فصل اول

حرکت بر خط راست

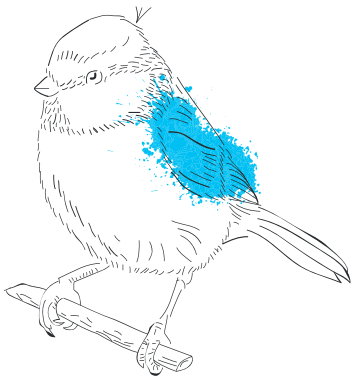
بخش ۱: مسافت، جابه‌جایی و تندی متوسط، سرعت متوسط

بخش ۲: حرکت با سرعت ثابت، تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای، شتاب متوسط

بخش ۳: حرکت با شتاب ثابت، شتاب لحظه‌ای

بخش ٤: نمودارهای حرکت

بخش ۵: حرکت سقوط آزاد



مقدمه

فیزیک علم زندگی است. بنابراین به بررسی و تحلیل رویدادهایی که در طبیعت رخ می‌دهد، می‌پردازد. یکی از رویدادهای بسیار مهم و متنوع در اطراف ما حرکت اجسام مختلف است. حرکت زمین، حرکت ترن‌ها و خودروها، حرکت توپ ورزشی، ربات، الکترون و ... نمونه‌هایی از این پدیده‌ی فیزیکی مهم هستند.

شاید جالب باشد بدانید که:

۱ تندی‌سنج خودرو یا دوچرخه چه کمیتی را مشخص می‌کند؟

۲ دستگاه‌های فاصله‌یاب که توسط مهندسان عمران یا نقشه‌برداری استفاده می‌شود، چگونه عمل می‌کنند؟

۳ وقتی می‌گوییم هواپیمای مافوق صوت، مفهوم آن چیست؟

۴ بررسی حرکت پیستون درون سیلندر چه اهمیتی دارد؟

۵ مفاهیم سرعت و شتاب چه تفاوتی دارند؟

۶ در برنامه‌ریزی خطوط هوایی و یا ترن‌ها نقش سرعت و معادلات حرکت چیست؟

۷ در سامانه‌ی هوشمند خودروی بدون راننده "*LIDAR*" چگونه فاصله‌ها بررسی می‌شود؟

۸ در صنعت داروسازی در حوزه‌ی "*Target therapy*" سرعت و مکان جذب دارو چه اهمیتی دارد؟

۹ در صنعت، چگونه دستگاه‌های پرس‌کاری را برای وجود مانع خارجی، مانند دست کارگر ایمن‌سازی می‌کنند؟

۱۰ در خطوط تولید کارخانه‌های صنعتی، مانند خودروسازی حرکت ربات‌ها چگونه تنظیم می‌شود؟

۱۱ وقتی می‌گوییم زمان حمله‌ی مار کبری ۴۰ میلی‌ثانیه و زمان پلک زدن انسان ۲۰۰ میلی ثانیه است، نسبت شتاب‌ها چگونه است؟

۱۲ چگونه سرعت مجاز برای خودروها و ترن‌ها بررسی می‌شود؟

۱۳ چگونه طول باند پرواز را برای بلند شدن و نشستن هواپیما تعیین می‌کنند؟

۱۴ چگونه با بررسی حرکت لایه‌های زمین، امکان وقوع زلزله را پیش‌بینی می‌کنند؟

انتشارات خوشخوان

بخش اول: مفاهیم حرکت، جابه‌جایی و مسافت، تندی متوسط و سرعت متوسط

حرکت: وقتی جسمی مکان خود را با گذشت زمان تغییر می‌دهد، می‌گوییم حرکت کرده است. به عنوان نمونه، قطاری که مسیر بین دو ایستگاه را طی می‌کند، جسم متحرک نامیده می‌شود. اگر حرکت یک جسم در مسیر مستقیم روی خط راست انجام شود، حرکت را مستقیم‌الخط می‌نامیم. به عنوان نمونه، دونده‌ای که در مسیر مستقیم فاصله‌ی بین شروع و خط پایان را طی می‌کند، دارای حرکت مستقیم‌الخط است. در مبحث حرکت‌شناسی (سینماتیک) به دنبال علت حرکت یعنی نیرو نیستیم. در فصل بعد (دینامیک) حرکت همراه با نیرو بررسی می‌شود.

مسافت

فرض کنیم دانش‌آموزی از حیاط مدرسه به طرف کلاس خود که در طبقه‌ی دوم قرار دارد حرکت می‌کند. طول این مسیر طی شده را مسافت پیموده شده یا به اختصار مسافت می‌نامیم.

تذکر

مسافت ممکن است خط مستقیم، خط‌های شکسته یا منحنی و یا این‌که مجموعه‌ای شامل دو یا چند مورد از موارد فوق باشد.

مثال ۱. **وقتی معلمی هنگام تدریس از یک طرف تخته تا طرف دیگر آن حرکت کرده و دوباره به محل اول باز می‌گردد، مسافت طی شده چند متر است؟ (مسیر حرکت را مستقیم و طول تخته را ۴ متر فرض کنید.)**

پاسخ: مسافت طی شده توسط معلم شامل دو پاره‌خط رفت و برگشت است. بنابراین، مسافت طی شده ۸ متر است.

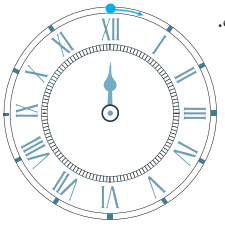
جابه‌جایی

اگر پاره‌خط جهت‌داری را از مکان شروع حرکت به مکان پایان حرکت وصل کنیم، این پاره‌خط جهت‌دار را که از مبدأ به مقصد وصل می‌شود، بردار جابه‌جایی می‌نامیم.

تذکر

بردار جابه‌جایی دارای جهت است، ولی مسافت طی شده جهت ندارد.

مثال ۲. **وقتی نوک عقربه‌ی ثانیه‌شمار از عدد ۱۲ شروع به حرکت می‌کند و دوباره به همان مکان باز می‌گردد، مسافت و جابه‌جایی را محاسبه کنید. (نوک عقربه در دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر حرکت می‌کند.)**

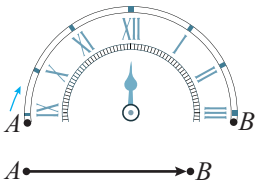


پاسخ: بردار جابه‌جایی باید مکان ابتدای حرکت (مبدأ) را به مکان انتهای حرکت وصل کند، بنابراین جابه‌جایی صفر است. مسافت طی شده طول مسیری است که نوک عقربه‌ی ثانیه‌شمار طی می‌کند. این مسیر به‌صورت دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر است. بنابراین، اندازه‌ی مسافت طی شده محیط دایره‌ای به شعاع cm ۱۰ است.

$$L = ۲\pi R = ۲ \times ۳/۱۴ \times \frac{۱}{۱۰} = ۰/۶۲۸m = ۶۲۸mm$$

انتشارات خوشخوان

مثال ۳. **در مثال ۲، اگر عقربه از عدد ۹ تا عدد ۳ حرکت کند حداقل مسافت طی شده و جابه‌جایی نوک عقربه به طول ۱۰ سانتی‌متر چند میلی‌متر است؟**



پاسخ: مسافت طی شده مطابق شکل مسیر A تا B یعنی محیط نیم‌دایره است.

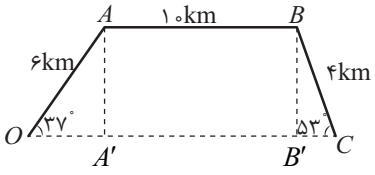
دقت کنیم تعداد دورهای بیش‌تر می‌تواند باعث افزایش مسافت طی شده گردد.

جابه‌جایی طول بردار AB است و به مسیر حرکت بستگی ندارد.

بنابراین: ۱) مسافت طی شده برابر است با $\pi R = ۳/۱۴ \times \frac{۱}{۱۰} = \frac{۳۱۴}{۱۰۰۰} m$ و بر حسب میلی‌متر معادل $۳۱۴\ mm$ است.

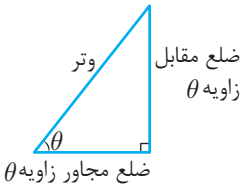
۲) جابه‌جایی برابر است با $۲ \times \frac{۱}{۱۰} = ۰/۲m$ و برحسب میلی‌متر معادل $۲۰۰\ mm$ است.

مثال ٤. **یک بالگرد امداد از مبدأ O حرکت را شروع و با مسیر $OABC$ در مقصد C حرکت را تمام می‌کند. اگر مسیر حرکت مطابق شکل مقابل باشد، مسافت و جابه‌جایی را به‌دست آورید.**



پاسخ: مسافت طی شده مجموع پاره‌خط‌های OA ، AB و BC است. ولی جابه‌جایی، برداری است که از O به C وصل می‌شود و مجموع OA' و $A'B'$ و $B'C$ است.

یادآوری:



$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

بنابراین: ۱) مسافت طی شده برابر است با : $۶ + ۱۰ + ۴ = ۲۰km$

۲) جابه‌جایی برابر است با : $۶\cos ۳۷^\circ + ۱۰ + ۴\cos ۵۳^\circ = ۱۷/۲km$

تندی متوسط و سرعت متوسط

مسافت طی شده در واحد زمان را تندی متوسط و جابه‌جایی متحرک در واحد زمان را سرعت متوسط می‌نامیم.

تندی متوسط $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$

سرعت متوسط $\overrightarrow{v_{av}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$

تذکر

تندی متوسط کمیت نرده‌ای ولی سرعت متوسط کمیت‌برداری است. واحد هر دو کمیت در SI متر بر ثانیه است. بنابراین بردار سرعت متوسط دارای مفهوم است ولی بردار تندی متوسط بی‌معنی است.

مثال ۵. **سرعت متوسط متحرکی $۷۲\frac{km}{h}$ است.**

الف) سرعت را برحسب واحد SI بیابید.

ب) پس از ۲۰ دقیقه چند متر، جابه‌جا می‌شود؟

پاسخ: الف)

$$۷۲\frac{km}{h} = \bigcirc\frac{m}{s} \Rightarrow \bigcirc = \frac{۷۲\frac{۱۰^۳ m}{۳۶۰۰ s}}{\frac{m}{s}} = ۷۲ \times \frac{۱۰}{۳۶} = ۲۰$$

ب)

$$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow d = ۲۰ \times (۲۰ \times ۶۰) = ۲/۴ \times ۱۰^۴ m$$

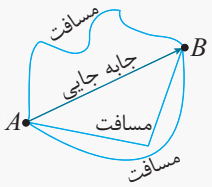
تذکر

برای تبدیل سرعت از $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ کافی است عدد مورد نظر را در $\frac{۱۰}{۳۶}$ ضرب کنیم.

مثال ۶. وقتی می‌گوییم تندی متوسط متحرکی $۴۰\frac{m}{s}$ است، مفهوم آن چیست؟

پاسخ: یعنی این‌که متحرک به‌طور متوسط در هر ثانیه مسافت ۴۰ متر را طی می‌کند.

تذکر

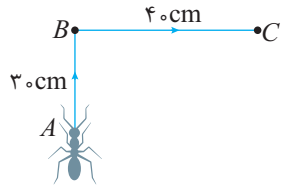


برای یک حرکت مشخص، مقدار تندی متوسط همواره بزرگ‌تر یا مساوی با مقدار سرعت متوسط است. زیرا سرعت متوسط به پاره‌خط واصل بین ابتدا و انتهای مسیر بستگی دارد ولی تندی متوسط به مسافت طی شده برای رسیدن از مبدأ به مقصد بستگی دارد. همواره جابه‌جایی کوچک‌تر یا مساوی با مسافت است.

مثال ۷. در مسابقات دوی استقامت، اگر شروع و پایان مسابقه مکان یکسانی باشد برنده، کیست؟ شخصی که سرعت متوسط بیش‌تری داشته باشد یا تندی متوسط بیش‌تر؟

پاسخ: سرعت متوسط همه دوندگانی که به نقطه‌ی پایان می‌رسند صفر است زیرا جابه‌جایی همه آن‌ها صفر است. ولی تندی متوسط متفاوت است زیرا مسافت‌های یکسانی را در زمان‌های متفاوت طی می‌کنند.

مثال ۸. مورچه‌ای مسیر ABC را در مدت ۵۰ ثانیه طی می‌کند. سرعت متوسط و تندی متوسط آن را معلوم کنید.



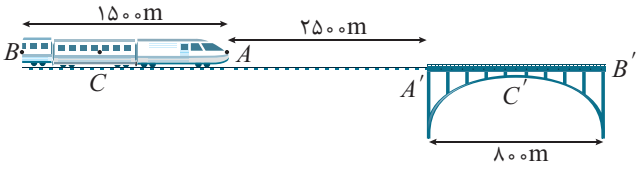
پاسخ: تندی متوسط:

$$s_{av}=\frac{۳۰+۴۰}{۵۰}=۱/۴\frac{cm}{s}$$

سرعت متوسط:

$$\vec{v}_{av}=\frac{d_{AC}}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۳۰^۲+۴۰^۲}}{۵۰}=۱\frac{cm}{s}$$

مثال ۹. قطاری به طول ۱۵۰۰ متر در فاصله‌ی ۲۵۰۰ متری از پلی به طول ۸۰۰ متر قرار دارد. پس از مدت ۲ دقیقه قطار به‌طور کامل از پل عبور می‌کند. سرعت متوسط قطار را در SI بیابید.



پاسخ: اگر بخواهیم قطار به‌طور کامل از پل عبور کند، باید نقطه‌ی B به نقطه‌ی B' برسد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{۱۵۰۰+۲۵۰۰+۸۰۰}{۱۲۰}=۴۰\frac{m}{s}$$

مثال ۱۰. در مسأله‌ی قبل اگر بخواهیم وسط قطار به وسط پل برسد، تقریباً چند دقیقه زمان لازم است؟

پاسخ: باید نقطه C به C' برسد.

$$\vec{v}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\vec{d}}{\vec{v}}=\frac{۷۵۰+۲۵۰۰+۴۰۰}{۴۰}\Rightarrow \Delta t=\frac{۳۶۵۰}{۴۰}=۹۱/۲۵s\Rightarrow \Delta t=\frac{۹۱/۲۵}{۶۰}\min\simeq ۱/۵\ \min$$

تذکر

اگر متحرکی مسیر مستقیم را با سرعت‌های ثابت $v_۱$، $v_۲$، $v_۳$ و ... در بازه‌های زمانی $\Delta t_۱$، $\Delta t_۲$، $\Delta t_۳$ و ... طی کند. برای محاسبه‌ی سرعت متوسط آن، جابه‌جایی کل را به زمان کل حرکت تقسیم می‌کنیم.

$$\text{کل } \vec{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳+\cdots}{\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳+\cdots}$$

توجه کنید که می‌توان $\Delta x=vt$ یا $\Delta t=\frac{\Delta x}{v}$ را در رابطه‌ی فوق جایگزین نمود.

انتشارات خوشخوان

مثال ۱۱. متحرکی در مسیر مستقیم ابتدا مسافت ۴۰۰ متر را با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ و سپس ۹۰۰ متر بعدی را با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ طی می‌کند. سرعت متوسط در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ:

$$\vec{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۴۰۰+۹۰۰}{\frac{\Delta x_۱}{v_۱}+\frac{\Delta x_۲}{v_۲}}=\frac{۱۳۰۰}{\frac{۴۰۰}{۲۰}+\frac{۹۰۰}{۳۰}}=۲۶\frac{m}{s}$$

مثال ۱۲. در هر حالت سرعت متوسط را در کل مسیر تعیین کنید.

الف) متحرکی دو جابه‌جایی متوالی $d_۱$ و $d_۲$ را با سرعت‌های ثابت v طی می‌کند.

ب) متحرکی در دو زمان یکسان جابه‌جایی‌های متوالی را با سرعت $v_۱$ و $v_۲$ طی می‌کند.

پ) متحرکی دو مسافت متوالی هم‌اندازه را با سرعت‌های $v_۱$ و $v_۲$ طی می‌کند.

پاسخ:

الف) $\overline{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\xrightarrow[\Delta x_۲=d_۲]{\Delta x_۱=d_۱}$

$$\overline{v}=\frac{d_۱+d_۲}{\frac{d_۱}{v_۱}+\frac{d_۲}{v}}=v(\frac{d_۱+d_۲}{d_۱+d_۲})=v$$

توجه داشته باشید که بدون محاسبه نیز انتظار می‌رفت که سرعت متوسط v باشد، وقتی متحرک در مسیر مستقیم با تندی ثابت v حرکت می‌کند، سرعت متوسط و تندی متوسط برابرند؛ هم‌چنین جابه‌جایی و مسافت طی شده هم‌اندازه هستند.

ب) $\overline{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{v_۱t+v_۲t}{t+t}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$

پ) $\overline{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{d+d}{\frac{d}{v_۱}+\frac{d}{v_۲}}=\frac{۲d}{\frac{d(v_۱+v_۲)}{v_۱v_۲}}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}$

مثال ۱۳. متحرکی ۸۰ درصد از مسیری را با سرعت ثابت v طی می‌کند. سپس به اندازه‌ی ۲۵ درصد از مسیر طی شده را با سرعت ثابت $۲v$ باز می‌گردد. سرعت متوسط در کل حرکت چند برابر v است؟

پاسخ:

$$\overline{v}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{\frac{۸}{۱۰}d-\frac{۱}{۴}(\frac{۸}{۱۰}d)}{\frac{\frac{۸}{۱۰}d}{v}+\frac{\frac{۱}{۴}(\frac{۸}{۱۰}d)}{۲v}}\Rightarrow\overline{v}=\frac{\frac{۴}{۵}d-\frac{۱}{۵}d}{\frac{d}{v}(\frac{۴}{۵}+\frac{۱}{۱۰})}=\frac{\frac{۳}{۵}v}{\frac{۹}{۱۰}}=\frac{۲}{۳}v$$

مثال ۱۴. یک کوادکوپتر از مکانی با مختصات $A\begin{vmatrix}۱۰۰\\۲۰۰\end{vmatrix}$ در مدت $۱۰s$ به مکانی با مختصات $B\begin{vmatrix}۴۰۰\\۶۰۰\end{vmatrix}$ جابه‌جا می‌شود. هر یک از موارد زیر را تعیین کنید.

الف) بردار مکان اولیه ب) بردار مکان ثانویه پ) بردار جابه‌جایی ت) بردار سرعت متوسط

پاسخ:

الف) $\vec{d}_۱=x_۱\vec{i}+y_۱\vec{j}=۱۰۰\vec{i}+۲۰۰\vec{j}$

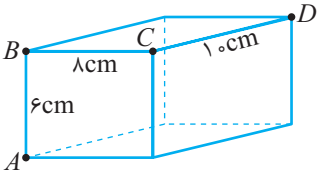
ب) $\vec{d}_۲=x_۲\vec{i}+y_۲\vec{j}=۴۰۰\vec{i}+۶۰۰\vec{j}$

پ) $\vec{d}=\vec{d}_۲-\vec{d}_۱=۳۰۰\vec{i}+۴۰۰\vec{j}\Rightarrow|\vec{d}|=\sqrt{۳۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۵۰۰m$

ت) $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{۳۰۰\vec{i}+۴۰۰\vec{j}}{۱۰}=۳۰\vec{i}+۴۰\vec{j}\frac{m}{s}\Rightarrow|\vec{v}_{av}|=۵۰\frac{m}{s}$

انتشارات خوشخوان

مثال ۱۵. موجه‌ای با تندی ثابت $۲\frac{cm}{s}$ در مسیر $ABCD$ حرکت می‌کند.



الف) سرعت متوسط را در جابه‌جایی A تا D تعیین کنید.

ب) تندی متوسط را در مسیر A تا D تعیین کنید.

پاسخ:

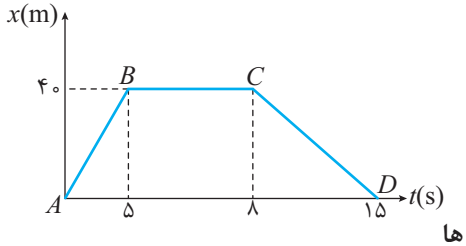
الف) $v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\sqrt{(AB)^۲+(BC)^۲+(CD)^۲}}{t_{AB}+t_{BC}+t_{CD}}$

توجه کنید که وقتی نماد بردار روی v یا d قرار ندارد، منظورمان مقدار این کمیت‌ها است.

سرعت متوسط $v_{av}=\frac{\sqrt{۶^۲+۸^۲+۱۰^۲}}{\frac{۶}{۲}+\frac{۸}{۲}+\frac{۱۰}{۲}}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۱۲}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۶}\frac{cm}{s}$

ب) تندی متوسط $s=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۶+۸+۱۰}{۳+۴+۵}=\frac{۲۴}{۱۲}=۲\frac{cm}{s}$

مثال ۱۶. شکل مقابل نمودار مکان - زمان شناگری را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت رفت و برگشت را انجام می‌دهد. به هر یک از موارد زیر پاسخ دهید:



الف) سرعت متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

ب) تندی متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

پ) سرعت متوسط در مسیر AB و BC و CD چند متر بر ثانیه است.

ت) بیش‌ترین تندی در چه مسیری است.

ث) شیب خط‌های AB و CD را معلوم کنید و با سرعت متوسط در این مسیرها مقایسه کنید.

پاسخ:

الف) $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=۰$

ب) $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۴۰+۴۰}{۱۵}=\frac{۱۶}{۳}\frac{m}{s}$

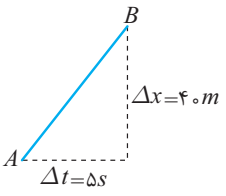
پ) مسیر AB $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}_{AB}}{\Delta t}=\frac{۴۰}{۵}=۸\frac{m}{s}$ و مسیر BC $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}_{BC}}{\Delta t}=۰$ و مسیر CD $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}_{CD}}{\Delta t}=\frac{\vec{d}_{CD}}{\Delta t}=\frac{-۴۰}{۷}\frac{m}{s}$

ت) $s_{AB}=\frac{۴۰}{۵}=۸\frac{m}{s}$ ، $s_{CD}=\frac{۴۰}{۷}\frac{m}{s}$

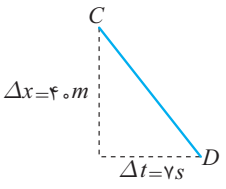
تذکر

دقت کنید که تندی متوسط کمیت عددی است. بیش‌ترین تندی متوسط در مسیر AB است.

ث) شیب خط AB برابر با $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ یعنی همان سرعت متوسط در مسیر AB است.

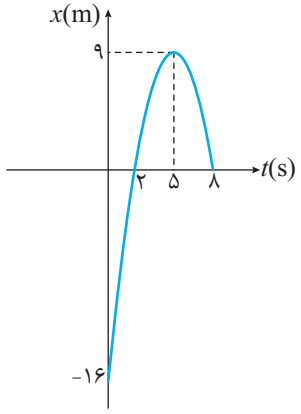


شیب خط CD برابر با $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ یعنی همان سرعت متوسط در مسیر CD است.



انتشارات خوشخوان

مثال ۱۷. نمودار مکان زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل سهمی مقابل است. هر یک از موارد زیر را تعیین کنید.



الف) سرعت متوسط در کل حرکت

ب) دورترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ

پ) زمان‌هایی که متحرک در مبدأ مکان است.

ت) سرعت متوسط در مدتی که از مبدا دور می‌شود.

ث) معادله مکان - زمان را رسم کنید.

پاسخ:

الف) $\vec{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-(-۱۶)}{۸}=۲\frac{m}{s}$

ب) $x=-۱۶m$

$t_۱=۲s$ و $t_۲=۸s$

پ) متحرک دو بار از مبدأ عبور می‌کند.

ت) با توجه به نمودار در ۳ بازه‌ی زمانی، نزدیک شدن و دور شدن را معلوم می‌کنیم.

در بازه‌ی زمانی $۰<t_۱<۲$ ، متحرک از مکان $x_۱=-۱۶m$ به $x_۲=۰$ می‌رسد.

در بازه‌ی زمانی $۲<t_۲<۵$ ، متحرک از مکان $x_۱=۰$ به $x_۲=۹m$ می‌رسد.

در بازه‌ی زمانی $۵<t_۳<۸$ ، متحرک از مکان $x_۱=۹m$ به $x_۲=۰$ می‌رسد.

$\vec{v}_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۹-۰}{۳}=۳\frac{m}{s}$

ث) می‌دانیم که در سهمی معادله y بر حسب x به‌صورت $y=ax^۲+bx+c$ است. در نمودار داده شده مکان برحسب زمان است یعنی به جای تابع y، تابع x و به جای متغیر x متغیر t وجود دارد، بنابراین خواهیم داشت:

$x=at^۲+bt+c$

c عرض از مبدأ است که در این‌جا معادل (۱۶-) قرار می‌گیرد. برای رأس سهمی اگر متغیر $\frac{-b}{۲a}$ باشد، بیشینه‌ی تابع y_{max} به‌دست می‌آید.

$(-\frac{\Delta}{۴a})$، در واقع مختصات رأس سهمی $(\frac{-b}{۲a}, \frac{-\Delta}{۴a})$ است.

(در این‌جا $t=۵=\frac{-b}{۲a}$ متغیر و $x_{max}=۹=\frac{-\Delta}{۴a}$)

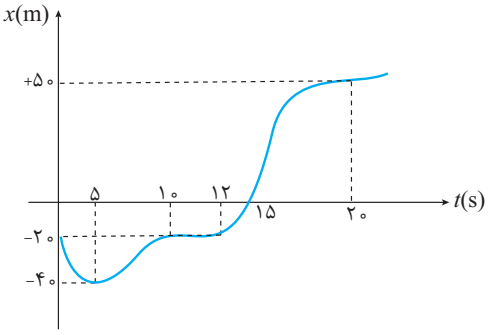
$x=k(t-۲)(t-۸)$

در لحظه $t=۰$ مکان متحرک ۱۶ m- است.

$x=-۱۶=k(-۲)(-۸)\Rightarrow k=-۱$

$x=-(t-۲)(t-۸)=-t^۲+۱۰t-۱۶$

مثال ۱۸. با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل به هر مورد پاسخ دهید.



الف) در مدت ۲۰ s پس از شروع حرکت، متحرک چه مدت در مکان منفی و چه مدت در مکان مثبت بوده است؟

ب) در چه لحظه‌هایی متحرک متوقف می‌شود؟

پ) سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول، چند برابر سرعت متوسط در ۵ ثانیه‌ی سوم است؟

ت) از لحظه‌ی شروع تا لحظه‌ای که به دورترین فاصله از مبدأ می‌رسد سرعت متوسط چقدر است؟

ث) سرعت متوسط بین دو لحظه‌ای که متحرک تنها برای لحظه‌ای متوقف می‌شود، چقدر است؟

پاسخ: الف) با توجه به نمودار ۱۵ s آغازین حرکت مکان منفی است و در ۵ ثانیه چهارم مکان مثبت است.

ب) در ۵ ثانیه‌ی اول متحرک از مبدأ دور می‌شود و به دورترین مکان منفی رسیده و متوقف می‌شود. در بازه $۱۰<t<۱۲$ نیز متوقف است.

پ)

سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{x_{t=5}-x_{t=0}}{5-0}=\frac{-40-(-20)}{5}=-4\frac{m}{s}$

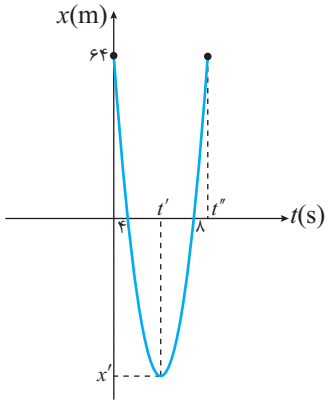
سرعت متوسط در ۵ ثانیه سوم $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{x_{t=15}-x_{t=10}}{5}=\frac{0-(-20)}{5}=4\frac{m}{s}$

برای نسبت سرعت متوسط در دو بازه زمانی داریم: $\Rightarrow \frac{-4}{4}=-1$

ت) دورترین فاصله از مبدأ (+۵۰) متر است. $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{50-(-20)}{20}=\frac{7}{2}\frac{m}{s}$

ث) در زمان‌های $t=5s$ و $t=20s$ متحرک متوقف می‌شود. $\vec{v}_{av}=\frac{50-(-40)}{15}=6\frac{m}{s}$

مثال ۱۹. در سهمی مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مشخص شده است. هر یک از موارد داده شده را تعیین کنید.



الف) سرعت متوسط از شروع حرکت تا دومین عبور از مرکز

ب) معادله مکان - زمان

پ) زمان و مکان توقف

ت) زمانی که طول می‌کشد متحرک به مکان اولیه باز گردد (t'')

ث) سرعت متوسط از ابتدای لحظه‌ای که در مکان منفی قرار دارد تا آخرین لحظه‌ای که از مبدأ دور می‌شود.

ج) تندی متوسط وقتی از ابتدا تا انتهای لحظه‌ای که در مکان منفی قرار دارد.

چ) مسیر حرکت را رسم کنید.

پاسخ:

الف) $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0-64}{8-0}=-8\frac{m}{s}$

ب) $x=k(t-4)(t-8)\xrightarrow[x=64]{t=0}64=k(-4)(-8)\Rightarrow k=2$

$x=2(t-4)(t-8)=2(t^2-12t+32)=2t^2-24t+64$

پ) متحرک از لحظه‌ی شروع تا $t=4s$ به مبدأ نزدیک می‌شود و از $t=4s$ تا t' به دورترین مکان منفی می‌رسد، در لحظه‌ی t' متحرک در مکان x' متوقف می‌شود.

با استفاده از تقارن در سهمی می‌دانیم $t'=6s$ است، برای محاسبه x' خواهیم داشت: $x'=2(6)^2+(-24\times 6)+64\Rightarrow x'=-8m$

ت) روش اول: برای این‌که به مکان اول بازگردد، باید $x=64m$ باشد.

$64=2t^2-24t+64\Rightarrow 2t^2-24t=0\Rightarrow t=0$ و $t=12s$

روش دوم: با استفاده از تقارن در سهمی می‌توانیم بگوییم $t''=8+4=12s$

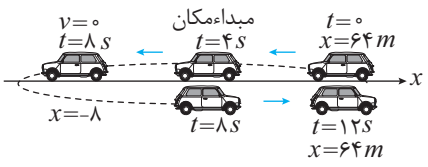
ث) متحرک در بازه زمانی $4<t<8$ در مکان منفی قرار دارد و در $4<t<6$ در حال دور شدن از مبدأ است.

$\vec{v}_{av}=\frac{-8-0}{6-4}=-4\frac{m}{s}$

ج) برای محاسبه‌ی تندی متوسط لازم است، مسافت طی شده در مدتی را که مکان منفی است معلوم کنیم.

$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{(+8)+(8)}{4}=4\frac{m}{s}$

چ) دقت کنید اگرچه نمودار مکان - زمان سهمی است ولی مسیر حرکت خط راست است.



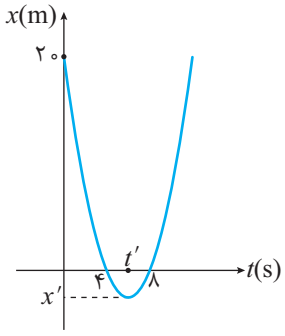
انتشارات خوشخوان

مثال ۲۰. سهمی مقابل نمودار مکان زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند.

الف) سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا دومین عبور از مبدأ را بیابید.

ب) معادله مکان - زمان را معلوم کنید.

پ) زمان توقف را بیابید.



پاسخ:

الف) در $t=۸$ برای دومین بار از مبدأ عبور می‌کند.

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-۲۰}{۸}=-\frac{۵}{۲}\frac{m}{s}$$

دقت کنید علامت منفی برای سرعت نشان می‌دهد که جابه‌جایی منفی بوده است.

ب) معادله‌ی مکان $x=t^۲+bt+c \Rightarrow x=k(t-۴)(t-۸)$

در لحظه‌ی $t=۰$ مکان متحرک $x=۲۰m$ است.

$$x=۲۰=k(-۴)(-۸)\Rightarrow k=\frac{۵}{۸}$$

$$x=\frac{۵}{۸}(t-۴)(t-۸)=\frac{۵}{۸}t^۲-\frac{۱۵}{۲}t+۲۰$$

پ) مطابق شکل، زمان توقف t' یعنی رأس سهمی، که دورترین مکان در نمودار است، با استفاده از تقارن در سهمی خواهیم داشت:

$$t'=\frac{۴+۸}{۲}=۶s$$

مثال ۲۱. نمودار مکان - زمان متحرکی نشان داده شده است :

الف) سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا وقتی به دورترین فاصله از مبداء می‌رسد چقدر است؟

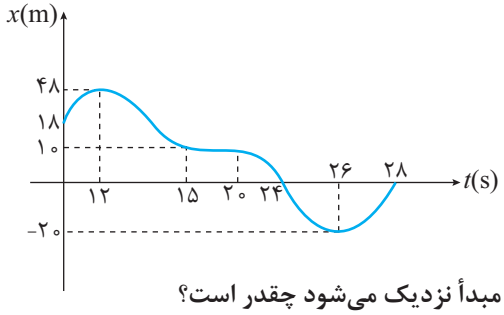
ب) سرعت متوسط در بازه‌ای که در مکان منفی قرار دارد و از مبدأ دور می‌شود چقدر است؟

پ) سرعت متوسط در بازه‌ای که در مکان منفی قرار دارد و به مبدأ نزدیک می‌شود چقدر است؟

ت) بیش‌ترین مقدار سرعت متوسط در بازه‌ای که در مکان مثبت قرار دارد و به مبدأ نزدیک می‌شود چقدر است؟

ج) در کل حرکت جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟

چ) در کل حرکت تندی متوسط بیش‌تر است یا سرعت متوسط؟



پاسخ:

الف) در بازه $۰<t<۱۲$

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۴۸-۱۸}{۱۲}=۲/۵\frac{m}{s}$$

ب) در بازه $۲۴<t<۲۶$

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۲۰-۰}{۲۶-۲۴}=-۱۰\frac{m}{s}$$

پ) در بازه $۲۶<t<۲۸$

$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-(-۲۰)}{۲۸-۲۶}=۱۰\frac{m}{s}$$

ت) در بازه $۱۲<t<۱۵$

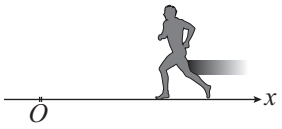
$$\overline{v}=\frac{۱۰-۴۸}{۱۵-۱۲}=\frac{-۳۸}{۳}\frac{m}{s}$$

ث) تا وقتی متحرک در حال دور شدن یا نزدیک شدن به مبدأ است، جهت حرکت عوض نمی‌شود، در لحظه‌ای که جهت حرکت عوض می‌شود، روند دور شدن یا نزدیک شدن به مبدأ تغییر می‌کند. در لحظه‌های $t=۱۲s$ و $t=۲۶s$ این اتفاق رخ می‌دهد.

ج) جابه‌جایی در کل حرکت ($-۱۸m$) است. ولی مسافت طی شده به مراتب بیش‌تر است. بنابراین تندی متوسط از سرعت متوسط بیش‌تر است.

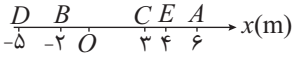
پرسش‌های سطح ساده

۱. شـخصی مطابق شـکل روبه‌رو بر محور xها می‌دود. کدام گزینه جهت بردار مکان او را در لحظه‌ی نشان داده شده در شکل، درست نمایش می‌دهد؟



۱) $\rightarrow$ ۲) $\leftarrow$
۳) $\uparrow$ ۴) $\downarrow$

۲. متحرکی روی خط مستقیم مسیر $ABCDE$ را طی می‌کند. نسبت مسافت به جابه‌جایی آن کدام است؟



۱) -۱ ۲) -۱۵
۳) $-۱۳/۵$ ۴) $-۱۶/۵$

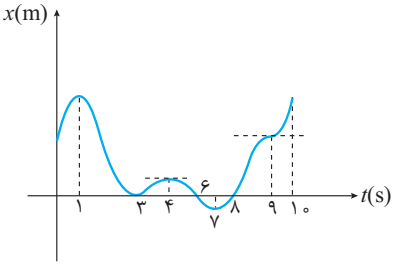
۳. مسافت طی شده متحرکی که با معادله زمان - مکان $x = ۳t^۳ + ۵t^۲ + t + ۱$ در SI است و در دو ثانیه‌ی اول حرکتش چند متر است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۷ ۳) ۳۷ ۴) ۴۶

۴. متحرکی روی مسیر مستقیم با معادله‌ی مکان - زمان $x = -t^۲ + ۴t - ۳$ در حال حرکت است. جابه‌جایی متحرک را در دو ثانیه‌ی سوم حرکت چند متر است؟

۱) $+۱۵$ ۲) $+۱$ ۳) -۱۲ ۴) -۱۵

۵. با توجه به نمودار مکان - زمان شـکل روبه‌رو، متحرک در مدت ..... ثانیه در حال نزدیک شـدن به مبدأ است و ..... بار از مبدأ عبور می‌کند.



۱) ۶ و ۲
۲) ۵ و ۲
۳) ۶ و ۳
۴) ۵ و ۳

۶. متحرکی نیمی از زمان حرکت بین نقاط A و B را روی خط مستقیم با سرعت $۲۰\frac{km}{h}$ و نیمی دیگر را با سرعت $۱۶\frac{km}{h}$ طی می‌کند. سرعت متوسط بین این دو نقطه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۸ ۲) $\frac{۱۶۰}{۹}$ ۳) $\frac{۸۰}{۳}$ ۴) ۵

پرسش‌های سطح متوسط

۷. در کدام‌یک از موارد زیر اندازه‌ی جابه‌جایی و مسافت متحرک نمی‌تواند یکسان باشد؟

۱) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ باشد.
۲) متحرک در حال حرکت، تندی‌اش در یک لحظه به سرعت صفر برسد.
۳) علامت سرعت متحرک عوض شود.
۴) سرعت و تندی متحرک هم علامت نباشند.

۸. معادله‌ی حرکت ذره‌ای که روی مسیر مستقیم در حال حرکت است به‌صورت $x = -۲t^۲ + ۶t + ۸$ است. از لحظه سوم تا پنجم حرکت کدام گزاره صحیح است؟

۱) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.
۲) متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.
۳) متحرک ابتدا از مبدأ دور شده، سپس نزدیک می‌شود.
۴) متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک شده و سپس دور می‌شود.

۹. در چه صورت اندازه‌ی سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن لزوماً برابر است؟

۱) متحرک با تندی ثابت حرکت کند.
۲) متحرک روی خط مستقیم حرکت کند.
۳) سرعت متحرک در هیچ لحظه‌ای صفر نشود.
۴) متحرک روی مسیر مستقیم تغییر جهت ندهد.

۱۰. متحرکی روی محور xها در حال حرکت است. در کدام یک از گزینه‌های زیر متحرک الزاماً در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

۱) سرعت و تندی متحرک خلاف علامت هم باشند.
۲) سرعت و تندی متحرک هم‌علامت باشند.
۳) $xv > ۰$
۴) $xv < ۰$

انتشارات خوشخوان

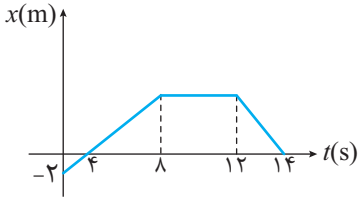
۱۱. قطاری به طول ۳۰۰ متر در مدت ۰/۵ ساعت با تندی ثابت ۰/۸ کیلومتر بر ساعت از پلی عبور می‌کند. طول پل چند متر است؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۰۰

۱۲. متحرکی با معادله‌ی حرکت $x = t^3 - 4t + 1$ روی خط مستقیم در حال حرکت است. سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت چند برابر ۳ ثانیه اول است.

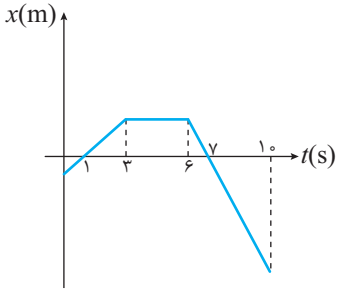
۱) ۴/۵ ۲) ۶/۴ ۳) ۱۱/۸ ۴) ۱۲/۸

۱۳. با توجه به نمودار مکان- زمان مقابل نسبت سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیه‌ی سوم به ثانیه‌ی سیزدهم کدام گزینه است؟



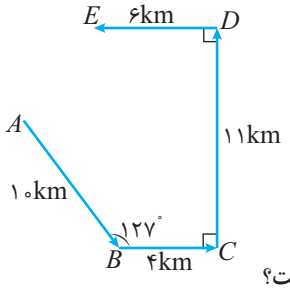
۱) $-\frac{۱}{۳}$
۲) -۱
۳) $-\frac{۲}{۳}$
۴) -۲

۱۴. نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. در کدام بازه‌ی زمانی، اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک بزرگ‌تر است؟



۱) ۵ تا ۸ ثانیه
۲) ۱ تا ۴ ثانیه
۳) ۰/۵ تا ۶ ثانیه
۴) ۶/۵ تا ۹ ثانیه

۱۵. متحرکی روی مسیر مشخص شده در شکل از نقطه‌ی A به E می‌رود. جابه‌جایی این متحرک چند کیلومتر است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



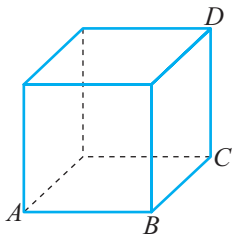
۱) $\sqrt{۶۱}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) ۵

۱۶. معادله‌ی حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = -t^2 + ۳t - ۲$ است. در کدام بازه‌ی زمانی جابه‌جایی جسم مثبت است؟

۱) ۱/۳ تا ۱/۹ ثانیه ۲) ۰/۸ تا ۲/۴ ثانیه ۳) ۱/۴ تا ۱/۵۵ ثانیه ۴) ۱/۱ تا ۲/۱ ثانیه

پرسش‌های سطح دشوار

۱۷. مطابق شکل متحرکی با تندی ثابت v مسیر $ABCD$ را طی می‌کند. سرعت متوسط در این جابه‌جایی کدام است؟ (هر ضلع مکعب L فرض می‌شود.)

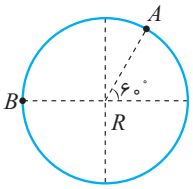


۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}v$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v$
۳) $۴v$
۴) $۳v$

۱۸. شناگری فاصله دو نقطه‌ی A و B را در طول مسیر حرکت آب در رودخانه‌ای با توان ثابت حرکت می‌کند. زمان بیشینه‌ی حرکت شناگر ۴ برابر زمان کمینه‌ی آن است. نسبت تندی حرکت شناگر در زمانی که آب ساکن است به تندی رودخانه کدام گزینه است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۹. متحرکی مسیر دایره‌ای را با تندی $\frac{\pi R}{۶}\frac{m}{s}$ دور می‌زند، حداکثر سرعت متوسط آن از A تا B کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}R$
۲) $\frac{R}{۲}$
۳) $\sqrt{۳}R$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}R$

۲۰. متحرکی روی مسیر مستقیم با معادله مکان - زمان $x=-t^۲+۶t-۵$ در حال حرکت است. مسافت متحرک در ۲ ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر است؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۸

۲۱. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت $x=at^۲+bt+c$ است. در چند شرط از موارد زیر، این متحرک همواره در حال دور شدن از مبدأ است؟

الف) $a,b,c>۰$
ب) $c>۰, ab>۰$
پ) $a,b,c<۰$
ت) $c<۰, ab<۰$
ث) $abc>۰$
ج) $c<۰, ab>۰$

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲۲. شناگری طول استخری به اندازه‌ی ۵۰ متر را با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم رفته و با سرعت $۶\frac{m}{s}$ در همان مسیر برمی‌گردد. سرعت متوسط این شناگر در ۸ ثانیه‌ی اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۰
۲) ۳/۲
۳) ۴
۴) $\frac{۱۶}{۱۳}$

۲۳. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=۵+۲\sin(\frac{\pi}{۲}t)$ است. از لحظه‌ی ۲ تا ۱۰ ثانیه، این متحرک چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۱۰

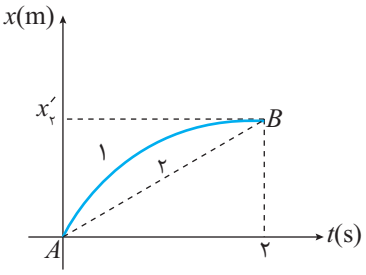
۲۴. متحرکی روی مسیر مستقیم $\frac{۱}{۳}$ فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی را با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ و بقیه‌ی مسیر را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه طی می‌کند. سرعت متوسط بین این دو نقطه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲
۲) $\frac{۴۰}{۳}$
۳) ۱۵
۴) ۱۸

۲۵. شخصی می‌خواهد فاصله‌ی بین دو شهر را که ۲۱ کیلومتر است، به ترتیب با سرعت‌های ۲/۵ و ۳ کیلومتر بر ساعت طی کند. این شخص در بین راه پس از ۱۵ کیلومتر پیاده‌روی چند ساعت استراحت کند تا سرعت متوسط آن ۲/۱ کیلومتر بر ساعت شود؟

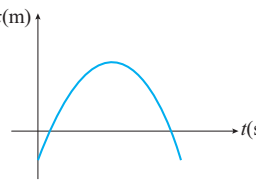
۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

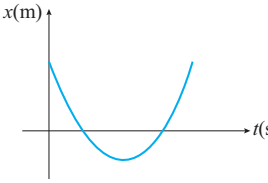
۲۶. با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه برای نسبت $\frac{\overline{v}_۱}{\overline{v}_۲}$ در ۲ ثانیه‌ی اول صحیح است؟

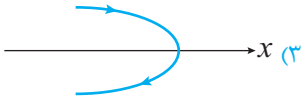


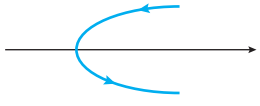
۱) برابر با $\frac{۱}{۲}$
۲) بیش‌تر از ۱
۳) کم‌تر از ۱
۴) برابر ۱

۲۷. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x_t=t^۲-۸t+۱۲$ است. کدام گزینه مسیر حرکت را بهتر نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


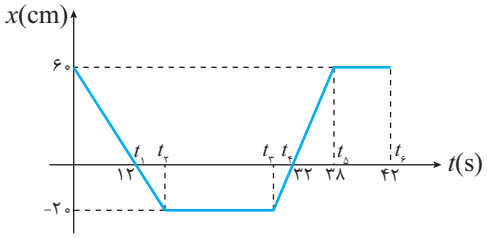
۳)


۴)


۲۸. متحرکی روی خط مستقیم فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B که ۱۲۰ متری از هم فاصله دارند، را طی می‌کند به طوری که نیمی از مسیر را با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ و نیم دیگر را با تندی $۲۴\frac{m}{s}$ می‌پیماید. تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۲۹. نمودار مکان - زمان کفش‌دوزکی به‌صورت مقابل است. کدام موارد درست است؟



الف) سرعت متوسط در کل مسیر صفر است.

ب) مقدار سرعت متوسط بین $t_۱$ تا $t_۳$ معادل $\frac{۱۰}{۹}\frac{cm}{s}$ است.

پ) کم‌ترین سرعت متوسط در هنگام دور شدن از مبدأ $-۵\frac{cm}{s}$ است.

ت) بیش‌ترین مقدار سرعت متوسط هنگام نزدیک شدن به مبدأ $۱۰\frac{cm}{s}$ است.

۱) الف و ت ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) همه موارد

۳۰. معادله‌ی حرکت ذره‌ای که روی مسیر مستقیم در حال حرکت است، در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۶t - ۱۶$ است. از لحظه‌ی دوم تا چهارم حرکت، کدام گزاره صحیح است؟

۱) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.
۲) متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.
۳) متحرک ابتدا از مبدأ دور شده سپس نزدیک می‌شود.
۴) متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک شده و سپس دور می‌شود.

۳۱. معادله مکان- زمان متحرکی که روی محور xها در حال حرکت است، به‌صورت $x = at + b$ است. در کدام یک از شرایط زیر این متحرک همواره در حال دور شدن از مبدأ است؟

۱) $a < ۰$ و $b > ۰$ ۲) $a > ۰$ و $b > ۰$ ۳) $a < ۰$ و $b < ۰$ ۴) گزینه‌های ۲ و ۳

پرسش‌های ترکیب سطوح

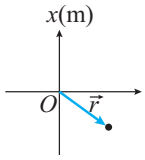
۳۲. معادله حرکت جسمی در SI با رابطه $x = ۲t^۲ + ۱$ داده شده است. سرعت متوسط این جسم در SI در بازه‌ی زمانی بین دو لحظه‌ی ۱ و ۱/۰۰۰۱ به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

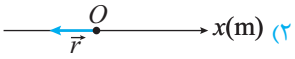
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۸

۳۳. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی به‌صورت $x = t^۴ + ۳t^۳ + ۴t^۲ + ۸t$ است. مسافت طی شده در ۲ ثانیه‌ی اول چند متر است؟

۱) ۸۴ ۲) ۳۶ ۳) ۷۲ ۴) ۷۵

۳۴. معادله‌ی حرکت جسمی در یک بعد با رابطه‌ی $x = -t^۲ + ۶t - ۸$ در SI داده شده است. کدام گزینه بردار مکان این متحرک را در لحظه‌ی $t = ۱s$ درست نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

۳)

۴)

۳۵. معادله‌ی مکان- زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند به‌صورت $x = t^۳ - t + ۷$ است. اگر سرعت متوسط این متحرک از $t = ۲s$ تا $t = t_۲$ برابر $۲۷\frac{m}{s}$ باشد، $t_۲$ چند ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۶. شخصی بین دو صخره ایستاده و فریاد می‌زند، اگر فاصله‌ی زمانی دریافت پژواک‌ها از دو صخره (T) باشد، اختلاف فاصله از دو صخره..... است. (سرعت صوت v است.)

۱) $۳v.T$ ۲) $\frac{۳}{۲}v.T$ ۳) $v.T$ ۴) $\frac{۱}{۲}v.T$

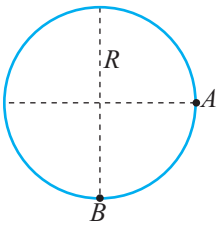
۳۷. متحرکی که روی مسیر مستقیم با سرعت‌های ثابت در حرکت است، $۱۵\,km$ را با سرعت $۱۵\frac{km}{h}$ و سپس $۱۰km$ را با سرعت $۴۰\frac{km}{h}$ رفته و در انتها $۵km$ را با سرعت $۱۰\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. بزرگی سرعت متوسط کل حرکت چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) $\frac{۶۰}{۷}$ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{۷۰}{۸}$ ۴) $\frac{۸۰}{۷}$

۳۸. شخصی از پله برقی مترو زمانی که خاموش است در مدت ۱ دقیقه مسیری را طی می‌کند و در حالتی که پله روشن است و شخص قدم نمی‌زند، این مسیر را در مدت ۳ دقیقه طی می‌کند، اگر پله روشن باشد و شخص در جهت پله‌ها قدم بزند، این مسیر در چند ثانیه طی می‌شود؟

۱) ۴۵ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

۳۹. متحرکی روی مسیر مقابل با تندی ثابت v حرکت می‌کند، حداکثر سرعت متوسط در مسیر A تا B چند برابر v است؟ $(\pi \simeq 3)$



۱) $\sqrt{2}v$
۲) $2\sqrt{3}v$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}v$
۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}v$

۴۰. معادله مکان- زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = -3t^2 + 18t + 21$ است. در چند ثانیه پس از شروع حرکت، این متحرک مسافت و جابه‌جایی طی شده یکسان است؟

۱) ۳ ثانیه ۲) ۴ ثانیه ۳) ۷ ثانیه ۴) کل حرکت

۴۱. اتومبیلی روی مسیر مستقیم بین دو نقطه‌ی M و N در حال حرکت با سرعت ثابت است. نیمی از مسیر حرکت را با سرعت $15\frac{m}{s}$ طی کرده و سپس نیمی از زمان باقی‌مانده را با سرعت $25\frac{m}{s}$ و بقیه مسیر را با سرعت $35\frac{m}{s}$ را می‌پیماید. سرعت متوسط کل حرکت این اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۷/۵

۴۲. کدام یک از عبارات زیر صحیح نیست؟

۱) علامت منفی در بیان جابه‌جایی به معنای بیان جهت حرکت در مسیر مستقیم است.
۲) عددی که عقربه تندی‌سنج خودرو نشان می‌دهد، سرعت لحظه‌ای خودرو است.
۳) در فیزیک یک لحظه به هیچ‌وجه طول نمی‌کشد و لحظه به یک تک مقدار از زمان اشاره دارد.
۴) تندی یک کمیت نرده‌ای و سرعت یک کمیت برداری است.

۴۳. متحرکی روی مسیر دایره‌ای به شعاع ۳ متر با تندی ثابت 2π متر بر ثانیه در حال حرکت است. سرعت متوسط این متحرک پس از گذشت ۳/۵ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ ۲) $\frac{6\sqrt{2}}{7}$ ۳) $\frac{6}{7}$ ۴) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

۴۴. متحرکی ۶۰ درصد از مسیر مستقیم را با سرعت ثابت v و بقیه مسیر را با سرعت ثابت $4v$ طی می‌کند، سرعت متوسط در طول مسیر چند برابر v است؟

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{10}{7}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{7}{3}$

۴۵. متحرکی که روی خط مستقیم با سرعت‌های ثابت در حال حرکت است، $5\ km$ را با سرعت $10\frac{km}{h}$، $10\ km$ را با سرعت $40\frac{km}{h}$ و $15\ km$ را با سرعت $15\frac{km}{h}$ در یک جهت طی می‌کند. سرعت متوسط کل مسیر حرکت چند $\frac{km}{h}$ است؟

۱) $\frac{60}{7}$ ۲) $\frac{120}{7}$ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۴۶. متحرکی روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۳ متر با تندی ثابت $12\pi\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. نسبت جابه‌جایی به مسافت طی شده توسط متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا $\frac{1}{6}$ ثانیه چند برابر این نسبت از شروع حرکت تا $\frac{1}{12}$ ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\sqrt{3}$

انتشارات خوشخوان

بخش دوم: تندی و سرعت لحظه‌ای – حرکت یکنواخت – مفهوم شتاب

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

وقتی با خودرو مسافرت می‌کنیم، ممکن است در طول مسیر سرعت خودرو ثابت نباشد، بنابراین اگر زمان رسیدن به مقصد را بخواهیم باید سرعت متوسط در کل مسیر را تعیین کنیم.

به نظر شما اگر قرار باشد دوربین‌های پلیس تخلفی را برای سرعت غیرمجاز ثبت کنند، آیا سرعت متوسط در این‌جا کاربرد دارد؟

پاسخ منفی است، زیرا ممکن است در کل مسیر سرعت متوسط مجاز ولی در لحظه‌هایی غیرمجاز باشد، بنابراین آن‌چه در دوربین‌های سرعت‌سنج اندازه‌گیری می‌شود، سرعت خودرو در یک لحظه‌ی خاص است. این سرعت را سرعت لحظه‌ای می‌گوییم.

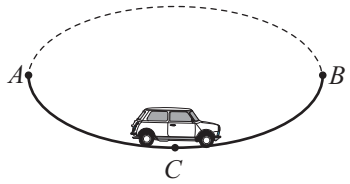
تندی لحظه‌ای نیز قابل محاسبه است، مقدار سرعت لحظه‌ای را که جهت در آن بیان نمی‌شود، تندی لحظه‌ای می‌نامیم. در واقع تندی لحظه‌ای مقدار سرعت لحظه‌ای است.

بنابراین: سرعت لحظه‌ای علاوه بر مقدار سرعت لحظه‌ای، جهت آن را نیز معلوم می‌کند.

سوال: به نظر شما آیا درست است که بگوییم «عقربه‌ی سرعت‌سنج خودرو» سرعت را نشان می‌دهد؟

پاسخ: خیر، باید گفته شود «عقربه‌ی تندی‌سنج خودرو» تندی را نشان می‌دهد، زیرا فقط درباره‌ی مقدار سرعت لحظه‌ای (تندی) اطلاعات می‌دهد و درباره‌ی جهت آن گزارشی ارائه نمی‌کند.

مثال ۲۲. **مطابق شکل، اتومبیلی که عقربه‌ی تندی‌سنج آن عدد ثابتی را نشان می‌دهد در مدت ۱۰ ثانیه میدانی به شعاع ۵۰ متر را دور می‌زند.**



الف) تندی متوسط وقتی نیم دور می‌چرخد، چند $\frac{m}{s}$ است؟

ب) سرعت متوسط وقتی نیم دور می‌چرخد، چند $\frac{m}{s}$ است؟ $(\pi \simeq ۳)$

پ) تندی لحظه‌ای چند $\frac{m}{s}$ است؟

ت) سرعت لحظه‌ای چگونه است؟

پاسخ:

الف) مسافت نصف محیط است:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{(\frac{۲\pi R}{۲})}{۵} = ۳۰\frac{m}{s}$$

ب) جابه‌جایی قطر دایره است:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{۲R}{۵} = ۲۰\frac{m}{s}$$

پ) تندی لحظه‌ای همان عددی است که عقربه تندی‌سنج نشان می‌دهد یعنی $۳۰\frac{m}{s}$ دقت کنید در حرکت با تندی ثابت، تندی متوسط همان تندی لحظه‌ای خواهد بود.

ت) سرعت لحظه‌ای دارای مقدار $۳۰\frac{m}{s}$ است، ولی باید برای آن جهت مشخص کنیم. فرضاً در نقطه‌ی C، سرعت لحظه‌ای $۳۰\frac{m}{s}$ در جهت شرق خواهد بود.

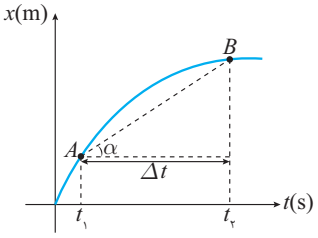
توجه داشته باشید که اگر بخواهیم به جای سرعت متوسط، سرعت لحظه‌ای را به‌دست آوریم، باید زمان Δt را تا حد ممکن به یک بازه بسیار کوچک برسانیم. در حالتی که Δt خیلی خیلی کوچک و در حد صفر باشد می‌گوییم Δt به صفر میل می‌کند. $(\Delta t \to ۰)$

فرض کنیم یک لیوان آب در اختیار داریم و هر بار نصف آن را مصرف می‌کنیم. به نظر شما آیا این مقدار آب تمام می‌شود؟! آن‌چه که در ذهن شما ایجاد شد مقدار آبی است که رفته رفته، کم‌تر و کم‌تر می‌شود ولی هرگز تمام نمی‌شود.

در این‌جا می‌گوییم آب باقی‌مانده به صفر میل می‌کند، ولی هرگز صفر نمی‌شود.

در فیزیک وقتی Δt به صفر میل می‌کند، کمیتی که در این زمان بسیار کوتاه محاسبه می‌شود کمیت لحظه‌ای خواهد بود.

انتشارات خوشخوان



در شکل مقابل، اگر نقطه‌ی B را خیلی به نقطه‌ی A نزدیک کنیم به‌جای Δt یک لحظه‌ی بسیار کوچک خواهیم داشت یعنی:

$$t_B - t_A = \Delta t \Rightarrow \Delta t \to 0$$

یعنی خط واصل بین A و B تبدیل به خط مماس بر A می‌شود.

به عبارتی شیب خط مماس بر منحنی مکان زمان در هر لحظه، سرعت لحظه‌ای در آن موقعیت را نشان می‌دهد.

قرارداد مهم

در کتاب‌های فیزیک وقتی سرعت یا تندی مطرح می‌شود عبارت‌های سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای مورد نظر است. و اگر بخواهیم متوسط این کمیت‌ها را مطرح کنیم باید واژه‌های سرعت متوسط یا تندی متوسط را به کار ببریم. نمادهای این چهار کمیت را به خاطر بسپارید.

$\vec{v}_{av} = \vec{\overline{v}} \rightarrow$ بردار سرعت متوسط

$\vec{v} \rightarrow$ سرعت لحظه‌ای

$s_{av} \rightarrow$ تندی متوسط

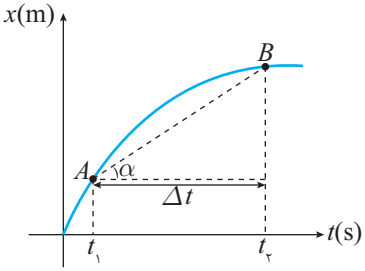
$s \rightarrow$ تندی لحظه‌ای

تذکر

در کاربردهای روزمره وقتی می‌گوییم لحظه‌ای درنگ کن و یا وقتی می‌گوییم لحظه‌ی باشکوه اهدای جام، منظورمان «مدت زمان» است. ولی در فیزیک مفهوم لحظه شامل مدت زمان نمی‌شود بلکه یک «تک مقدار» است.

یادداشت ریاضی

اکنون می‌خواهیم مفهوم سرعت لحظه‌ای را از روی نمودار مکان زمان بررسی کنیم. مطابق شکل نشان داده شده سرعت متوسط در بازه Δt برابر است با:



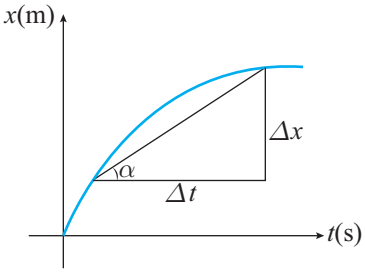
$$\frac{\vec{d}}{\Delta t} = \vec{v}_{av} = \frac{\overrightarrow{AB}}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{AB}{\Delta t} = \vec{v}_{av}$$

این نسبت همان $\tan\alpha$ یعنی شیب است.

بنابراین:

سرعت متوسط بین دو لحظه شیب خط واصل بین این دو لحظه در نمودار مکان - زمان است.

در واقع اگر در مدت Δt جابه‌جایی Δx انجام شود، برای تعیین سرعت متوسط خواهیم داشت:



$$\tan\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \vec{v}_{av}$$

ولی اگر $\Delta t \to 0$ جابه‌جایی بسیار کوچک dx ایجاد خواهد شد، و برای سرعت لحظه‌ای خواهیم داشت:

سرعت لحظه‌ای $v_t = \frac{dx}{dt}$

توجه: در مبحث ریاضیات بررسی خواهید کرد که چنین مفهومی را مشتق می‌نامیم. یعنی سرعت لحظه‌ای برابر است با مشتق مکان نسبت به زمان (شیب مماس بر منحنی مکان زمان در هر لحظه) وقتی از تابع $f(x)$ مشتق بگیریم، با استفاده از مفهوم حد خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{(x+\Delta x) - x}$$

در حالت کلی، اگر از تابع $y = x^n$ مشتق بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = y' = nx^{n-1}$$

به عنوان مثال، مشتق $y = x^3$ چنین است:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^3 - (x^3)}{(x+\Delta x) - x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3) - x^3}{\Delta x}$$

انتشارات خوشخوان

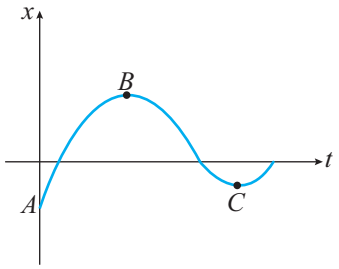
اگر از Δx صورت فاکتور بگیریم و با مخرج ساده کنیم:

$$\lim_{\Delta x \to 0} (3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2) = 3x^2$$

به عنوان مثال اگر تابع مکان برحسب زمان متحرکی به‌صورت $x = t^2 - 4t$ باشد. معادله‌ی سرعت لحظه‌ای برابر است با: $v_t = \frac{dx}{dt} = x' = 2t - 4$

و برای $x = t^3$ خواهیم داشت: $\frac{dx}{dt} = v_t = 3t^2$

مثال ۲۳. با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل به موارد زیر پاسخ دهید:



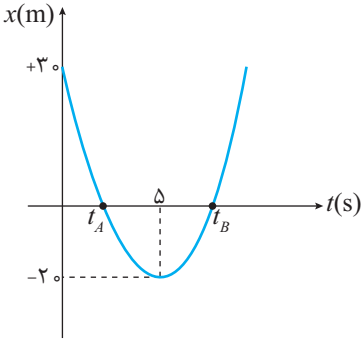
الف) چند بار متحرک متوقف می‌شود؟

ب) سرعت اولیه مثبت است یا منفی؟

پاسخ: الف) با توجه به این‌که سرعت (منظورمان سرعت لحظه‌ای است) شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه است، بنابراین در نقاط B و C سرعت صفر می‌شود و متحرک متوقف می‌شود.

ب) شیب نمودار در لحظه‌ی شروع مثبت است، پس سرعت اولیه مثبت است.

مثال ۲۴. در نمودار مقابل الف) سرعت متوسط تا لحظه‌ی توقف چند $\frac{m}{s}$ است؟

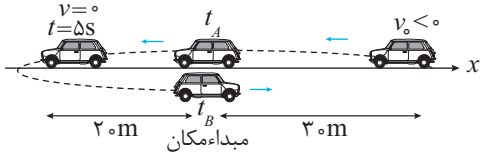


ب) مسیر حرکت را رسم کنید.

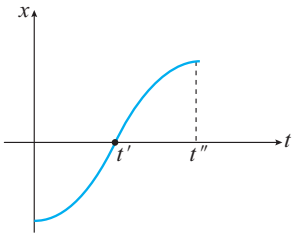
پاسخ: الف) در لحظه توقف، شیب نمودار $x-t$ (سرعت لحظه‌ای) صفر می‌شود.

$$\vec{v}_{av} = \frac{x_{t=5} - x_{t=0}}{5} = \frac{(-20) - (+30)}{5} = -10\frac{m}{s}$$

ب)



مثال ۲۵. حرکت متحرک مقابل را تحلیل کنید.



پاسخ: متحرک از مکان اولیه‌ی منفی دارای سرعت اولیه‌ی صفر است و در جهت مثبت شروع به حرکت می‌کند، زیرا سرعت آن مثبت است. در لحظه‌ی t' با بیش‌ترین سرعت (بیش‌ترین شیب) از مبدأ عبور می‌کند. رفته رفته سرعت آن اگرچه مثبت است، ولی کاهش می‌یابد تا در لحظه t'' متوقف می‌شود.

مثال ۲۶. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی به‌صورت $x = t^2 - 16t + 60$ است.

الف) مکان اولیه و سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه‌ی اول را بیابید.

ب) زمان عبور از مبدأ را تعیین کنید.

پ) مکان توقف را معلوم کنید.

پاسخ: الف)

$$x_{t=0} = x_0 = 0 - 0 + 60 = 60m$$

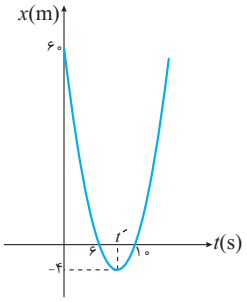
$$\vec{v}_{av} = \frac{x_{t=10} - x_{t=0}}{10} = \frac{0 - 60}{10} = -6\frac{m}{s}$$

ب) ریشه‌های معادله مکان - زمان، زمان عبور از مبدأ را مشخص می‌کند. $x = 0 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0 \Rightarrow t_1 = 6s \ , \ t_2 = 10s$

پ) با توجه به این‌که نمودار مکان - زمان سهمی است. با رسم سهمی نمودار مکان - زمان و استفاده از تقارن در سهمی، خواهیم داشت:

$t' = 8s$

انتشارات خوشخوان



یعنی زمان توقف $t' = 8s$ است.

بنابراین مکان توقف $x = -4m$ است: $x_{t'=8} = 64 - 128 + 60 = -4m$

روش دوم: می‌توانیم معادله‌ی سرعت - زمان را با مشتق به‌دست آوریم:

معادله سرعت لحظه‌ای $v = \frac{dx}{dt} = (t^2 - 16t + 60)' = 2t - 16$

$v = 2t - 16 \xrightarrow{v=0} 2t - 16 = 0 \Rightarrow t = 8s$

$x_{t=8} = 8^2 - (16 \times 8) + 60 = -4m$

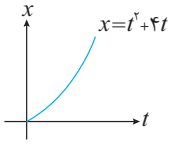
مثال ۲۷. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = t^2 + 4t$ است.

الف) آیا این متحرک متوقف می‌شود؟

ب) آیا می‌توانیم بگوییم مسافت طی شده برای این متحرک همواره با جابه‌جایی برابر است؟

ج) سرعت اولیه‌ی متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟

پاسخ:



الف) روش اول

روش دوم: $v = x' = 2t + 4$

$2t + 4 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow$ زمان منفی قابل قبول نیست بنابراین توقف ندارد

ب) چون در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت می‌کند و متوقف نمی‌شود، مسافت و جابه‌جایی برابر است.

ج) روش اول: شیب نمودار در لحظه‌ی $t = 0$ را باید معلوم کنیم.

روش دوم: $v_{t=0} = 2t + 4 = 4\frac{m}{s}$

مثال ۲۸. معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = t^3 - 6t^2$ است.

الف) معادله سرعت لحظه‌ای این متحرک را برحسب t تعیین کنید؟

ب) این متحرک در چه زمان‌هایی متوقف می‌شود؟

پ) این متحرک در چه مکانی متوقف می‌شود؟

ت) این متحرک با چه سرعتی از مبدأ عبور می‌کند؟

پاسخ: الف) ابتدا معادله‌ی سرعت لحظه‌ای را با مشتق مکان به‌دست می‌آوریم. $v_t = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t$

ب) $v = 3t^2 - 12t = 0 \Rightarrow t = 0 \ , \ t = 4$

پ) در معادله‌ی مکان $t = 0$ و $t = 4s$ قرار می‌دهیم: $x_{t=0} = 0$ و $x_{t=-4} = (4^3) - 6(4^2) = -32m$

ت) برای تعیین زمان عبور از مبدأ $x = 0$ ریشه‌ها را به‌دست می‌آوریم: $x = 0 \Rightarrow t^3 - 6t^2 = 0 \Rightarrow t^2(t-6) = 0 \Rightarrow t = 0$ و $t = 6s$

بنابراین باید سرعت در لحظه‌ی $t = 6s$ را به‌دست آوریم تا سرعت عبور از مبدأ مشخص شود: $v_{t=6} = |3t^2 - 12t|_{t=6} \Rightarrow v_{t=6} = 36\frac{m}{s}$

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

وقتی می‌گوییم یک خودرو شتاب بالایی دارد، مفهوم آن چیست؟ آیا ممکن است شتاب اولیه‌ی یک موتورسیکلت بیش‌تر از یک قطار باشد؟ برای پاسخ به سوال‌های بالا مفهوم شتاب را که در سال نهم با آن آشنا شدید یادآوری می‌کنیم. تغییر سرعت یک جسم در مدت زمان معین باعث ایجاد شتاب می‌شود. شتاب ممکن است در اثر تغییر در مقدار سرعت یا جهت سرعت و یا هر دو عامل به‌وجود آید.

انتشارات خوشخوان

مثال ۲۹. در هر یک از حرکت‌های زیر معلوم کنید حرکت یکنواخت است یا شتابدار؟

الف) قطاری که با تندی ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند.

ب) آسانسوری که با تندی ثابت در راستای قائم پایین می‌آید.

پ) دوچرخه‌سواری که مسیر دایره‌ای را با تندی ثابت طی می‌کند.

ت) توپ بسکتبالی که به طرف حلقه پرتاب می‌شود.

پاسخ: همان‌طور که می‌دانیم تندی لحظه‌ای کمیتی نرده‌ای، ولی سرعت لحظه‌ای کمیتی برداری است. طبق قرارداد، در هر مورد منظورمان از تندی همان تندی لحظه‌ای و سرعت همان سرعت لحظه‌ای است.

مورد	تغییر در مقدار سرعت	تغییر در جهت سرعت	نوع حرکت
الف	×	×	یکنواخت
ب	×	×	یکنواخت
پ	×	✓	شتابدار
ت	✓	✓	شتابدار

رابطه شتاب متوسط

تغییر سرعت متحرک در واحد زمان را شتاب متوسط می‌گویند.

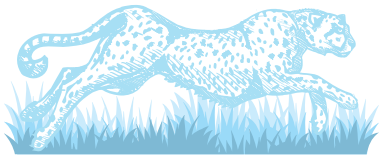
$$\vec{a}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

توجه داشته باشید که شتاب متوسط از تقسیم کمیت برداری Δv بر کمیت نرده‌ای Δt حاصل می‌شود، بنابراین شتاب متوسط کمیتی برداری است.

علاوه بر این اگر متحرک در یک جهت معین حرکت کند، خواهیم داشت $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

واحد شتاب متوسط در SI متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$ است.

مثال ۳۰. وقتی می‌گوییم شتاب متوسط یوزپلنگ $15\frac{m}{s^2}$ است، مفهوم آن چیست؟



پاسخ: یعنی در هر ثانیه مقدار سرعت آن $15\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

البته این شتاب فقط در چند ثانیه برقرار است و یوزپلنگ نمی‌تواند به مدت طولانی این شتاب را حفظ کند (در عمل یک آهو برای فرار، مسیر و در نتیجه زمان را طولانی می‌کند)

مثال ۳۱. وقتی می‌گوییم یک چتر در هنگام سقوط به شتاب صفر می‌رسد، مفهوم آن چیست؟

پاسخ: یعنی پس از مدتی تغییرات سرعت آن صفر می‌شود، و سرعت از سرعت معینی بیش‌تر نخواهد شد. در واقع شتاب در حال کاهش ولی سرعت تا لحظه‌ای که $a = 0$ می‌شود، در حال افزایش است.

مثال ۳۲. صفر تا $100\frac{km}{h}$ یک خودرو $\frac{50}{9}$ ثانیه است. شتاب این خودرو در SI چقدر است؟

پاسخ:

$$100\frac{km}{h} = \bigcirc\ \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{100\frac{km}{h}}{\frac{m}{s}} = 100 \times \frac{10}{36} = \frac{250}{9}\frac{m}{s}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\frac{250}{9} - 0}{\frac{50}{9}} = 5\frac{m}{s^2}$$