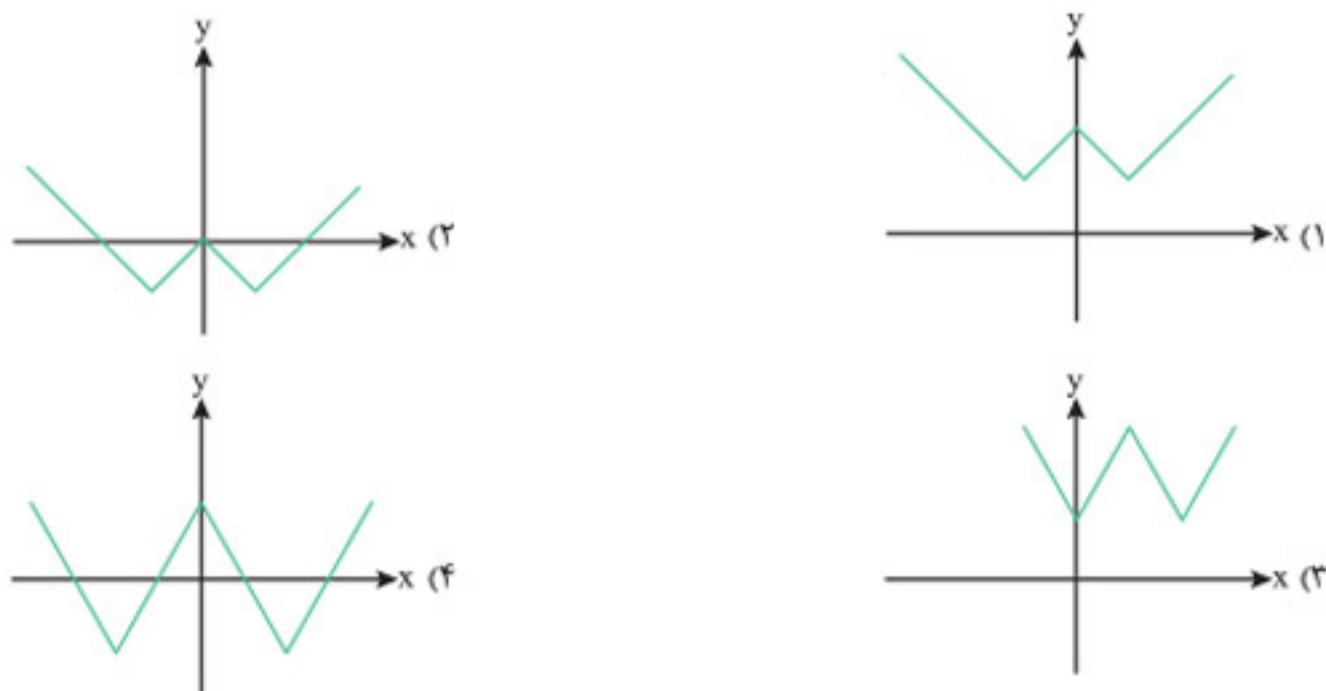
۶.۷ اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 3cx[x+2] & ; 1 \leq x < 2 \\ g(x)+1 & ; 0 \leq x < 1 \\ a\frac{|x|}{x} - 2bx & ; x < 0 \end{cases}$ نیمساز ربع اول و سوم باشد، حاصل $a+b+c+g(0)$ کدام است؟

$\frac{31}{14}$ (۴)
 $\frac{-31}{14}$ (۳)
 $\frac{25}{18}$ (۲)
 $\frac{-25}{18}$ (۱)

۶.۸ اگر رابطه $f = \{(a+1, fa), (\sqrt[3]{a^3}, a+b), (a, \frac{b}{a}), (|a|, a^2+b-a)\}$ تابع باشد، میانگین اعضای بُرد f کدام است؟

۴ یا ۲ (۴)
 ۲ یا ۱ (۳)
 ۱ یا ۰ (۲)
 ۳ یا ۰ (۱)

۶.۹ نمودار $f(x) = 2 + |3 - |x||$ کدام است؟



آزمون ۳ - پلاس ۱۴۰۴

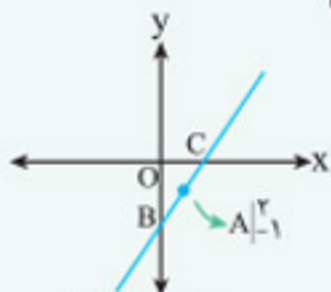


تابع - آزمون ششم

۶۱۴. اگر $\text{sign}(|x|+2) = \frac{x}{y} - 3$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $-3x+30$ کدام است؟ ([نماد جزء صحیح است.)
 (۱) ۲۱ (۲) ۳۰ (۳) ۴۱ (۴) ۵۰

۶۱۵. اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ باشند، دامنه تابع $f \times g$ کدام است؟

- (۱) $\{2 \leq x < 3\}$ (۲) $\{x \geq 2\}$ (۳) $\{x \geq 0\}$ (۴) $\{x < 3\}$



۶۱۶. با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث OBC بر حسب شیب خط (m) کدام است؟

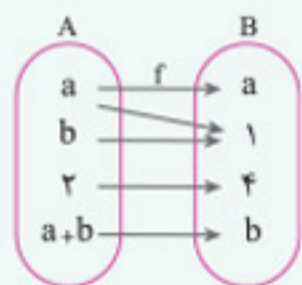
(۱) $S = \frac{(m+1)^2}{m}$ (۲) $S = (m+1)^2$

(۳) $S = \frac{(2m+1)^2}{2m}$ (۴) $S = (2m+1)^2$

۶۱۷. سهمی $y = x^2 + x - 2k$ با نیمساز ربع اول و سوم دو نقطه برخورد دارد و با نیمساز ربع دوم و چهارم نقطه برخوردی ندارد. حدود k کدام است؟
 (۱) $k > 0$ (۲) $k < -\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2} < k < 0$ (۴) هیچ مقداری برای k وجود ندارد.

۶۱۸. اگر دامنه و برد تابع $f = \{(2, b), (a, 2), (4, c)\}$ با هم برابر باشند و ضمناً رابطه $f(f) = f(a)$ برقرار باشد، مقدار $(a+b+c)$ کدام است؟
 (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۷

۶۱۹. اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ از نقاط $A(m-2, \sqrt{2n})$ ، $B(m, -3)$ و $C(m+2, \sqrt{2n})$ بگذرد و ضمناً خط $y = k$ سهمی را در دو نقطه قطع کند، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای k کدام است؟
 (۱) $k > 0$ (۲) $k > -3$ (۳) $k < 0$ (۴) $k < -3$



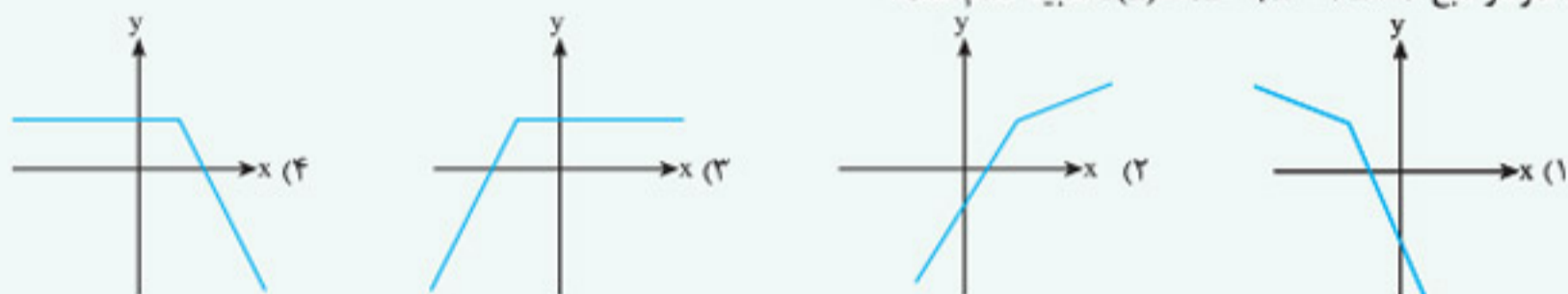
۶۲۰. اگر نمودار پیکانی زیر تابع باشد b چند مقدار را نمی پذیرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

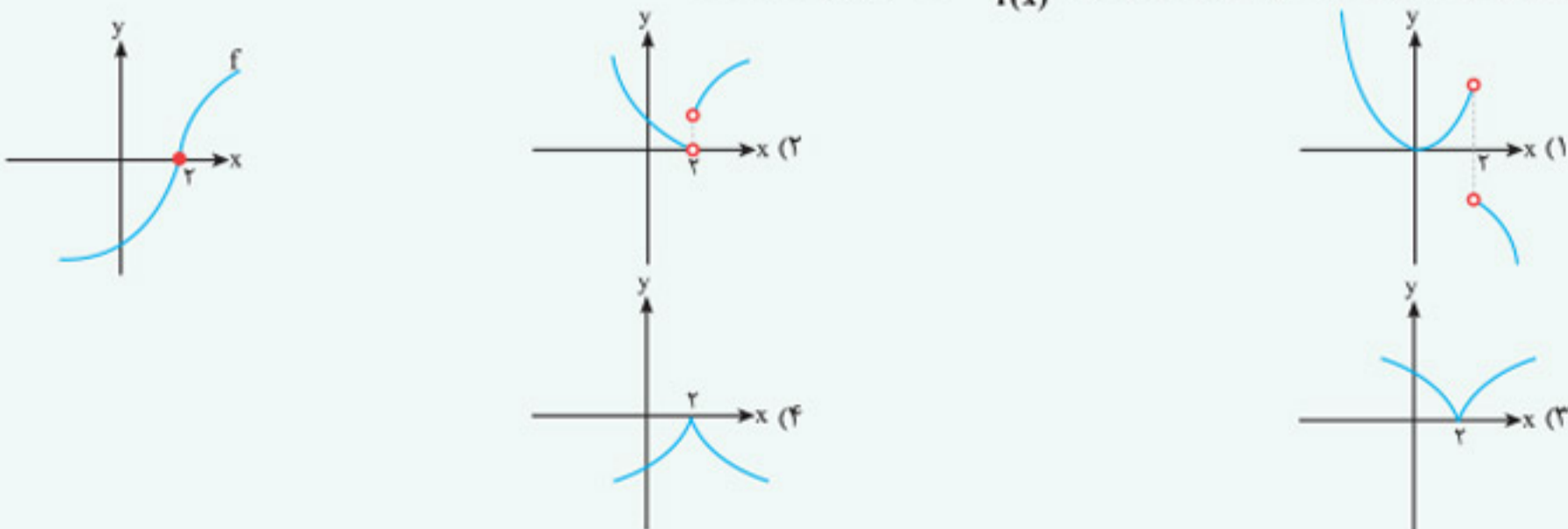
۶۲۱. اگر $f = \{(-3, 8), (\frac{1}{2}, 10)\}$ و $g(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x \in \mathbb{Z} \\ \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشند، آن گاه تابع $(\frac{f-g}{f+g})^2$ کدام است؟

- (۱) $\{(-\frac{1}{2}, 25), (\frac{1}{2}, 625)\}$ (۲) $\{(0, 4), (4, 100)\}$ (۳) $\{(-3, 81), (\frac{1}{2}, 4)\}$ (۴) $\{(-3, \frac{81}{625}), (\frac{1}{2}, 1)\}$

۶۲۲. نمودار تابع $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ شبیه کدام است؟

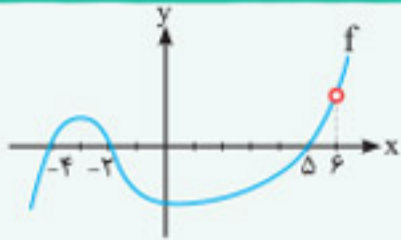


۶۲۳. با توجه به نمودار f در شکل مقابل، نمودار تابع $g(x) = -x^2 \times \frac{|f(x)|}{f(x)}$ کدام است؟





تابع - آزمون هفتم



۶۲۴. اگر نمودار f به صورت مقابل باشد، دامنه تابع $g(x) = \frac{3x-1}{f(x)}$ کدام است؟

(۲) $\mathbb{R} - \{-2, 5\}$

(۴) $\mathbb{R} - \{6\}$

(۱) $\mathbb{R} - \{-4, 6\}$

(۳) $\mathbb{R} - \{-4, -2, 5, 6\}$

۶۲۵. نمودار تابع $f(x) = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$ را ۴ واحد به طرف x های منفی و ۱ واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

(۴) -۲

(۳) -۲/۵

(۲) -۳

(۱) -۳/۵

۶۲۶. اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+b}{x+1} & x \neq -1 \\ \frac{c}{x+2} & x = -1 \end{cases}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $ab+c$ کدام است؟

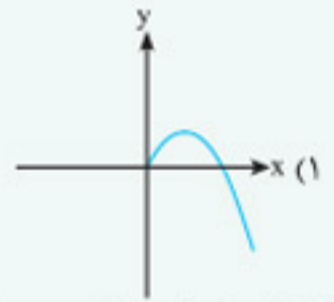
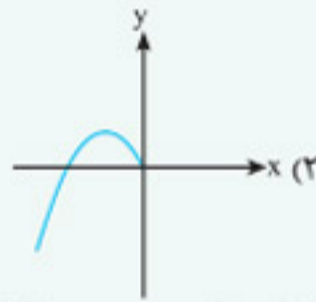
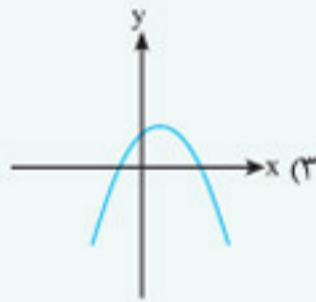
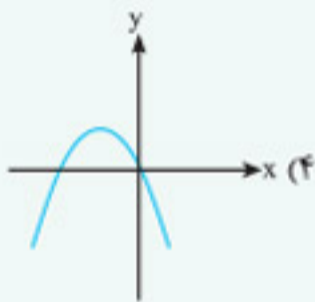
(۴) ۳

(۳) -۳

(۲) -۲

(۱) ۲

۶۲۷. اگر $f(x) = \sqrt{x} + x$ و $g(x) = \sqrt{x} - x$ باشد، آن‌گاه نمودار تابع $y = (f \cdot g)(x)$ کدام است؟



۶۲۸. کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع است؟ (x متغیر مستقل است.)

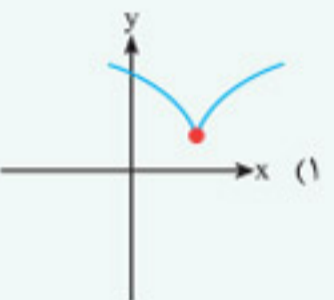
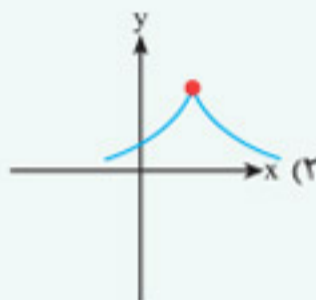
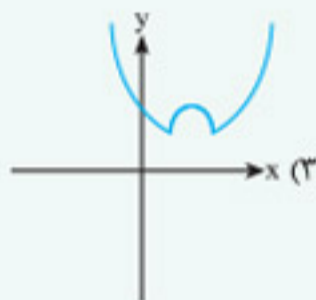
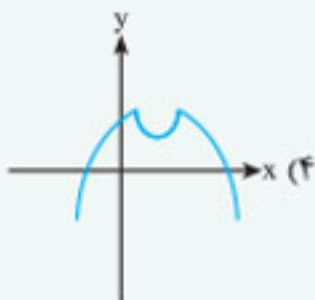
(۴) $(-1)^x = (-1)^y$

(۳) $\sqrt{|x|} = \sqrt{|y|}$

(۲) $y^2 + \sqrt{x+x^2} = 0$

(۱) $x^2 + y^4 = 1$

۶۲۹. نمودار $y = |1 - (x-2)^2| + 3$ شبیه کدام است؟



۶۳۰. کدام یک از توابع زیر، نمایش یک تابع ثابت نیست؟ (تمام عبارات تعریف شده‌اند و $x \neq 0$)

(۴) $y = \left[\frac{1}{1+\sqrt{x}} \right]$

(۳) $y = \left[\frac{x}{1+x} \right]$

(۲) $y = \left[\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^6}} \right]$

(۱) $y = \left[\frac{y^4}{x^4 + x^2} \right]$

۶۳۱. مجموعه جواب معادله $[x-1] = \text{sign}(x-4) + 3$ به صورت $(a \leq x \leq b) \cup (c \leq x < d)$ می‌باشد. حاصل $\frac{a+b}{c+d}$ کدام است؟ ($a < b < c < d$)

(۴) $\frac{1}{11}$

(۳) $\frac{7}{11}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۱) $\frac{7}{10}$

۶۳۲. اگر نمودار تابع $f(x) = |x-a| + b$ دقیقاً از سه ناحیه صفحه مختصات عبور کند، کدام گزینه در مورد نمودار تابع $g(x) = |x-2b| - 4b$ درست است؟

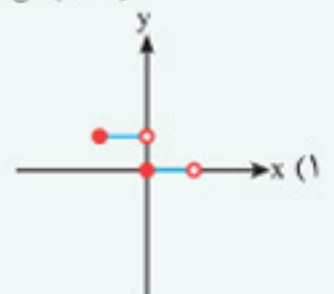
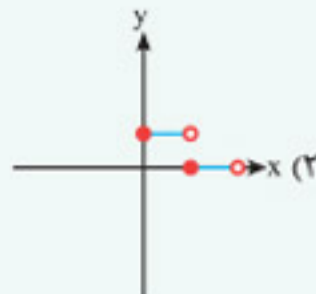
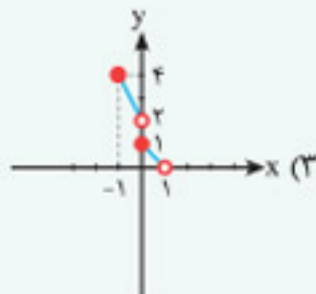
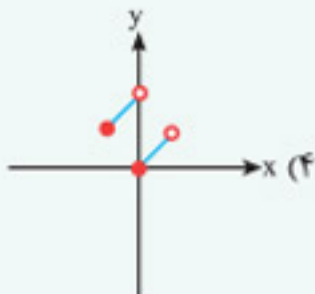
(۲) حداقل از ۳ ناحیه می‌گذرد.

(۴) دقیقاً از ۳ ناحیه می‌گذرد.

(۱) از هر ۴ ناحیه می‌گذرد.

(۳) دقیقاً از ۲ ناحیه می‌گذرد.

۶۳۳. نمودار تابع $f(x) = \frac{[x-1] \times [x-1]}{\text{sign}(x-1)}$ در محدوده $-1 \leq x \leq 1$ کدام است؟



آزمون پایه دهم ۱

۲۱۵۴. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه معادله $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

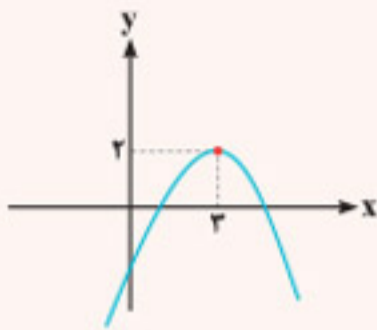
۲۱۵۵. نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ که در آن $|a| = 1$ است، به صورت روبه‌رو می‌باشد. $f(1)$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۱۱

(۳) -۲

(۴) -۲۳



۲۱۵۶. مطابق شکل مقابل محیط مستطیل بزرگ ۱۲ و طول و عرض مستطیل کوچک نصف طول و عرض مستطیل بزرگ

است. اگر مساحت بین دو مستطیل ۶ باشد، عرض مستطیل کوچک کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۱

(۴) ۸



۲۱۵۷. نوع و مقیاس کدام متغیر زیر، کمی فاصله‌ای است؟

(۱) مدت زمان پیاده‌روی (۲) سال تولد افراد

(۳) تعداد لامپ‌ها

(۴) درآمد افراد

۲۱۵۸. قرار است پولی را بین چند نفر به صورت مساوی تقسیم کنیم، سپس دو نفر به جمع آن‌ها اضافه می‌شود. در این صورت از سهم هر یک $\frac{1}{24}$ کم می‌شود.

در ابتدا چند نفر بوده‌اند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۱۵۹. رابطه هزینه شرکتی به صورت $C(x) = -\frac{11}{4}x + 15$ و رابطه درآمد آن برابر $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$ واحد است. با تولید چندمین کالا سوددهی آغاز می‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۱۶۰. اگر جواب معادله $\frac{1}{x} - \frac{2-x}{x+2} = \frac{4}{x^2+2x}$ برابر با طول رأس سهمی $y = 2x^2 - ax + 1$ باشد، مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) -۸

۲۱۶۱. رابطه $f = \{(2, 2m^2), (4, 6), (6, 3), (2, m+1), (2m+2, 3)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}, 1$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) \emptyset

۲۱۶۲. ماشینی f به عنوان ورودی، اعداد حقیقی مثبت را قبول می‌کند و پس از دریافت عدد از سه برابر جذرش چهار واحد کم می‌کند، سپس نصف حاصل را

حساب کرده و به عنوان خروجی معرفی می‌کند. اگر خروجی ۴ باشد، ورودی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۲۱۶۳. اگر $f(x) = (a-1)x^2 + 2ax - 3$ یک تابع خطی باشد و $f(m+1) = 11$ ، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۷

۲۱۶۴. اگر $f(x) = 7x - 11$ و $-4 \leq y < 10$ باشد، دامنه تابع f کدام است؟

- (۱) $-17 \leq x < 59$ (۲) $-1 \leq x < 2$ (۳) $-29 \leq x < 59$ (۴) $1 \leq x < 2$

۲۱۶۵. چه تعداد از روابط زیر تابع است؟ (x متغیر مستقل است.)

(الف) $|x| + |y| = 1$ (ب) $x^2 + y^2 = 4$ (ج) $y = \begin{cases} x+1 & x \geq 1 \\ 3x & x \leq 1 \end{cases}$

(د) $x = 1$ (ه) $y = 2$ (و) $(-1)^y = x$

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۱۶۶. بیشترین مقدار تفاضل $\frac{1}{6}$ مربع عددی از ۱۰ برابر آن کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۴۵۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۵۰

۲۱۶۷. شکل تابع f به صورت مقابل می‌باشد. حاصل $\frac{f(5)}{f(-2)}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) -۲

(۴) -۴

