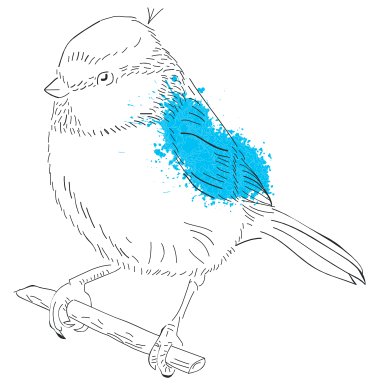


فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله





۱. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $N - W = \{0\}$ (۲) $Z - Q = Q'$ (۳) $Q - R = Q'$ (۴) $R - Q' = Q$

۲. چند تا از مجموعه‌های $Q' - W$ و $Z - Q$ ، $R - Q$ ، $W - N$ متناهی هستند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳. مجموعه‌های اعداد طبیعی، صحیح، حقیقی، گویا، گنگ و حسابی را به طور تصادفی با حروف A تا F نام‌گذاری می‌کنیم. اگر عبارت $D \subseteq A \subseteq C \subseteq E \subseteq F$ برقرار باشد؛ کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $C - D$ (۲) $C \cap E$ (۳) $B \cap E$ (۴) $F - B$

۴. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر A دارای یک زیرمجموعه نامتناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه نامتناهی است.
- (۲) اگر A' یک مجموعه نامتناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه متناهی است.
- (۳) اگر A دارای یک زیرمجموعه متناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه متناهی است.
- (۴) اگر A' یک مجموعه متناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه نامتناهی است.

۵. کدام مجموعه زیر متناهی و تعداد اعضای آن فرد است؟

- (۱) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۳۵
- (۲) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۳۶
- (۳) مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۵
- (۴) مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۶

۶. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو مجموعه نامتناهی وجود دارد که یکی زیرمجموعه دیگری است.
- (۲) دو مجموعه نامتناهی وجود دارد که اشتراک آن‌ها برابر تهی است.
- (۳) اگر A مجموعه نامتناهی و B مجموعه متناهی باشد، آن‌گاه $A - B$ مجموعه نامتناهی است.
- (۴) تمامی گزینه‌ها صحیح است.

۷. کدام مجموعه زیر متناهی است؟

(۱) $N \cap Z$ (۲) $Z \cap W$ (۳) $Q \cap Z$ (۴) \emptyset

۸. کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

- (۱) مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی
- (۲) $\{N\}$
- (۳) بازه $(0, 1)$
- (۴) مجموعه اعداد اول زوج

۹. اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر مجموعه $A - B$ متناهی باشد، آن‌گاه $B - A$ نیز متناهی است.
- (۲) اگر مجموعه $A - B$ نامتناهی باشد، آن‌گاه $B - A$ نیز نامتناهی است.
- (۳) مجموعه $A \cap B$ نامتناهی است.
- (۴) مجموعه $A \cup (B - A)$ نامتناهی است.

۱۰. A یک مجموعه متناهی است. از کدام یک از روابط زیر، متناهی بودن مجموعه B را نمی‌توان نتیجه گرفت؟

(۱) $n(A \cap B) = 3$ (۲) $n(A \cup B) = 10$ (۳) $A \cup B = \{2, 5\}$ (۴) $A \cup B = A$

۱۱. برای ۳ مجموعه دلخواه A ، B و C کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $(A')'$ و A' جدا از هم هستند.
- (۲) اگر A و B جدا از هم باشند، A و B نیز جدا از هم هستند.
- (۳) اگر $A \neq \emptyset$ ، آن‌گاه A و A جدا از هم نیستند.
- (۴) اگر A و B جدا از هم بوده، B و C نیز جدا از هم باشند، آن‌گاه A و C نیز جدا از هم هستند.

۱۲. اگر مجموعه غیر تهی A ، زیرمجموعه B باشد، کدام یک از زوج مجموعه‌های زیر، جدا از هم هستند؟

(۱) A و B (۲) A و B' (۳) A' و B (۴) A' و B'

۱۳. اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد طبیعی باشد و داشته باشیم: $A' = \{n | n \geq 5\}$ و $B = \{3, 4, 8\}$ ؛ آن‌گاه $A \cup B$ کدام است؟

(۱) $\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ (۲) $\{1, 2, 3, 4, 8\}$ (۳) $\{1, 2, 3, 4\}$ (۴) $\{1, 2\}$



۱۴. اگر داشته باشیم: $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $A = \{2, 3, 5\}$ و $B = \{1, 2, 4\}$ و U مجموعه مرجع باشد، آن گاه مجموعه $(A \cap B)'$ برابر است با:

۱ (۱) $\{1, 3, 4, 5\}$ ۲ (۲) $\{1, 2, 3, 5\}$ ۳ (۳) $\{2, 3, 4\}$ ۴ (۴) $\{2, 4, 5\}$

۱۵. کدام عدد زیر عضو مجموعه اعداد گنگ است؟

۱ (۱) $\sqrt{6/25}$ ۲ (۲) $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ ۳ (۳) $\sqrt{7-2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ ۴ (۴) $\sqrt{\frac{1}{4/41}}$

تعداد اعضای مجموعه‌ها تعداد تست: ۳۰

۱۶. فرض کنید $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 7\}$ مجموعه مرجع باشد. اگر $A \cap B' = \{2\}$ و $A \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ باشد، مجموعه A چند عضو دارد؟

۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) نمی‌توان مشخص کرد

۱۷. فرض کنید $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ مجموعه مرجع باشد. اگر $A - B = \{1, 2\}$ ، $B - A = \{-2\}$ و $A \cup B = U$ باشد، تعداد اعضای مجموعه $A \cap B$ برابر است با:

۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) صفر

۱۸. اگر $n(A) = 17$ ، $n(A \cap B) = 6$ و $n(A \cup B) = 22$ باشد، آن گاه مقدار $n(B)$ کدام است؟

۱ (۱) ۹ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۱ ۴ (۴) ۱۲

۱۹. فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(U) = 40$ ، $n(A) = 19$ ، $n(B) = 24$ و $n(A \cap B) = 9$ حاصل $n(A' \cap B')$ برابر است با:

۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۶ ۳ (۳) ۷ ۴ (۴) ۸

۲۰. اگر $n(A - B) = 4$ ، $n(B - A) = 7$ و $n(A) = 12$ باشد، تعداد اعضای $A \cup B$ کدام است؟

۱ (۱) ۱۶ ۲ (۲) ۱۷ ۳ (۳) ۱۸ ۴ (۴) ۱۹

۲۱. اگر $n(A) = 2 \times n(B) = 3 \times n(A \cap B)$ باشد، حاصل $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟

۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۳/۵ ۴ (۴) ۴/۵

۲۲. اگر مجموعه‌های $A - B$ ، $A \cap B$ و $A \cup B$ به ترتیب ۳، ۵ و ۱۲ عضو داشته باشند، تعداد اعضای $B - A$ کدام است؟

۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) ۴

۲۳. فرض کنید A و B دو مجموعه مجزا و زیرمجموعه‌هایی از مجموعه U که $n(U) = 20$ عضو مرجع باشند به طوری که $n(B) = 12$ ، مقدار $n(A \cup B')$ برابر است با:

۱ (۱) ۸ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۲ ۴ (۴) ۱۴

۲۴. A و B دو مجموعه می‌باشند، حاصل $\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)}$ کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱ (۱) $\frac{2}{3}$ ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ ۳ (۳) $\frac{7}{3}$ ۴ (۴) $\frac{10}{3}$

۲۵. اگر تعداد اعضای مجموعه A برابر ۹ بوده و داشته باشیم $n(A \cap B) = 4$ ، تعداد اعضای مجموعه $(A \cup B) - B$ کدام است؟

۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست

۲۶. اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(U) = 100$ ، $n(A \cap B) = 30$ و $n(A') + n(B') = 80$ ، آن گاه $n(A \cup B)$ کدام است؟

۱ (۱) ۹۰ ۲ (۲) ۸۰ ۳ (۳) ۷۰ ۴ (۴) ۶۰

۲۷. اگر $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ باشد، آن گاه تمامی گزینه‌ها همواره درستند به جز گزینه‌ی:

۱ (۱) $A \subseteq B'$ ۲ (۲) $B \subseteq A'$ ۳ (۳) $A' \cap B' = \emptyset$ ۴ (۴) $A - B = A$

۲۸. اگر مجموعه‌های A ، B و $A \cup B$ به ترتیب ۷، ۹ و ۱۱ عضو داشته باشند، چند تا از زیرمجموعه‌های A ، زیرمجموعه‌ای از B نیز هستند؟

۱ (۱) ۱۶ ۲ (۲) ۳۲ ۳ (۳) ۶۴ ۴ (۴) ۱۲۸





۲۹. فرض کنید $n(A \cup B) = 40$ ، $n(A - B) = 12$ و $n(B - A) = 18$ باشد. اگر از هریک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از $n(A \cap B)$ ، ۴ تا کم می‌شود. تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید کدام است؟

- ۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴)

۳۰. اگر $A \subseteq B \subseteq C$ ، $n(C) = 10$ ، $n(B) = 6$ و $n(A) = 4$ باشد، آنگاه حاصل $n[(A \cup B) \cap C]$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۳۱. اگر $n(A) = 12$ ، $n(B - A) = 8$ و $n(C - (A \cup B)) = 7$ باشد، مقدار $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

- ۲۳ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴)

۳۲. اگر مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب ۱۶، ۱۳ و ۱۶ عضو داشته باشند و $n(A \cap B) = 5$ ، $n(B \cap C) = 4$ و $n(A \cap C) = 6$ و ۲ عضو در هر ۳ مجموعه مشترک باشد، تعداد اعضای اجتماع ۳ مجموعه کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۴ (۴)

۳۳. A ، B و C سه مجموعه هستند و می‌دانیم تعداد اعضای $A - B$ ، $B - C$ ، $B - A$ ، $C - A$ و $C - B$ به ترتیب برابر ۳، ۲، ۲ و ۴ است. تعداد اعضای $A - C$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۴. کلاسی ۳۰ دانش‌آموز دارد که ۱۷ نفر عضو تیم فوتبال و ۷ نفر عضو تیم والیبال هستند. اگر ۶ دانش‌آموز عضو هر دو تیم باشند؛ تعداد دانش‌آموزانی که عضو حداقل یکی از دو تیم باشند، کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴)

۳۵. در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ دانش‌آموز علاقه‌مند به مطالعه‌ی کتاب‌های داستانی و ۱۲ دانش‌آموز علاقه‌مند به مطالعه‌ی کتاب‌های تاریخی هستند. اگر ۸ نفر به هیچ کدام از کتاب‌های تاریخی و داستانی علاقه نداشته باشند تعداد دانش‌آموزان علاقه‌مند به هر دو نوع کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۶. دانش‌آموزان یک کلاس ۳۶ نفره موظف هستند برای پروژه‌ی درس هنر خود، حتماً حداقل یکی از پروژه‌های عکاسی یا نقاشی را انتخاب کنند. اگر ۲۳ نفر در پروژه‌ی عکاسی و ۱۹ نفر در پروژه‌ی نقاشی ثبت‌نام کرده باشند، چند نفر در هر دو پروژه ثبت‌نام کرده‌اند؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۳۷. کلاسی ۲۵ دانش‌آموز دارد که ۱۷ نفر در درس ریاضی و ۱۴ نفر در درس فیزیک نمره‌ی قبولی کسب کرده‌اند. اگر ۸ نفر در هر دو درس قبول شده باشند، چند نفر دقیقاً در یکی از این دو درس مردود شده‌اند؟

- ۱۰ (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)

۳۸. اجتماع دو مجموعه‌ی A و B ، ۲۴ عضو دارد. به مجموعه‌ی A ، ۷ عضو اضافه و از مجموعه‌ی B ، ۳ عضو حذف می‌کنیم؛ در نتیجه به اشتراک آن‌ها ۳ عضو اضافه می‌شود. اجتماع دو مجموعه‌ی جدید چند عضو دارد؟

- ۲۱ (۱) ۲۵ (۲) ۲۸ (۳) ۳۱ (۴)

۳۹. در یک کلاس ۳۲ نفره، ۱۷ نفر طرفدار تیم A و ۷ نفر طرفدار تیم B بوده و ۱۰ نفر طرفدار هیچ کدام از دو تیم نیستند. چند نفر فقط طرفدار تیم A هستند؟

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۴۰. از ۳۱ دانش‌آموز یک کلاس، ۱۹ نفر در المپیاد ریاضی و ۱۷ نفر در المپیاد رایانه قبول شده‌اند. حداقل چند دانش‌آموز در هر دو المپیاد پذیرفته شده‌اند؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۴۱. از ۳۱ دانش‌آموز یک کلاس، ۱۹ نفر در المپیاد ریاضی و ۱۷ نفر در المپیاد رایانه قبول شده‌اند. حداکثر چند دانش‌آموز در هر دو المپیاد پذیرفته شده‌اند؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴)

۴۲. مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۸ عضو است و اشتراک آن‌ها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آن‌ها ۹ عضو حذف می‌شود. تعداد اعضای اجتماع مجموعه‌ی جدید A با مجموعه‌ی B کدام است؟

- ۴۸ (۱) ۴۱ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴)

۴۳. از بین ۱۰۰ نفر از افراد یک محله، ۲۸ نفر مجله‌ی «الف»، ۳۰ نفر مجله‌ی «ب»، ۴۲ نفر مجله‌ی «ج»، ۸ نفر مجله‌ی «الف و ب»، ۱۰ نفر مجله‌ی «الف و ج»، ۵ نفر مجله‌ی «ب و ج» و ۳ نفر هر سه مجله را مطالعه می‌کنند. چند نفر از این افراد هیچ کدام از این مجلات را مطالعه نمی‌کنند؟

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۲۰ (۴)

۴۴. با مطالعه‌ی آماری روی ۵۰۰ بیننده‌ی یک شبکه‌ی ورزشی مشخص شد؛ ۲۸۵ نفر مسابقات فوتبال، ۱۹۵ نفر مسابقات والیبال، ۱۱۵ نفر مسابقات بسکتبال، ۴۵ نفر مسابقات فوتبال و بسکتبال، ۷۰ نفر مسابقات فوتبال و والیبال و ۵۰ نفر مسابقات والیبال و بسکتبال را تماشا می‌کنند. ضمناً ۵۰ نفر هیچ کدام از این ۳ بازی را تماشا نمی‌کنند. چند نفر فقط یکی از این سه رشته‌ی ورزشی را تماشا می‌کنند؟

- ۴۳۰ (۱) ۴۰۵ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۲۵ (۴)



۴۵. نتیجه‌ی تحقیقات در مورد میزان علاقه‌ی دانشجویان به یادگیری زبان‌های خارجی، که بر روی ۱۰۰ نفر از دانشجویان انجام شده، نشان می‌دهد: ۱۸ نفر فقط به یادگیری زبان انگلیسی، ۲۳ نفر به یادگیری زبان انگلیسی و نه فرانسه، ۸ نفر به یادگیری زبان انگلیسی و آلمانی، ۲۶ نفر به یادگیری زبان انگلیسی، ۴۸ نفر به یادگیری زبان آلمانی و ۸ نفر به یادگیری زبان فرانسه و آلمانی علاقه‌مند هستند. ضمن این که ۲۴ نفر به یادگیری هیچ کدام از این ۳ زبان علاقه‌ای ندارند، چند دانشجو علاقه‌مند به یادگیری زبان فرانسه هستند؟

۱۰ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۳ (۴)

بازه تعداد تست: ۱۵

۴۶. نمایش کدام بازه به صورت $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -a\}$ است؟

(۱) $(-\infty, a]$ (۲) $[-a, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -a]$ (۴) $[a, +\infty)$

۴۷. اعداد a و b هر دو در بازه‌ی $[k+1, 3k-1]$ قرار دارند. اگر حداکثر مقدار $b-a$ برابر ۲ باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۸. مجموعه‌ی $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\mathbb{R} - (-4, 1)$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 1]$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - (-4, 1]$

۴۹. اگر $A = (-\infty, 6]$ و $B = (-3, 13)$ باشد، کدام گزینه غلط است؟ (مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است)

(۱) $A \cap B = (-3, 6]$ (۲) $A \cup B = (-\infty, 13)$ (۳) $A \cap B' = (-\infty, -3)$ (۴) $A' \cup B = (-3, +\infty)$

۵۰. به ازای چند مقدار صحیح a ، بازه‌ی $(a, a+1)$ نسبت به عمل ضرب بسته است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۵۱. اگر $A = (1, +\infty)$ و $B = [-1, +\infty)$ باشد، آنگاه حاصل $B - A$ کدام بازه است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 1]$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $[-1, 1]$

۵۲. چند عدد صحیح در مجموعه‌ی $(\mathbb{R}^+ \cap (-\infty, 4]) - (-3, 7]$ قرار دارد؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۵۳. اگر $A = [-1, a)$ ، $B = (-4, 4]$ و $A' \cap B' = (-\infty, -4]$ باشد، a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) $+\infty$

۵۴. اگر عدد -5 متعلق به بازه‌ی $[2m-1, m+3]$ باشد، آنگاه حدود m کدام است؟

(۱) $-8 < m \leq -2$ (۲) $-8 \leq m < -2$ (۳) $-4 \leq m < -3$ (۴) $-4 < m \leq -3$

۵۵. به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $\frac{2}{15}$ عضوی از بازه‌ی $(\frac{1}{n+3}, \frac{1}{n+1})$ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۶. بازه‌ی $(\frac{1}{4} - r, \frac{1}{4} + r)$ شامل سه عدد صحیح فرد است. حداکثر مقدار r کدام است؟

(۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴

۵۷. اجتماع دو بازه‌ی $(1, a+3)$ و $(2a, 7)$ یک بازه‌ی باز است. حدود a کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} < a < \frac{5}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} < a \leq 3$ (۳) $\frac{1}{2} < a < 3$ (۴) $a \geq 3$

۵۸. به ازای چند مقدار طبیعی n ، عبارت $n \in [4n-25, n^2)$ عبارتی صحیح است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) بی‌شمار

۵۹. اگر $A_i = (-i, 1+i)$ باشد، حاصل $(A_4 \cup A_5) - (A_6 \cap A_7)$ برابر است با:

(۱) $(-6, -5) \cup (6, 7)$ (۲) $(-2, 3)$ (۳) $(-3, 2] \cup [3, 4)$ (۴) $(-6, -3] \cup [4, 7)$



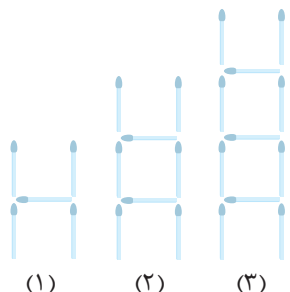


۶۰. اگر به ازای هر عدد طبیعی i ، $A_i = \left(\frac{1}{i} - 1, 1 + \frac{1}{i}\right)$ باشد، حاصل $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n$ برابر است با:

- (۱) A_1 (۲) $\left[0, \frac{11}{10}\right)$ (۳) $\left[\frac{-9}{10}, 2\right)$ (۴) A_n

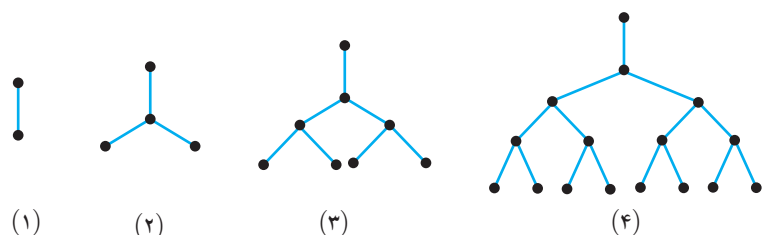
الگو و دنباله **تعداد تست: ۱۵**

۶۱. با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد چوب کبریت‌های شکل چندم برابر ۱۳۱ است؟



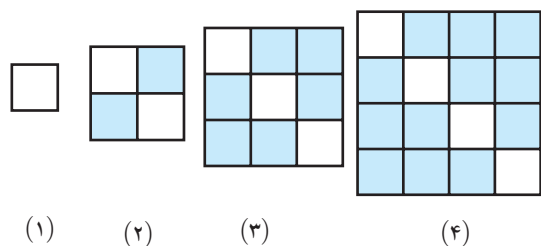
- (۱) ۴۵
(۲) ۴۴
(۳) ۴۳
(۴) ۴۲

۶۲. در الگوی روبه‌رو تعداد نقاط توپر در شکل دهم کدام است؟



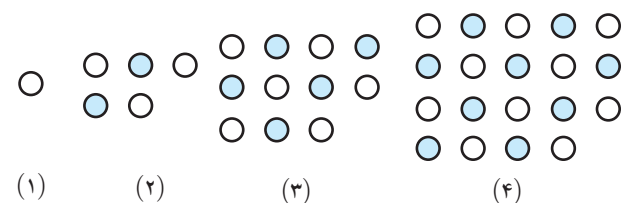
- (۱) ۵۱۲
(۲) ۱۰۲۴
(۳) ۲۰۴۸
(۴) ۱۲۸

۶۳. در الگوی مقابل تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل n ام کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟



- (۱) ۵۶
(۲) ۱۳۲
(۳) ۱۹۶
(۴) ۲۱۰

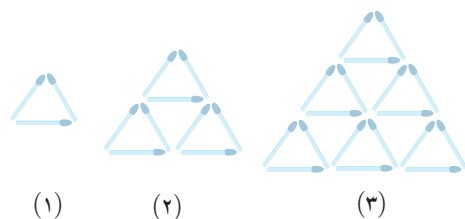
۶۴. با توجه به الگوی رو به رو، تعداد دایره‌های رنگی در شکل بیستم کدام است؟



- (۱) ۲۰۹
(۲) ۲۱۰
(۳) ۲۱۱
(۴) ۲۱۲

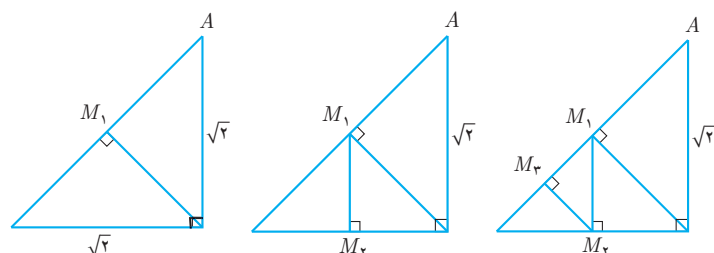
۶۵. با توجه به الگوی رو به رو، نسبت تعداد چوب کبریت‌های مصرف شده به تعداد مثلث‌های کوچک (با

ضلع یک چوب کبریت) در شکل دهم کدام است؟



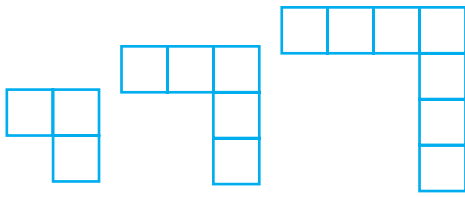
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{1}{65}$

۶۶. در الگوی روبه‌رو، طول ضلع AM_r کدام است؟



- (۱) $\frac{15}{16}$
(۲) $\frac{15}{8}$
(۳) $\frac{7}{4}$
(۴) $\frac{5}{4}$

۶۷. شکل‌های زیر با چوب کبریت ساخته شده‌اند. اگر ۵۰۰ تا چوب کبریت داشته باشیم، تعداد مربع‌ها در



بزرگ‌ترین شکل مشابهی که می‌توانیم بسازیم چند است؟

۱۶۷ (۱)

۱۶۶ (۲)

۱۶۵ (۳)

۱۶۴ (۴)

۶۸. جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ است. حاصل جمع جملات چهارم و هفتم این دنباله چقدر است؟

۴۴ (۴)

۳۴ (۳)

۴۸ (۲)

۳۸ (۱)

۶۹. در یک دنباله «تعداد شمارنده‌های اول $a_n = n$ » است. اگر $a_n = 4$ باشد، حداقل مقدار n کدام است؟

۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۷۰. کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله‌ی $a_n = n^2 - 12n + 7$ کدام است؟

-۳۰ (۴)

-۲۹ (۳)

-۲۸ (۲)

-۲۵ (۱)

۷۱. در دنباله‌ی $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ ، مجموع ۲۰ جمله‌ی اول برابر است با:

$a_{21} - 1$ (۴)

$a_{21} + 1$ (۳)

$a_{22} - 1$ (۲)

$a_{22} + 1$ (۱)

۷۲. کدام یک از جملات عمومی زیر مربوط به یک الگوی خطی است؟

(۴) هر سه گزینه

(۳) $c_n = 2$

(۲) $b_n = n(n-4) - n^2$

(۱) $a_n = 4(n-2)$

۷۳. در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $a_n = -n^2 + 6n - 10$ ، مقدار کدام جمله بیش‌تر است؟

a_{3333} (۴)

a_{333} (۳)

a_{33} (۲)

a_3 (۱)

۷۴. جملات دنباله‌ی $2/39, 2/399, 2/3999, \dots$ به یک عدد ثابت و گویا بسیار نزدیک می‌شوند. جمله‌ی دهم دنباله‌ی تفاضل آن‌ها از این عدد ثابت

کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۹۴)

2×10^{-11} (۴)

10^{-9} (۳)

10^{-10} (۲)

10^{-11} (۱)

۷۵. در یک الگوی خطی، $t_7 = 38$ و $t_{11} = 66$ است. مقدار t_9 برابر است با:

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

دنباله‌ی حسابی تعداد تست: ۳۵

۷۶. جمله‌ی بیست و چهارم دنباله‌ی حسابی $9, 4, -1, -6, \dots$ برابر است با:

-۱۱۱ (۴)

-۱۰۶ (۳)

-۱۰۱ (۲)

-۹۶ (۱)

۷۷. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی ششم برابر ۳ و جمله‌ی چهاردهم برابر ۱۵ است. جمله‌ی صدم این دنباله کدام است؟

۱۳۸ (۴)

۱۴۱ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۴۷ (۱)

۷۸. در دنباله‌ی حسابی $3, 7, 11, 15, \dots$ ، جمله‌ی اول کدام است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۷۹. در دنباله‌ی حسابی $3, a^2 - 2a + 3, a^2 - 2a, a^2 - 2a - 3, \dots$ کدام جمله برابر $a^2 - 2a + 300$ است؟

a_{102} (۴)

a_{101} (۳)

a_{100} (۲)

a_{99} (۱)

۸۰. در دنباله‌ی حسابی $4y, 45, -x^2, -145, \dots$ مقدار y کدام است؟

۶۵ (۴)

۵۵ (۳)

۴۵ (۲)

۳۵ (۱)

۸۱. در دنباله‌ی حسابی $\frac{13}{2}, \dots, b, a, 2$ مجموع جملات نوزدهم و بیستم چقدر است؟

$61/5$ (۴)

$59/5$ (۳)

$57/5$ (۲)

$55/5$ (۱)

۸۲. اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی به صورت $a_n = (a^3 - 1)n^2 + 2n - a$ باشد، قدرنسبت آن برابر است با:

(۴) چنین چیزی امکان ندارد

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)





۸۳. جملات اول، سوم و هفتم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب $n-1$ ، $2n+2$ و $5n+5$ هستند. مقدار n کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴. در دنباله‌ی حسابی a_n با جملات $\frac{5}{2}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{1}{6}$ ، -1 ، جملات a_3 ، a_8 ، a_{13} ، a_{18} ، ... تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با چه قدر نسبتی می‌دهند؟

- (۱) ۷ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) ۳۵ (۴) $\frac{۳۵}{۶}$

۸۵. اگر در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_۲۲ = ۳۶$ ، $a_۹ + a_۷ + a_۴ = ۳۶$ باشد، مقدار a_{13} برابر است با:

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۸۶. اگر جمله‌ی p ام یک دنباله‌ی حسابی برابر q و جمله‌ی q ام آن برابر p باشد. جمله‌ی $(p+q)$ ام آن کدام است؟ ($p \neq q$)

- (۱) $p+q$ (۲) صفر (۳) -1 (۴) $q-p$

۸۷. در یک دنباله‌ی حسابی، اختلاف جملات $(2n-1)$ ام و $(3n+1)$ ام، هفت برابر قدرنسبت است. مقدار n کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۸۸. اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله‌ی حسابی داده‌اند. محیط این مثلث چند برابر ضلع کوچک‌تر است؟

- (۱) $\frac{2}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹. جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی $107-$ و جمله‌ی بیستم آن 26 است. چه تعدادی از جملات این دنباله منفی هستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۹۰. دو دنباله‌ی حسابی $5, 2, -1, \dots$ و $7, 11, 15, \dots$ را در نظر بگیرید. مجموع جملات مشترک دو دنباله که در بازه‌ی $(20, 50)$ قرار دارند، کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۹۴ (۳) ۱۱۶ (۴) ۱۰۵

۹۱. مجموع سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی برابر 27 و حاصل ضرب آن‌ها برابر 585 است. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۲. اعداد زوج را به گونه‌ای دسته‌بندی کرده‌ایم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره‌ی آن دسته باشد $(20, 18, 16, 14), (12, 10, 8), (6, 4), (2)$.

تفاضل جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی پانزدهم کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۹۳. مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای که اضلاع آن تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند 54 است. محیط این مثلث کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۲

۹۴. تعداد اعداد 3 رقمی که در تقسیم بر 7 باقیمانده‌ای برابر 3 دارند، کدام است؟

- (۱) ۱۲۸ (۲) ۱۲۹ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۳۱

۹۵. بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{116}{3}$ ، هجده واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۹۶. بین دو عدد $15 - \sqrt{2}$ و $25 + \sqrt{2}$ چند عدد قرار دهیم که دنباله‌ی حاصل، تشکیل دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت 2 بدهد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۹۷. در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_۳^2 - a_۱۳^2 = 680$ و $a_۱۳ = 17$ ، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۸. در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_۶ + a_{12} = 27$ و $a_۱ + a_{29} = 37$ ، مقدار $a_۹ + a_{15}$ برابر است با:

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

۹۹. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول 21 و مجموع چهار جمله‌ی بعدی $14-$ است. قدرنسبت این دنباله برابر است با:

- (۱) -5 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۱۰۰. اگر در دنباله‌ی حسابی a_n ، $9a_5 - 6a_۷ + 3a_۹ = 9$ باشد، مقدار $7a_{13} - 4a_8 - 3a_{11}$ کدام است؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۳۷ (۳) ۳۰ (۴) ۲۶

۱۰۱. مجموع ۹ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر 153 است. جمله‌ی پنجم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) قابل تعیین نیست.

۱۰۲. در یک دنباله‌ی حسابی با ۲۱ جمله، مجموع جمله‌ی اول و آخر برابر ۸۶ است. مجموع ۳ جمله‌ی وسط این دنباله کدام است؟

- ۴۳ (۱) ۱۲۹ (۲) ۱۴۳ (۳) ۱۶۳ (۴)

۱۰۳. در یک دنباله‌ی حسابی متناهی، مجموع ۳ جمله‌ی اول، مجموع ۳ جمله‌ی آخر و مجموع کل جملات به ترتیب برابر ۱۷، ۳۳ و ۲۵۰ است. تعداد جملات این دنباله کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴)

۱۰۴. مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر $\frac{2}{3}n^2$ است. قدرنسبت این دنباله برابر است با:

- $\frac{2}{3}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

۱۰۵. در دنباله‌ی حسابی a_n با قدرنسبت $d \neq 0$ ، رابطه‌ی $a_n + a_k = a_{n+k}$ برقرار است. مقدار $\frac{a_1}{d}$ برابر است با:

- $-k$ (۱) k (۲) -1 (۳) ۱ (۴)

۱۰۶. a_1, a_2, \dots, a_n جملات یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d هستند. حاصل عبارت $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

- $\frac{n-1}{a_1 a_n}$ (۱) $\frac{n+1}{a_1 a_n}$ (۲) $\frac{(n-1)d}{a_1 a_n}$ (۳) $\frac{(n+1)d}{a_1 a_n}$ (۴)

۱۰۷. صد قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم می‌کنیم که تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد. بیش‌ترین سهم دریافتی نان‌ها چند برابر کم‌ترین سهم دریافتی است؟

- ۱/۵ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲/۵ (۴)

۱۰۸. x_1, x_2, \dots, x_7 جواب دستگاه معادله‌ی روبرو است. x_8 چند است؟

$$x_1 + x_3 = 2x_2$$

$$x_2 + x_4 = 2x_3$$

⋮

$$x_8 + x_{10} = 2x_9$$

$$x_9 + x_{11} = 22$$

$$x_{10} + x_{12} = 26$$

(۱) صفر

(۲) ۵

(۳) ۹

(۴) ۱۱

۱۰۹. اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره‌ی آن دسته باشد. $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$ جمله‌ی

۹ (سراسری ریاضی قاجار از کشور - ۹۱)

آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟

- ۴۱۵ (۱) ۴۱۹ (۲) ۴۲۱ (۳) ۴۳۲ (۴)

۱۱۰. در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (سراسری ریاضی قاجار از کشور - ۹۴)

- ۵۸ (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴)

دنباله‌ی هندسی تعداد تست: ۳۵

۱۱۱. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی پنجم $\frac{1}{27}$ و قدرنسبت $-\frac{1}{3}$ است. جمله‌ی دوم برابر است با:

- ۱ (۱) -3 (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) -1 (۴)

۱۱۲. جمله‌ی هفدهم دنباله‌ی هندسی $\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{24}, \dots$ برابر است با:

- $\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})^{16}$ (۱) $-\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{16}$ (۲) $-\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{17}$ (۳) $\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})^{17}$ (۴)

۱۱۳. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $a_n = -\frac{2}{3 \times 4^{n+1}}$ برابر است با:

- $-\frac{1}{6}$ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴)





۱۱۴. جمله‌ی سی و یکم یک دنباله‌ی هندسی ۸ برابر جمله‌ی سی و چهارم است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۱۱۵. در دنباله‌ی a_n می‌دانیم $a_1 = -1$ و $(n > 1)$ $2a_n + 3a_{n-1} = 0$ ، جمله‌ی عمومی این دنباله کدام است؟

- (۱) $(-\frac{3}{2})^{n-1}$ (۲) $(-\frac{2}{3})^{n-1}$ (۳) $(-\frac{2}{3})^{n-1}$ (۴) $(-\frac{3}{2})^{n-1}$

۱۱۶. در دنباله‌ی هندسی $... 27, x, y, -1$ حاصل $x + y$ برابر است با:

- (۱) ۶ (۲) ۲۷ (۳) -۲۷ (۴) -۶

۱۱۷. اگر $... 3, 3x + 3, x + 1, x - 3$ یک دنباله‌ی هندسی باشد، جمله‌ی x ام این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۶۲ (۴) ۵۴

۱۱۸. اگر سه عدد $3^x, 9^y, 81^z$ تشکیل دنباله‌ای هندسی بدهند، کدام رابطه همواره درست است؟

- (۱) $x = y - z$ (۲) $x = 4(y - z)$ (۳) $x = 4y - 3z$ (۴) $x = 2(y - 2z)$

۱۱۹. در یک دنباله‌ی هندسی حاصل ضرب جملات اول و یازدهم 60 است. اگر جمله‌ی چهارم 4 باشد، مقدار جمله‌ی هشتم کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۲۴۰

۱۲۰. اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q هستند. حاصل $q^2 - q^4$ کدام است؟ ($q > 1$)

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۱

۱۲۱. چند دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n و با ویژگی‌های $a_7 \div a_3 = 81$ و $a_6 \times a_4 = 81$ وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۲۲. در دنباله‌ی هندسی $... \frac{32}{9}, \frac{64}{27}, a, b, ...$ جمله‌ی چندم برابر ۲۷ است؟

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

۱۲۳. جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت r و جمله‌ی سوم a برابر است با:

- (۱) $a_n = ar^{n-1}$ (۲) $a_n = ar^{n-2}$ (۳) $a_n = ar^{n-3}$ (۴) $a_n = ar^{n-4}$

۱۲۴. در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q و جمله‌ی اول $a_1 \neq 0$ حاصل ضرب جملات سوم و دوازدهم با حاصل ضرب جملات هفتم و n ام برابر است.

مقدار n کدام است؟ ($|q| \neq 0, 1$)

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۱۲۵. اگر سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی به صورت $1 - 3x + 2y, -2y, 1 + 3x - 2y$ باشند، آن‌گاه قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۶. حاصل ضرب 30 جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی $2, 4, 8, ...$ برابر است با:

- (۱) ۲۴۳۵ (۲) ۲۴۵۰ (۳) ۲۴۶۵ (۴) ۲۴۸۰

۱۲۷. در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی ششم برابر ۵ است. حاصل ضرب یازدهم جمله‌ی ابتدایی این دنباله کدام است؟

- (۱) 25^{11} (۲) $\sqrt{5}^{11}$ (۳) 5^6 (۴) 5^{11}

۱۲۸. تمام جملات یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی اعداد طبیعی هستند. اگر $8 = 2a_5 - a_8$ باشد، حاصل $2a_1 + a_8$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲۹. اگر ۳ عدد $x + 2y, x - 3x + y, y - 2x$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی و سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مجموع

ده جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) -۲۵ (۳) ۵۰ (۴) -۵۰

۱۳۰. اگر واسطه‌ی حسابی و واسطه‌ی هندسی دو عدد $2a$ و $3b$ مساوی باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۱

۱۳۱. اگر اعداد $... a - 1, b + 1, 3, b, a, ...$ دنباله‌ای حسابی و اعداد $3, b, a, ...$ دنباله‌ای هندسی تشکیل دهند، حاصل $a + b$ کدام است؟ ($a, b \neq 0$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۱۳۲. جملات دوم، پنجم و یازدهم یک دنباله‌ی حسابی، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی اند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۳. اگر a ، b و c ، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d باشند، به طوری که $a - d$ ، $b - d$ و $c - d$ تشکیل دنباله‌ای هندسی دهند، مقدار d کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۳۴. به سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب a ، $2a$ و $3a$ اضافه نموده‌ایم. اعداد حاصل سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی اند، نسبت a به قدرنسبت دنباله‌ی حسابی چقدر است؟ (قدرنسبت مخالف صفر است)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۳۵. در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q و جمله‌ی عمومی a_n جمله‌ی دوم، ۲ برابر جمله‌ی پنجم و جمله‌ی هشتم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند، بزرگ‌ترین این سه عدد چند برابر کوچک‌ترین آن‌ها است؟ ($a_1, q \neq 0$)

(۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $5 + 2\sqrt{3}$ (۳) $5 + 4\sqrt{3}$ (۴) $7 + 4\sqrt{3}$

۱۳۶. واسطه‌ی هندسی بین دو عدد $\sqrt{1+a^4} - a\sqrt{2}$ و $\sqrt{1+a^4} + a\sqrt{2}$ برابر است با: ($a \neq \pm 1$)

(۱) $1 \pm a^2$ (۲) $\pm(1+a^2)$ (۳) $\pm(a^2-1)$ (۴) $a^2 \pm 1$

۱۳۷. بین اعداد $\frac{1}{3}$ و $\frac{27}{2}$ سه واسطه‌ی هندسی قرار دارد. جمله‌ی وسط کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۸. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n ، اعداد $2a_1$ ، ka_{15} و $8a_{20}$ ، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی دیگر هستند. مقدار k کدام است؟

(۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۱۳۹. محیط مثلث‌های متساوی‌الاضلاعی تشکیل دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۴ می‌دهند. قدرنسبت دنباله‌ای هندسی که مساحت‌های این مثلث‌ها تشکیل می‌دهند کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) $(\frac{4}{3})^2$ (۴) ۱

۱۴۰. اگر مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی به صورت $S_n = 2^{n-1} - \frac{1}{2}$ باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۴۱. جملات اول، پنجم و هفتم یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n و قدرنسبت q ، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند، حاصل $q^2 + 1$ کدام است؟ ($a_1, q \neq 0$)

(۱) ۲ یا ۳ (۲) ۲ یا ۴ (۳) ۲ یا ۵ (۴) ۲ یا ۶

۱۴۲. x_1 ، x_2 و x_3 سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q هستند. کدام گزینه سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی نیست؟

(۱) x_1^2, x_2^2, x_3^2 (۲) x_1, x_2q, x_3q^2 (۳) $x_1 + 1, x_2 + q, x_3 + q^2$ (۴) $x_1 + 1, x_2 + q^2, x_3 + q^4$

۱۴۳. در یک دنباله با جمله‌ی عمومی a_n رابطه‌ی $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + 1$ ، $a_1 = 1$ برقرار است. به ازای کدام مقدار k دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $k - a_n$ هندسی است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۴۴. اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی اند. واسطه‌ی حسابی بین a و b کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۸۷)

(۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۴۵. جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟ (سراسری تیربی - ۹۲)

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$





۱۲۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۳۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۴۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۵۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۶۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۸۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۹۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۰۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۱۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۱۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۴۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۵۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۶۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۷۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۱۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۱۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۲۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۲۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۰. ۴ ۳ ۲ ۱

۳۱. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۲. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۳. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۴. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۵. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۶. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۷. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۸. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۳۹. ۴ ۳ ۲ ۱
 ۴۰. ۴ ۳ ۲ ۱



۱۱. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌های $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{3, 4\}$ و $C = \{5, 1\}$ ، مثال نقضی برای گزینه‌های ۴ هستند. سایر گزینه‌ها صحیح‌اند.

۱۲. ۱ ۲ ۳ ۴

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$$

۱۳. ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این که $U = \mathbb{N}$ ، بنابراین $A = \{1, 2, 3, 4\}$ پس $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8\}$

۱۴. ۱ ۲ ۳ ۴

از آن جایی که $A \cap B = \{2\}$ است، بنابراین داریم:

$$(A \cap B)' = U - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 5\}$$

۱۵. ۱ ۲ ۳ ۴

تمامی گزینه‌ها به جز گزینه‌ی ۳ عددی گویا هستند.

$$\text{گزینه ۱: } \sqrt{6/25} = 2/5 = \frac{5}{2}$$

$$\text{گزینه ۲: } \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1) - \sqrt{3} = -1$$

$$\text{گزینه ۴: } \sqrt{\frac{1}{4/41}} = \frac{1}{2/1} = \frac{1}{2}$$

۱۶. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌ی A حتماً شامل عدد ۲ است و قطعاً ۵ عضوی از این مجموعه نیست. راجع به عضویت اعداد ۱، ۳، ۴، ۶ و ۷ در A نظر قطعی نمی‌توان داد.

۱۷. ۱ ۲ ۳ ۴

۱	-۱	
۲	۰	-۲

با توجه به شکل رو به رو داریم: $A \cap B = \{-1, 0\}$

$$n(A \cap B) = 2$$

۱۸. ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$22 = 17 + n(B) - 6 \Rightarrow n(B) = 11$$

۱۹. ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 19 + 24 - 9 = 34$$

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 40 - 34 = 6$$

۲۰. ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - A) = 12 + 7 = 19 \quad \text{روش اول:}$$

روش دوم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(B) = 15$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 12 + 15 - 8 = 19$$

۱. ۱ ۲ ۳ ۴

اگر از مجموعه‌ی اعداد حقیقی، اعداد گنگ را برداریم، اعداد گویا باقی می‌مانند. سایر گزینه‌ها: $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$ ، $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ ، $\mathbb{Q} - \mathbb{R} = \emptyset$

۲. ۱ ۲ ۳ ۴

دو مجموعه‌ی $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ متناهی بوده و دو مجموعه‌ی $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$ و $\mathbb{Q}' - \mathbb{W} = \mathbb{Q}'$ نامتناهی هستند.

۳. ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به عبارت $D \subseteq A \subseteq C \subseteq E \subseteq F$ مجموعه‌ی D اعداد طبیعی، A اعداد حسابی، C اعداد صحیح، E اعداد گویا و F اعداد حقیقی هستند. ضمناً مجموعه‌ی B که در این عبارت حضور ندارد، مجموعه‌ی اعداد گنگ است. بنابراین با توجه به این که مجموعه‌ی اعداد گنگ و گویا اشتراک ندارند، $B \cap E = \emptyset$ بوده و متناهی است.

سایر گزینه‌ها: $C - D = \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$ ، $C \cap E = \mathbb{Z}$ ، $F - B = \mathbb{Q}$
 $\{\dots, -3, -2, -1, 0\}$

۴. ۱ ۲ ۳ ۴

$B \subseteq A$ باشد، حتماً تعداد اعضای A بزرگ‌تر یا مساوی تعداد اعضای B است. بنابراین در صورت نامتناهی بودن A ، B نیز نامتناهی است. برای سایر گزینه‌ها می‌توان مثال نقض ارائه داد.

۵. ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه‌های ۱ و ۲ نامتناهی هستند. تعداد اعضای مجموعه‌ی گزینه‌ی ۳ $\{1, 5, 7, 35\}$ زوج و تعداد اعضای مجموعه‌ی گزینه‌ی ۴ $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ فرد است.

۶. ۱ ۲ ۳ ۴

هر ۳ گزینه صحیح است. مجموعه‌ی اعداد طبیعی و صحیح در گزینه‌ی اول و مجموعه‌ی اعداد گویا و گنگ در گزینه‌ی دوم مثال‌هایی برای تأیید هستند.

۷. ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد اعضای مجموعه‌ی تهی برابر صفر بوده و متناهی است.

۸. ۱ ۲ ۳ ۴

بازه‌ی $(0, 1)$ شامل اعداد حقیقی بین صفر و یک و نامتناهی است. سایر

گزینه‌ها متناهی هستند. گزینه‌ی ۱ دارای 9×10^9 عضو است و گزینه‌ی ۲ یک عضو دارد و تنها عضو گزینه‌ی ۴، عدد ۲ است.

۹. ۱ ۲ ۳ ۴

از جایی که $A \subseteq A \cup (B - A)$ و A نامتناهی است، حتماً $A \cup (B - A)$ نیز نامتناهی است. سایر گزینه‌ها می‌توانند غلط باشند.

$$(A \cup (B - A)) = A \cup B$$

۱۰. ۱ ۲ ۳ ۴

ممکن است اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با مجموعه‌ای نامتناهی دارای ۳ عضو باشد. در سایر گزینه‌ها، اگر اجتماع دو مجموعه متناهی باشد، حتماً هر دو متناهی هستند.

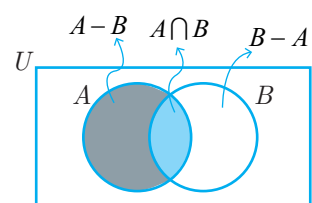




۲۱. ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)}$$

$$= \frac{3 \times n(A \cap B) + \frac{3}{2} \times n(A \cap B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = 3 + 1/2 - 1 = 3/2$$



۲۲. ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به شکل رو به رو

می‌دانیم

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$\Rightarrow n(B - A) = 12 - 3 - 5 = 4$$

۲۳. ۴ ۳ ۲ ۱

از آن جایی که $A \cap B = \emptyset$ ، پس $A \subseteq B'$ و داریم $A \cup B' = B'$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 20 - 12 = 8$$

۲۴. ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(A \cap B)}{n(A \cup B)}$$

$$= \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = 1 + \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)}$$

با توجه به این که $A \cap B \subseteq A \cup B$ بنابراین $0 \leq n(A \cap B) \leq n(A \cup B)$ داریم:

$$0 \leq \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 1 + \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq \frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)} \leq 2$$

۲۵. ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم

$$(A \cup B) - B = A - B$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 9 - 4 = 5$$

۲۶. ۴ ۳ ۲ ۱

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(U) - n(A') + n(U) - n(B') - n(A \cap B)$$

$$= 2n(U) - (n(A') + n(B')) - n(A \cap B)$$

$$= 2 \times 100 - 80 - 30 = 90$$

۲۷. ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به صورت سؤال $n(A \cap B) = 0$ ، یعنی $A \cap B = \emptyset$ ، هر ۳ گزینه ۱، ۲ و ۴ با عبارت $A \cap B = \emptyset$ معادل هستند.

۲۸. ۴ ۳ ۲ ۱

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 7 + 9 - 11 = 5$$

تمامی زیرمجموعه‌های A که زیرمجموعه‌ی B نیز هستند - یعنی زیرمجموعه‌های مشترک A و B - زیرمجموعه‌ای از $A \cap B$ هستند که

تعداد آن‌ها برابر $2^5 = 32$ است.

۲۹. ۴ ۳ ۲ ۱

با کم کردن ۹ عضو از هریک از مجموعه‌های A و B ، عضو از اشتراک آن‌ها کم می‌شود. پس از هریک از مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ ، $5 - 4 = 1$ عضو کم می‌شود. یعنی از اجتماع دو مجموعه $14 = 5 + 5 + 4$ عضو کم می‌شود. پس تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید برابر $26 = 14 - 4 = 10$ است.

۳۰. ۴ ۳ ۲ ۱

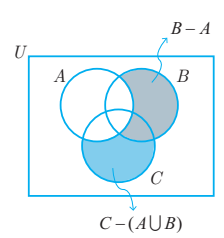
با توجه به این که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ داریم:

$$(A \cup B) \cap C = B \cap C = B$$

بنابراین مجموعه‌ی $(A \cup B) \cap C$ نیز ۶ عضو دارد.

۳۱. ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به شکل رو به رو



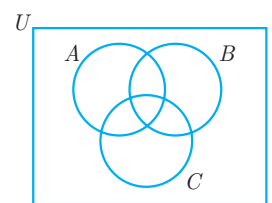
می‌توان نوشت:

$$n(A \cup B \cup C) = n(C - (A \cup B)) + n(B - A) + n(A)$$

$$= 7 + 8 + 12 = 27$$

۳۲. ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به شکل رو به رو



رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$$

$$- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 16 + 13 + 16 - 5 - 4 - 6 + 2 = 32$$

۳۳. ۴ ۳ ۲ ۱

با توجه به معلومات مسأله می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} n(A - B) = 3 &\Rightarrow n(A) - n(A \cap B) = 3 \\ n(B - A) = 2 &\Rightarrow n(B) - n(A \cap B) = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) - n(B) = 1 \quad (I)$$

$$\left. \begin{aligned} n(B - C) = 2 &\Rightarrow n(B) - n(B \cap C) = 2 \\ n(C - B) = 5 &\Rightarrow n(C) - n(B \cap C) = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(B) - n(C) = -3 \quad (II)$$

با توجه به I و II داریم: $n(C) = n(A) + 2$

ضمناً داریم:

$$n(C - A) = n(C) - n(A \cap C) = 2 + n(A) - n(A \cap C)$$

$$= 2 + n(A - C) \xrightarrow{n(C-A)=4} n(A - C) = 2$$

۳۴. ۴ ۳ ۲ ۱

اگر مجموعه‌ی اعضای تیم فوتبال را با F و اعضای تیم والیبال را با V نمایش دهیم؛ مقدار خواسته شده تعداد اعضای $F \cup V$ است.

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V)$$

$$= 17 + 7 - 6 = 18$$

تعداد اعضای مجموعه‌ای است که کم‌ترین عضو را دارد؛

$$\text{Max}(n(M \cap C)) = \text{Min}(n(M), n(C)) = n(C) = ۱۷$$

۴۲. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌ی جدید A را با C نمایش می‌دهیم؛

$$\begin{aligned} n(C \cup B) &= n(C) + n(B) - n(C \cap B) = \\ n(A) - ۱۶ + n(B) - (n(A \cap B) - ۹) &= ۲۰ + ۲۸ - ۶ = ۴۲ \end{aligned}$$

۴۳. ۱ ۲ ۳ ۴

مطالعه‌کنندگان مجلات الف، ب و ج را به ترتیب با A ، B و C نمایش

می‌دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &- n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = ۲۸ + ۳۰ + ۴۲ - ۸ - ۵ - ۱۰ + ۳ = ۸۰ \end{aligned}$$

مجموعه‌ی افرادی که هیچ کدام از مجلات را مطالعه نمی‌کنند، متمم مجموعه‌ی $A \cup B \cup C$ است، پس:

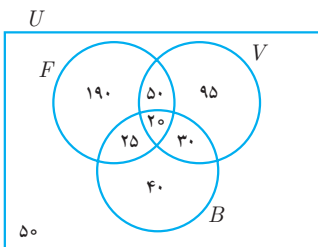
$$n(A' \cap B' \cap C') = n(U) - n(A \cup B \cup C) = ۱۰۰ - ۸۰ = ۲۰$$

۴۴. ۱ ۲ ۳ ۴

بینندگان مسابقات فوتبال، والیبال و بسکتبال را به ترتیب با F ، V و B نمایش می‌دهیم.

$$\begin{aligned} n(F \cup V \cup B) &= n(F) + n(V) + n(B) - n(F \cap V) \\ &- n(F \cap B) - n(B \cap V) + n(F \cap B \cap V) \Rightarrow \\ ۵۰۰ - ۵۰ &= ۲۸۵ + ۱۹۵ + ۱۱۵ - ۷۰ - ۴۵ - ۵۰ + n(F \cap B \cap V) \\ \Rightarrow n(F \cap B \cap V) &= ۴۵۰ - ۴۳۰ = ۲۰ \end{aligned}$$

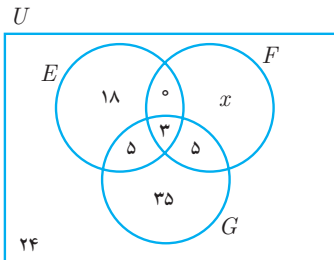
بنابراین با تکمیل نمودار ون زیر مقدار خواسته شده برابر است با:



$$۱۹۰ + ۹۵ + ۴۰ = ۳۲۵$$

۴۵. ۱ ۲ ۳ ۴

هرکدام از زبان‌های انگلیسی، فرانسه و آلمانی را به ترتیب با E ، F و G نمایش می‌دهیم. با توجه به اعداد داده شده، نمودار ون زیر را تکمیل می‌کنیم.



با توجه به این که مجموعه‌ی مرجع ۱۰۰ عضو دارد، مقدار x این چنین به دست می‌آید: $۲۴ + ۱۸ + ۵ + ۳ + ۰ + ۵ + ۳۵ + x = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۱۰$

بنابراین تعداد علاقه‌مندان به یادگیری زبان فرانسه برابر است با:

$$۱۰ + ۳ + ۵ = ۱۸$$

۳۵. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌ی دانش‌آموزان علاقه‌مند به کتب داستانی را با N و علاقه‌مندان کتب تاریخی را با H نمایش می‌دهیم؛

$$\begin{aligned} n(H' \cap N') &= ۸ \Rightarrow n((H \cup N)') = ۸ \\ \Rightarrow n(U) - n(H \cup N) &= ۸ \Rightarrow n(H \cup N) = ۲۲ \\ n(H) + n(N) - n(H \cap N) &= ۲۲ \Rightarrow n(H \cap N) = ۴ \end{aligned}$$

۳۶. ۱ ۲ ۳ ۴

عکاسی را با P و نقاشی را با D نمایش می‌دهیم.

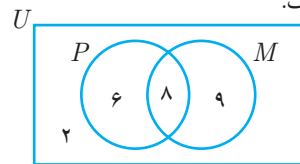
$$\begin{aligned} n(U) &= n(P \cup D) = n(P) + n(D) - n(P \cap D) \\ \Rightarrow ۳۶ &= ۲۳ + ۱۹ - n(P \cap D) \Rightarrow n(P \cap D) = ۶ \end{aligned}$$

۳۷. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌ی دانش‌آموزان قبول شده در درس ریاضی را با M و در درس فیزیک را با P نمایش می‌دهیم؛ کسانی که فقط در درس ریاضی مردود شده‌اند، مجموعه‌ی $P - M$ و کسانی که فقط در درس فیزیک مردود شده‌اند، مجموعه‌ی $M - P$ را تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$\begin{aligned} n[(M - P) \cup (P - M)] &= n(M - P) + n(P - M) \\ &= n(M) - n(M \cap P) + n(P) - n(P \cap M) \\ &= ۱۷ - ۸ + ۱۴ - ۸ = ۱۵ \end{aligned}$$

ضمناً می‌توان از شکل زیر نیز کمک گرفت.



۳۸. ۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه‌های جدید A و B را به ترتیب با C و D نمایش می‌دهیم:

$$\begin{aligned} n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) = \\ n(A) + ۷ + n(B) - ۳ - n(A \cap B) - ۳ &= \\ n(A \cup B) + ۱ &= ۲۵ \end{aligned}$$

۳۹. ۱ ۲ ۳ ۴

مقدار خواسته شده $n(A - B)$ است.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow \\ ۳۲ - ۱۰ &= ۱۷ + ۷ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۲ \\ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = ۱۷ - ۲ = ۱۵ \end{aligned}$$

۴۰. ۱ ۲ ۳ ۴

اگر پذیرفته‌شدگان المپیاد ریاضی را با M و المپیاد رایانه را با C نمایش دهیم؛ طبق فرمول اجتماع دو مجموعه، هرچه تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه کم‌تر باشد، تعداد اعضای اجتماع آن دو بیش‌تر است. از آن جایی که بیش‌ترین تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌ی M و C ، برابر تعداد اعضای کلاس است، داریم:

$$\begin{aligned} n(M \cap C) &= n(M) + n(C) - n(M \cup C) \\ \Rightarrow \text{Min}(n(M \cap C)) &= ۱۹ + ۱۷ - ۳۱ = ۵ \end{aligned}$$

۴۱. ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه، همواره از تعداد اعضای آن دو مجموعه کم‌تر یا مساوی است. پس حداکثر تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه برابر





۴ ۳ ✓ ۱ ۴۶

مجموعه‌ی A بازه‌ی نیم باز $[-a, +\infty)$ است.

۴ ۳ ✓ ۱ ۴۷

برای آن که $b-a$ حداکثر باشد، می‌بایست b نقطه‌ی انتهایی بازه و a نقطه‌ی ابتدای بازه باشد، پس $b = 3k - 1$ و $a = k + 1$ داریم:

$$b - a = 2 \Rightarrow 3k - 1 - (k + 1) = 2 \Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2$$

✓ ۳ ۲ ۱ ۴۸

عدد ۱ در بازه‌ی موردنظر موجود نبوده ولی عدد ۴ موجود است. پس باید عدد ۱ را از اعداد حقیقی کم کرد ولی ۴ را نباید از اعداد حقیقی برداشت.

۴ ✓ ۲ ۱ ۴۹

$$A \cap B' = (-\infty, 6] \cap [(-\infty, -3] \cup [13, +\infty)) = (-\infty, -3]$$

۴ ۳ ۲ ✓ ۵۰

فقط بازه‌ی $(0, 1)$ نسبت به عمل ضرب بسته است.

✓ ۳ ۲ ۱ ۵۱

$$B - A = [-1, +\infty) - (1, +\infty) = [-1, 1]$$

۴ ۳ ✓ ۱ ۵۲

$$(-3, 7] - (\mathbb{R}^+ \cap (-\infty, 4]) =$$

$$(-3, 7] - (0, 4] = (-3, 0] \cup (4, 7]$$

اعداد صحیح $-2, -1, 0, 5, 6, 7$ در این بازه قرار دارند.

✓ ۳ ۲ ۱ ۵۳

$$A' \cap B' = (-\infty, -4] \Rightarrow (A \cup B)' = (-\infty, -4]$$

$$\Rightarrow A \cup B = (-4, +\infty) \Rightarrow [-1, a) \cup (-4, 4] = (-4, +\infty)$$

بنابراین a باید $+\infty$ باشد.

۴ ۳ ۲ ✓ ۵۴

$$\left. \begin{aligned} 2m - 1 \leq -5 &\Rightarrow 2m \leq -4 \Rightarrow m \leq -2 \\ -5 < m + 3 &\Rightarrow -8 < m \end{aligned} \right\} \Rightarrow -8 < m \leq -2$$

۴ ۳ ✓ ۱ ۵۵

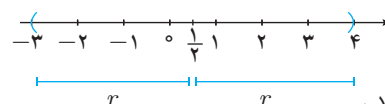
$$\frac{2}{15} > \frac{1}{n+3} \xrightarrow{n>0} 2n+6 > 15 \Rightarrow n > 4/5$$

$$\frac{2}{15} < \frac{1}{n+1} \xrightarrow{n>0} 2n+2 < 15 \Rightarrow n < 6/5$$

دو عدد طبیعی ۵ و ۶ در این محدوده قرار دارند.

۴ ✓ ۲ ۱ ۵۶

بازه‌ی $(\frac{1}{p} - r, \frac{1}{p} + r)$ باید فقط شامل ۳ عدد صحیح فرد ۱، ۳ و ۵ باشد، بنابراین برای آن که r بیش‌ترین باشد، باید چنین باشد:



بنابراین حداکثر مقدار r برابر $\frac{1}{4}$ است.

۴ ۳ ✓ ۱ ۵۷

اولاً باید نقطه‌ی ابتدای بازه قبل از انتهای آن باشد:

$$2a < 7 \Rightarrow a < 3/5, \quad a + 3 > 1 \Rightarrow a > -2$$

ثانیاً برای آن که اجتماع این دو بازه، بازه‌ای باز باشد، باید نقطه‌ی ابتدایی بازه‌ی $[2a, 7)$ درون بازه‌ی $(1, a+3)$ باشد. توجه کنید با توجه به بسته بودن بازه در عدد $2a$ ، اگر $2a = a+3$ باشد، نیز مورد قبول است، پس:

$$1 < 2a \leq a+3 \Rightarrow a > \frac{1}{2}, \quad a \leq 3$$

۴ ۳ ۲ ✓ ۵۸

باید دو نامعادله‌ی زیر را حل کنیم.

$$n < n^2 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n > 1$$

$$4n - 25 \leq n \Rightarrow n \leq \frac{25}{3} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 8$$

بنابراین اعداد طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ قابل قبول هستند.

✓ ۳ ۲ ۱ ۵۹

$$A_4 \cup A_6 = (-2, 3) \cup (-6, 7) = (-6, 7)$$

$$A_5 \cap A_7 = (-5, 6) \cap (-3, 4) = (-3, 4)$$

$$\Rightarrow (A_4 \cup A_6) - (A_5 \cap A_7) = (-6, -3] \cup [4, 7)$$

۴ ✓ ۲ ۱ ۶۰

$$A_1 = [0, 2), A_2 = [\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}), A_3 = [\frac{-2}{3}, \frac{4}{3}), \dots, A_{10} = [\frac{-9}{10}, \frac{11}{10})$$

$$\Rightarrow A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_{10} = [\frac{-9}{10}, 2)$$

۴ ✓ ۲ ۱ ۶۱

با توجه به الگوی داده شده $(5, 8, 11, \dots)$ ، به راحتی می‌توان متوجه شد که تعداد چوب‌کبریت‌ها، برای ساختن شکل n م برابر $3n+2$ است، پس:

$$3n + 2 = 131 \Rightarrow 3n = 129 \Rightarrow n = 43$$

۴ ۳ ✓ ۱ ۶۲

تعداد نقاط توپر در هر مرحله، دو برابر می‌شود، پس تعداد توپ‌ها در مرحله‌ی n م برابر 2^n است و در مرحله‌ی دهم برابر $2^{10} = 1024$ می‌شود.

۴ ✓ ۲ ۱ ۶۳

در مرحله‌ی n م، n^2 مربع کوچک وجود دارد که از این تعداد n تا رنگ نشده، پس تعداد مربع‌های رنگ شده در مرحله‌ی n م برابر $n^2 - n$ است. یعنی تعداد مربع‌های رنگ شده همواره برابر ضرب دو عدد حسابی متوالی $n(n-1)$ است. در بین گزینه‌های داده شده، تنها گزینه‌ی ۳ چنین نیست.

$$a_8 = 8(8-1) = 56, \quad a_{12} = 12 \times 11 = 132$$

$$a_{15} = 15 \times 14 = 210$$

۴ ۳ ۲ ✓ ۶۴

اگر در هر مرحله دایره‌ای رنگی به گوشه‌ی پایین و سمت راست شکل اضافه کنیم، یک مستطیل به دست می‌آید که نیمی از دایره‌های آن رنگی است. از آن جایی که ابعاد مستطیل در مرحله‌ی n م، $(n+1)$ و n است، تعداد دایره‌های رنگی در مرحله‌ی n م برابر $\frac{n(n+1)}{2} - 1$ است. پس تعداد دایره‌های رنگی در مرحله‌ی بیستم برابر $\frac{20 \times 21}{2} - 1$ یعنی ۲۰۹ است.

دایره‌های رنگی در مرحله‌ی بیستم برابر $\frac{20 \times 21}{2} - 1$ یعنی ۲۰۹ است.



۱. ۲. ۳. ۴

برای الگویی، ابتدا مجموع چند جمله‌ی اول را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 1 + 2 + 3 = 7$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 7 + 5 = 12$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 12 + 8 = 20$$

با این کار متوجه می‌شویم که مجموع جملات در هر مرحله، یکی کم‌تر از جمله‌ی دو تا بعد است، مثلاً:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 = a_6 - 1$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = a_7 - 1$$

پس:

۱. ۲. ۳. ۴

الگوهایی که جمله‌ی عمومی آن‌ها به صورت $an + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) باشد،

را الگوی خطی گویند. گزینه‌های ۱ تا ۳ الگوهای خطی هستند.

$$a_n = 4(n-2) = 4n - 8, \quad b_n = n(n-4) - n^2 = -4n$$

$$c_n = 0 \times n + 2$$

۱. ۲. ۳. ۴

جمله‌ی عمومی دنباله را به کمک مربع کامل کردن، بازنویسی می‌کنیم.

$$a_n = -n^2 + 6n - 10 = -n^2 + 6n - 9 - 1$$

$$= -(n-3)^2 - 1$$

بنابراین بزرگ‌ترین جمله‌ی این دنباله $a_3 = -1$ است.

۱. ۲. ۳. ۴

جملات این دنباله به عدد $2/39$ نزدیک می‌شوند که همان عدد $2/4$ است.

دنباله‌ی تفاضل آن‌ها از این عدد ثابت برابر است با:

$$0/01, 0/001, 0/0001, \dots$$

بنابراین جمله‌ی عمومی این دنباله $b_n = 10^{-n-1}$ و در نتیجه

$$b_1 = 10^{-1}$$

۱. ۲. ۳. ۴

با توجه به این که در الگوی خطی، داریم $t_n = an + b$ پس:

$$\left. \begin{aligned} t_7 = 38 &\Rightarrow 7a + b = 38 \\ t_{11} = 66 &\Rightarrow 11a + b = 66 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a = 28$$

$$\Rightarrow a = 7, b = -11$$

بنابراین دنباله به صورت $t_n = 7n - 11$ بوده و داریم:

$$t_7 = 7 \times 7 - 11 = 3$$

۱. ۲. ۳. ۴

$$a_1 = 9, \quad d = 4 - 9 = -5$$

$$a_{24} = a_1 + 23d = 9 + 23(-5) = -106$$

۱. ۲. ۳. ۴

$$\left. \begin{aligned} a_6 = 3 &\Rightarrow a_1 + 5d = 3 \\ a_{14} = 15 &\Rightarrow a_1 + 13d = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8d = 12 \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

با توجه به این که در دنباله‌ی حسابی داریم $a_m = a_n + (m-n)d$

۱. ۲. ۳. ۴

همان‌طور که مشخص است، در هر مرحله به تعداد سه برابر شماره‌ی مرحله به تعداد چوب کبریت‌ها اضافه می‌شود، پس تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی دهم برابر است با:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 3 \times 10 = 3 \times (1 + 2 + \dots + 10) \\ &= 3 \times \frac{10 \times 11}{2} = 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

ضمناً در هر مرحله تعداد مثلث‌های کوچک برابر مربع شماره‌ی آن مرحله است، پس تعداد مثلث‌های کوچک در مرحله‌ی دهم برابر است با:

$$b_{10} = 10^2 = 100$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{a_{10}}{b_{10}} = \frac{165}{100} = 1/60$$

۱. ۲. ۳. ۴

با توجه به قضیه‌ی فیثاغورس، طول وتر این مثلث برابر ۲ است. بنابراین

طول AM_1 برابر نصف وتر یعنی برابر یک است. ضمناً در هر مرحله با

شماره‌ی فرد نصف طول مرحله‌ی فرد قبلی به طول AM_n اضافه می‌شود.

یعنی طول AM_7 برابر است با:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{8+4+2+1}{8} = \frac{15}{8}$$

۱. ۲. ۳. ۴

تعداد چوب کبریت‌ها در هر مرحله نسبت به مرحله‌ی قبلی، ۶ تا بیش‌تر است. پس با توجه به این که در مرحله‌ی اول ۱۰ چوب کبریت لازم است، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی n ام برابر است با:

$$\begin{aligned} a_n = 6n + 4 &\xrightarrow{a_n \leq 500} 6n + 4 \leq 500 \\ \Rightarrow 6n \leq 496 &\Rightarrow n \leq 82/6 \end{aligned}$$

بنابراین بزرگ‌ترین شکل در مرحله‌ی ۸۲ است. از آن جایی که تعداد مربع‌ها

در مرحله‌ی k ام برابر عدد فرد $2k + 1$ است، داریم:

$$b_k = 2k + 1 \Rightarrow b_{82} = 2 \times 82 + 1 = 165$$

۱. ۲. ۳. ۴

$$\left. \begin{aligned} a_4 = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \\ a_7 = \frac{7 \times 8}{2} = 28 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_4 + a_7 = 38$$

۱. ۲. ۳. ۴

با توجه به تعریف دنباله، باید تعداد شمارنده‌های اول عدد n برابر ۴ باشد.

برای آن که n کم‌ترین باشد، کوچک‌ترین اعداد اول یعنی ۲، ۳، ۵ و ۷ را

برای ساختن عدد انتخاب می‌کنیم؛ $Min(n) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

۱. ۲. ۳. ۴

با کمک گرفتن از مربع کامل سازی داریم:

$$a_n = n^2 - 12n + 7 = (n-6)^2 - 36 + 7 = (n-6)^2 - 29$$

با توجه به نامنفی بودن عبارت $(n-6)^2$ ، کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله

$a_6 = -29$ است.



پس:

$$a_{100} = a_{14} + 86d = 15 + 86 \times \frac{3}{2} = 144$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$d = 73 - 70 = 3$$

$$a_{25} = 70 \Rightarrow a_1 + 24d = 70 \xrightarrow{d=3} a_1 = -2$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$d = a^2 - 2a - (a^2 - 2a - 3) = 3$$

$$a_n = a^2 - 2a + 300 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 + (n-1) \times 3 = a^2 - 2a + 300$$

$$\Rightarrow 3n - 6 = 300 \Rightarrow n = 102$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$a_3 = 45 \Rightarrow -145 + 2d = 45$$

روش اول:

$$\Rightarrow d = 95 \Rightarrow a_4 = -145 + 3 \times 95 =$$

$$\xrightarrow{a_4=4y} 4y = 140 \Rightarrow y = 35$$

روش دوم: عدد $-x^2$ واسطه‌ی حسابی دو عدد 145 و 45 است، پس:

$$\frac{45 - 145}{2} = -x^2 \Rightarrow -x^2 = -50$$

ضمناً عدد 45 واسطه‌ی حسابی دو عدد $-x^2$ و $4y$ است، پس:

$$\frac{-x^2 + 4y}{2} = 45 \Rightarrow -50 + 4y = 90 \Rightarrow 4y = 140 \Rightarrow y = 35$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$a_4 = \frac{13}{2} \Rightarrow 2 + 3d = \frac{13}{2} \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$a_{19} + a_{20} = 2 + 18 \times \frac{3}{2} + 2 + 19 \times \frac{3}{2} = 29 + 30 = 59$$

۱. ۲. ۳. ۴.

با توجه به این که جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی حتماً عبارتی درجه یک است، پس باید ضریب n^2 در a_n برابر صفر باشد، پس:

$$a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a_n = 2n - 1$$

بنابراین قدرنسبت این دنباله‌ی حسابی برابر ضریب جمله‌ی درجه اول یعنی ۲ است.

۱. ۲. ۳. ۴.

$$\left. \begin{aligned} a_3 - a_1 = 2d &\Rightarrow 2n + 2 - (n-1) = 2d \Rightarrow 2d = n + 3 \\ a_7 - a_1 = 6d &\Rightarrow 5n + 5 - (n-1) = 6d \Rightarrow 6d = 4n + 6 \\ \Rightarrow 4n + 6 = 3(n + 3) &\Rightarrow n = 3 \end{aligned} \right\}$$

۱. ۲. ۳. ۴.

قدرنسبت دنباله‌ی حسابی a_n برابر $(-1) - \frac{1}{6}$ یعنی $\frac{1}{6}$ است، بنابراین

قدرنسبت دنباله‌ی جدید برابر است با:

$$a_8 - a_3 = 5d = 5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$a_4 + a_7 + a_{19} + a_{22} = 36$$

روش اول:

$$\Rightarrow 4a_1 + (3 + 6 + 18 + 21)d = 36 \Rightarrow 4(a_1 + 12d) = 36$$

$$\Rightarrow a_1 + 12d = 9 \Rightarrow a_{13} = 9$$

روش دوم: می‌دانیم در دنباله‌ی حسابی هر جمله (به جز جمله‌ی اول) با میانگین جملات قبل و بعد خود برابر است؛ از آن جا که جمله‌ی سیزدهم، جمله‌ی وسط جملات ۴ و ۲۲ و همچنین جمله‌ی وسط جملات ۷ و ۱۹ است، پس:

$$(a_4 + a_{22}) + (a_{19} + a_7) = 36 \Rightarrow 2a_{13} + 2a_{13} = 36 \Rightarrow a_{13} = 9$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$a_p = q, a_q = p \Rightarrow$$

$$a_p - a_q = q - p \Rightarrow (p - q)d = q - p \Rightarrow d = -1$$

$$a_{p+q} = a_p + q \times d = q + q(-1) = 0$$

۱. ۲. ۳. ۴.

از آن جایی که در دنباله‌ی حسابی می‌دانیم $a_m - a_n = (m - n)d$ پس داریم:

$$(3n + 1) - (2n - 1) = 7 \Rightarrow n = 5$$

۱. ۲. ۳. ۴.

ضلع متوسط را نام‌گذاری می‌کنیم، بنابراین طول ضلع کوچک‌تر $a - d$ و طول وتر برابر $a + d$ است؛ طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$(a + d)^2 = a^2 + (a - d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 + 2ad = 2a^2 + d^2 - 2ad$$

$$\Rightarrow a^2 = 4ad \xrightarrow{a \neq 0} a = 4d$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{محیط}}{\text{ضلع کوچک}} = \frac{(a + d) + a + (a - d)}{a - d} = \frac{3a}{a - d} = \frac{12d}{3d} = 4$$

۱. ۲. ۳. ۴.

$$a_{20} = 26 \Rightarrow -107 + 19d = 26 \Rightarrow 19d = 133$$

$$\Rightarrow d = 7$$

$$a_n < 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d < 0 \Rightarrow -107 + 7n - 7 < 0$$

$$\Rightarrow 7n < 114 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 16$$

۱. ۲. ۳. ۴.

اولین جمله‌ی مشترک این دو دنباله ۱۱ است، از آن جا که قدرنسبت دو دنباله ۳ و ۴ است، قدرنسبت دنباله‌ی جملات مشترک برابر ۱۲ (ک. م. م. ۳ و ۴) است، پس دنباله‌ی جملات مشترک $11, 23, 35, 47, 59, \dots$ است، مجموع خواسته شده برابر است با:

$$23 + 35 + 47 = 105$$

۱. ۲. ۳. ۴.

اگر جمله‌ی وسط را b نامگذاری کنیم، جمله‌ی اول برابر $b - d$ و جمله‌ی سوم برابر $b + d$ است.

$$(b - d) + (b) + (b + d) = 27 \Rightarrow 3b = 27 \Rightarrow b = 9$$

$$\Rightarrow (9 - d) \times 9 \times (9 + d) = 585 \Rightarrow 81 - d^2 = \frac{585}{9}$$

$$\Rightarrow d^2 = 81 - 65 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$



$$\Rightarrow 2 \times 17 \times 10d = 680 \Rightarrow d = 2$$

۹۸. ۴ ۳ ۲ ۱

روش اول:

$$\left. \begin{aligned} a_1 + a_{29} = 37 &\Rightarrow 2a_1 + 28d = 37 \\ a_6 + a_{12} = 27 &\Rightarrow a_1 + 5d + a_1 + 11d = 27 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow a_9 + a_{15} = a_1 + 8d + a_1 + 14d = \frac{27}{2} + \frac{37}{2} = 32$$

روش دوم: با توجه به این که a_9 جمله‌ی وسط a_6 و a_{12} است و a_{15} جمله‌ی وسط a_1 و a_{29} است، پس:

$$a_9 + a_{15} = \frac{a_6 + a_{12}}{2} + \frac{a_1 + a_{29}}{2} = \frac{27 + 37}{2} = 32$$

۹۹. ۴ ۳ ۲ ۱

جمله‌ی دوم این دنباله را b می‌نامیم، پس ۳ جمله‌ی اول این دنباله $b-d$ و b و $b+d$ هستند و داریم:

$$b-d + b + b+d = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

مجموع چهار جمله‌ی بعدی برابر ۱۴ است؛ پس:

$$\begin{aligned} a_4 + a_5 + a_6 + a_7 &= -14 \\ \Rightarrow b + 2d + b + 3d + b + 4d + b + 5d &= -14 \\ \Rightarrow 4b + 14d &= -14 \Rightarrow 14d = -14 - 4 \times 7 \\ \Rightarrow 14d &= -42 \Rightarrow d = -3 \end{aligned}$$

۱۰۰. ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{aligned} 2a_4 + 6a_7 - 9a_{10} &= 9 \Rightarrow \\ 2(a_1 + 3d) + 6(a_1 + 6d) - 9(a_1 + 9d) &= 9 \Rightarrow \\ (9 + 36 - 36)d &= 9 \Rightarrow d = 1 \end{aligned}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} 7a_{13} - 4a_8 - 3a_{11} &= 7(a_1 + 12d) - 4(a_1 + 7d) - 3(a_1 + 10d) \\ &= (84 - 28 - 30)d = 26 \times 1 = 26 \end{aligned}$$

۱۰۱. ۴ ۳ ۲ ۱

اگر جمله‌ی پنجم دنباله را a بنامیم، دنباله به صورت زیر است:

$$a-4d, a-3d, a-2d, a-d, a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$$

بنابراین مجموع این ۹ جمله برابر $9a$ می‌شود؛ پس:

$$9a = 153 \Rightarrow a = 17$$

۱۰۲. ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم در دنباله‌ی حسابی مجموع جملات متساوی الفاصله از جمله‌ی وسط برابر هم و دو برابر جمله‌ی وسط است، پس:

$$\begin{aligned} a_1 + a_{21} &= a_1 + a_{21} = 2a_{11} \\ \Rightarrow a_1 + a_{11} + a_{12} &= (a_1 + a_{12}) + a_{11} = 86 + \frac{86}{2} = 129 \end{aligned}$$

۹۲. ۴ ۳ ۲ ۱

روش اول: شماره‌ی جمله‌ی آخر در دسته‌ی n ام برابر مجموع $1+2+3+\dots+n$ یعنی $\frac{n(n+1)}{2}$ است. پس شماره‌ی جمله‌ی آخر

$$\text{دسته‌ی پانزدهم} = 120 = \frac{15 \times 16}{2} \text{ و شماره‌ی جمله‌ی اول} = 120 - 15 + 1$$

یعنی ۱۰۶ است. از آن جایی که دنباله‌ی اعداد زوج $a_n = 2n$ است، پس جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی پانزدهم به ترتیب 2×106 و 2×120 هستند که تفاضل آن‌ها برابر است با:

روش دوم: جملات موجود در دسته‌ی پانزدهم، یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۲ هستند که تعداد آن‌ها ۱۵ تا است. اگر جمله‌ی اول را a و جمله‌ی آخر را b بنامیم داریم:

$$b = a + 14 \times 2 \Rightarrow b - a = 28$$

۹۳. ۴ ۳ ۲ ۱

اگر ضلع متوسط را a بنامیم دو ضلع دیگر برابر $a-d$ و $a+d$ هستند. با توجه به قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2 \Rightarrow a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

از آن جایی که مساحت این مثلث برابر ۵۴ است، پس:

$$\begin{aligned} \frac{(a-d) \times a}{2} &= 54 \Rightarrow 3d \times 4d = 108 \Rightarrow \\ 12d^2 &= 108 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a = 4 \times 3 = 12 \end{aligned}$$

بنابراین محیط این مثلث برابر است با:

$$a-d + a + a+d = 3a = 3 \times 12 = 36$$

۹۴. ۴ ۳ ۲ ۱

اولین عدد ۳ رقمی با این خاصیت، ۱۰۱ و آخرین عدد ۳ رقمی ۹۹۷ است. بنابراین دنباله‌ی اعداد ۳ رقمی که در تقسیم بر ۷ باقیمانده‌ای برابر ۳ دارند، دنباله‌ی ۹۹۷, ..., ۱۱۵, ۱۰۸, ۱۰۱ است و داریم:

$$997 = 101 + (n-1) \times 7 \Rightarrow n = \frac{997-101}{7} + 1 = 129$$

۹۵. ۴ ۳ ۲ ۱

جمله‌ی اول این دنباله برابر $\frac{2}{3}$ و جمله‌ی بیستم آن برابر $\frac{116}{3}$ است، پس:

$$a_{20} = a_1 + 19d \Rightarrow \frac{116}{3} = \frac{2}{3} + 19d \Rightarrow d = \frac{38}{19} = 2$$

۹۶. ۴ ۳ ۲ ۱

فرض کنیم تعداد واسطه‌ها برابر n باشد، پس:

$$\begin{aligned} a_{n+2} = 25 + \sqrt{2} &\Rightarrow \sqrt{2} - 15 + (n+1)d = 25 + \sqrt{2} \\ \xrightarrow{d=2} 2(n+1) &= 40 \Rightarrow n = 19 \end{aligned}$$

۹۷. ۴ ۳ ۲ ۱

$$a_{13}^2 - a_7^2 = 680 \Rightarrow (a_{13} + a_7)(a_{13} - a_7) = 680$$

با توجه به این که a_8 جمله‌ی وسط a_7 و a_{13} است ($\frac{13+7}{2} = 10$) پس داریم:

$$a_{13} - a_7 = 10d \text{ همچنین می‌دانیم } a_7 + a_{13} = 2a_{10}$$

$$\text{یعنی: } (a_{13} + a_7)(a_{13} - a_7) = 680 \Rightarrow 2a_{10} \times 10d = 680$$

۱۰۳. ۱ ✓ ۳ ۴

مجموع ۳ جمله‌ی اول برابر ۱۷ و مجموع ۳ جمله‌ی آخر برابر ۳۳ است، پس جمله‌ی دوم برابر $\frac{17}{3}$ و جمله‌ی یکی مانده به آخر برابر $\frac{33}{3}$ است. بنابراین جمله‌ی وسط این دنباله، که جمله‌ی وسط جمله‌ی دوم و یکی مانده به آخر نیز هست برابر است با:

$$\frac{17 + 33}{3 \times 3} = \frac{50}{6}$$

ضمناً از آن جا که مجموع کل جملات دنباله برابر ۲۵۰ است، پس جمله‌ی وسط این دنباله برابر $\frac{250}{n}$ است، پس: $\frac{250}{n} = \frac{50}{6} \Rightarrow n = 6 \times 5 = 30$. دقت کنید با توجه به این که تعداد جملات این دنباله زوج است، منظور از جمله‌ی وسط در راه حل ارائه شده، میانگین دو جمله‌ی وسط است.

۱۰۴. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

اگر مجموع n جمله‌ی اول این دنباله را با S_n نمایش دهیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_1 = a_1 &\Rightarrow a_1 = \frac{2}{3} \times 1^2 = \frac{2}{3} \\ S_2 = a_1 + a_2 &\Rightarrow a_1 + a_2 = \frac{2}{3} \times 2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} a_2 = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} &= \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow a_1 + d = 2 \\ \Rightarrow d = 2 - \frac{2}{3} &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

۱۰۵. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

روش اول:

$$\begin{aligned} a_n + a_k &= a_{n+k} \Rightarrow \\ a_1 + (n-1)d + a_1 + (k-1)d &= a_1 + (n+k-1)d \\ \Rightarrow 2a_1 + (n+k)d - 2d &= a_1 + (n+k)d - d \\ \Rightarrow a_1 - d = 0 &\Rightarrow a_1 = d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = 1 \end{aligned}$$

روش دوم: می‌دانیم $a_{n+k} = a_n + kd$ بنابراین:

$$\begin{aligned} a_n + a_k = a_{n+k} &\Rightarrow a_n + a_k = a_n + kd \Rightarrow a_k = kd \\ \Rightarrow a_1 + (k-1)d = kd &\Rightarrow a_1 = d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = 1 \end{aligned}$$

۱۰۶. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} &= \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} = \frac{d}{a_1 a_2} \\ \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} &= \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} = \frac{d}{a_2 a_3} \\ \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} &= \frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} = \frac{d}{a_3 a_4} \\ &\vdots \\ \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} &= \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n} = \frac{d}{a_{n-1} a_n} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} = \frac{d}{a_1 a_2} + \frac{d}{a_2 a_3} + \frac{d}{a_3 a_4} + \dots + \frac{d}{a_{n-1} a_n}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \right) \\ = \frac{1}{d} \frac{a_n - a_1}{a_1 a_n} &= \frac{1}{d} \times \frac{(n-1)d}{a_1 a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n} \end{aligned}$$

۱۰۷. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

جملات این دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:
 $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$

از آن جا که مجموع این جملات برابر ۱۰۰ است، پس: $a = \frac{100}{5} = 20$. ضمناً با توجه به صورت مسئله داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(a + a + d + a + 2d) &= a - 2d + a - d \\ \Rightarrow \frac{3a + 3d}{3} = 2a - 2d &\Rightarrow 20 + d = 40 - 3d \\ \Rightarrow 4d = 20 &\Rightarrow d = 5 \end{aligned}$$

بنابراین تعداد نان‌ها برابر ۳، ۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰ و نسبت خواسته شده برابر $\frac{3}{10} = 3$ است.

۱۰۸. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

با توجه به معادلات داده شده، x_p واسطه‌ی حسابی دو عدد x_1 و x_p ، x_p واسطه‌ی حسابی دو عدد x_p و x_4 ، ... و x_4 واسطه‌ی حسابی دو عدد x_1 و x_8 است. پس اعداد $x_1, x_2, \dots, x_4, x_1$ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند و داریم:

$$x_1 + x_4 = 2x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{2x_1}{2} = x_1$$

۱۰۹. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

شماره‌ی جمله‌ی آخر در دسته‌ی ۲۰ام برابر مجموع $1 + 2 + \dots + 20$ یعنی $\frac{20 \times 21}{2} = 210$ است. از آن جا که جمله‌ی عمومی دنباله‌ی اعداد طبیعی فرد به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس جمله‌ی آخر دسته‌ی بیستم برابر است با: $a_{210} = 2 \times 210 - 1 = 419$

۱۱۰. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

اولین عدد مشترک در این دو دنباله عدد ۱۷ است. ضمناً قدرنسبت دنباله‌ی جمله‌های مشترک برابر ک.م.م قدرنسبت‌ها $[5, 3]$ یعنی ۱۵ است، پس جمله‌ی عمومی دنباله‌ی جملات مشترک به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} a_n &= 17 + (n-1) \times 15 \Rightarrow a_n = 15n + 2 \\ \text{شماره‌ی جملات } 3 \text{ رقمی از حل نامعادله‌ی زیر به دست می‌آید:} \\ 100 \leq a_n < 1000 &\Rightarrow 100 \leq 15n + 2 < 1000 \\ \Rightarrow 98 \leq 15n < 998 &\Rightarrow 7 \leq n \leq 66 \end{aligned}$$

تعداد این جملات برابر $66 - 7 + 1 = 60$ است.

۱۱۱. ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

روش اول: $a_5 = \frac{1}{27} \Rightarrow a_1 q^4 = \frac{1}{27} \Rightarrow a_1 \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{27}$

