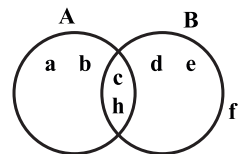


تعریف مجموعه‌ها: در ریاضی از کلمه مجموعه «برای نشان دادن دسته یا گروهی از اشیاء مشخص و متمایز (غیر تکراری) استفاده می‌شود». مثال: فرض کنید دانش‌آموزان کلاس ۱/۱ رو می‌خواهیم براساس معدل به سه دسته تقسیم‌بندی کنیم. دسته‌های A و B و C، دسته‌های A افرادی که بین ۱۶ تا ۲۰ می‌شوند و دسته دوم افراد متوسطی که معدلشان بین ۱۲ تا ۱۶ که آن را B می‌نامیم دسته آخر افرادی هستند که معدلشان بین ۸ تا ۱۲ است و نام آن دسته C است. هر کدام از دسته‌های A و B و C یک مجموعه را تشکیل می‌دهند. این یعنی تعریف مجموعه‌ها و هر کدام از دانش‌آموزان (اشیاء) که عضو این دسته هستند را عضو مجموعه می‌نامند.

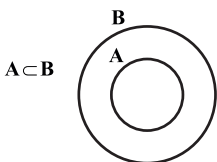
عضویت: نماد عضویت یک شیء در یک مجموعه «E» می‌باشد و نماد عدم عضویت در یک مجموعه « \notin » می‌باشد.

مثال:



$$a \in A, b \in A, c \in A, h \in A$$

$$d \in B, e \in B, c \in B, h \in B, f \notin B, f \notin A$$



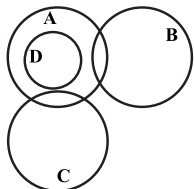
زیر مجموعه: نماد زیر مجموعه بودن «C» می‌باشد و نماد زیر مجموعه نبودن « $\not\subset$ » می‌باشد. اگر بگوییم $A \subset B$ بدین معنی می‌باشد که هر عضو از مجموعه A عضو مجموعه B نیز هست یا اصطلاحاً A داخل شکم مجموعه B است.

تست: مشخص کنید کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

$$\begin{array}{ll} B \subset C & (۲) \quad A \subset B & (۱) \\ A \subset D & (۴) \quad D \subset A & (۳) \end{array}$$

گزینه «۳» صحیح است.

زیرا هر عضوی از مجموعه‌ی D در مجموعه A می‌باشد.



مجموعه تهی: مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد تهی نامیده می‌شود و با \emptyset یا $\{\}$ نمایش داده می‌شود. توجه کنید $\{\emptyset\}$ و $\{\{\}\}$ تهی نمی‌باشند.

نکته‌ها:

- * تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه‌ها می‌باشد.
- * هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی خودش نیز می‌باشد.

پیدا کردن زیر مجموعه‌های یک مجموعه: زیر مجموعه‌های یک مجموعه همانطوری که از اسمش پیداست یعنی انتخاب کردن اعضای از یک مجموعه مثلاً در مجموعه‌ی دو عضوی $A = \{a, b\}$ زیر مجموعه‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$\{a, b\} = \text{زیر مجموعه‌های دو عضوی}$$

(الف) هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی خودش نیز می‌باشد.

$$\{a\}, \{b\} = \text{زیر مجموعه‌های تک عضوی}$$

(ب) هر یک از اعضاء به تنهایی نیز زیر مجموعه مجموعه A می‌باشند.

$$\{\} = \text{مجموعه تهی}$$

(ج) تهی هم زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست.

پس تعداد زیر مجموعه‌های، مجموعه فوق ۴ عدد می‌باشد.

به بیان ساده از مجموعه‌ی دو عضوی A با می‌توان کل مجموعه یا تک تک اعضاء یا هیچی (تهی) را انتخاب نمود.

$$A = \{a, b, c\}$$

زیر مجموعه برای یک مجموعه‌ی سه عضوی به صورت زیر می‌باشد:

$$\{a, b, c\} = \text{زیر مجموعه‌های سه عضوی}, \quad \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\} = \text{زیر مجموعه‌های دو عضوی}$$

$$\{a\}, \{b\}, \{c\} = \text{زیر مجموعه‌های تک عضوی}, \quad \{\} = \text{مجموعه تهی}$$

پس تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه‌ی سه عضوی فوق ۸ تا می‌باشد.

آموزش نکته به نکته دروس عمومی آزمون استخدامی

مجموعه متناهی: به مجموعه‌ای که تعداد اعضاء آن پایان پذیر باشد متناهی (با پایان) می‌گویند.

مثال: $\{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 7\}$

مجموعه نامتناهی: به مجموعه‌ای که پایان نداشته باشد نامتناهی (بی پایان) می‌گویند. به عنوان مثال مجموعه‌های زیر نامتناهی می‌باشند.
معرفی چند مجموعه نامتناهی مهم:

(۱) مجموعه اعداد طبیعی: به مجموعه‌هایی شامل عدد یک و بزرگتر از آن در سیستم اعداد اعشاری (مبنای ۱۰) مجموعه‌ای اعداد طبیعی گفته می‌شود.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

(۲) مجموعه اعداد صحیح: اگر به مجموعه‌ای اعداد طبیعی عدد صفر و قرینه‌ی آنرا اضافه نماییم مجموعه‌ی حاصل مجموعه اعداد صحیح خواهد بود.

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

(۳) مجموعه اعداد حسابی: همان مجموعه‌ی اعداد طبیعی به همراه عضو ۰ که آن را با W نمایش می‌دهند.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

(۴) مجموعه اعداد گویا: این مجموعه را با Q نمایش می‌دهند و به صورت یک کسر که صورت و مخرج عضو اعداد صحیح و مخرج مخالف صفر می‌باشد.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}, a \in Z, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

(۵) مجموعه اعداد حقیقی: این مجموعه را با R نمایش می‌دهند و شامل تمام مجموعه اعداد فوق می‌شود.

تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی از فرمول 2^n بدست می‌آید.

مجموعه	زیر مجموعه‌ها	تعداد زیر مجموعه‌ها	تعداد اعضا
\emptyset	\emptyset	$2^0 = 1$	۰ عضوی
$\{a\}$	$\{a\}, \emptyset$	$2^1 = 2$	۱ عضوی
$\{a, b\}$	$\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset$	$2^2 = 4$	۲ عضوی
$\{a, b, c\}$	$\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset$	$2^3 = 8$	۳ عضوی

مجموعه توانی: مجموعه‌ی توانی در واقع به کل زیر مجموعه‌های یک مجموعه که در یک مجموعه قرار بگیرند گفته می‌شود یا به عبارت دیگر مجموعه‌ای که اعضای آن تمام زیر مجموعه‌های مجموعه A می‌باشند را مجموعه توانی گفته می‌شود و با $P(A)$ نمایش داده می‌شود.

سوال: مجموعه توانی مجموعه A را بنویسید.

$$A = \{a, b, c\}$$

حل.

$$P(A) = \{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset \}$$

نکته:

اگر مجموعه‌ی n، A عضوی باشد مجموعه‌ی توانی A یا $P(A)$ ، 2^n عضو دارد.

تست: اگر مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3\}$ باشد مجموعه $P(A)$ چند عضوی است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

گزینه «۴» صحیح است.

$$P(A) = 2^n = 2^3 = 8$$

تست: اگر مجموعه A دارای سه عضو باشد $(P(P(A)))^P$ چند عضوی است؟

2^{16} (۴)

2^6 (۳)

2^9 (۲)

2^8 (۱)

گزینه «۴» صحیح است.

$$P(A) = 2^n = 2^3 = 8 \quad P(P(A)) = P(8) = 2^8 \Rightarrow ((2^8)^2) = 2^{16}$$

نمایش مجموعه‌ها: مجموعه‌ها را معمولاً به دو صورت نمایش می‌دهند:

(۱) به صورت نمایش آنها

(۲) به صورت نماد ریاضی (فرمول‌ها)

نمایش به صورت اعضای مجموعه: در این حالت معمولاً اعضای مجموعه را درون $\{ \}$ نمایش می‌دهند.

$$A = \{8, 32, 45, 93\} \quad A = \{a, b, c, d, e\}$$

نمایش به صورت نماد ریاضی: در این نوع نمایش ویژگی‌های مشترک عضوهای مجموعه قید می‌گردد.

مثال: اعضای مجموعه‌ی A و B را بنویسید.

$$A = \{3x \mid x \in Z, -1 < x \leq 2\}$$

$$B = \{2k - 2 \mid k \in Z, 3 < k \leq 6\}$$

$$A = \{3x \mid x \in Z, -1 < x \leq 2\}$$

$$x = 0 \Rightarrow 3(0) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow 3(1) = 3 \Rightarrow A = \{0, 3, 6\}$$

$$x = 2 \Rightarrow 3(2) = 6$$

$$B = \{2k - 2 \mid k \in Z, 3 < k \leq 6\}$$

$$k = 4 \Rightarrow 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$k = 5 \Rightarrow 2 \times 5 - 2 = 8 \Rightarrow B = \{6, 8, 10\}$$

$$k = 6 \Rightarrow 2 \times 6 - 2 = 10$$

حل.

نکته: بسته بودن یک مجموعه نسبت به یک عمل بدان معناست که اگر بر هر عضو از مجموعه با عضو دیگر عمل موردنظر را اجرا نماییم حاصل در مجموعه حضور داشته باشد.

تست: مجموعه $\{-1, 0, 1\}$ نسبت به کدام عمل بسته است؟

(۴) ضرب

(۳) جمع

(۲) تقسیم

(۱) تفریق

گزینه «۴» صحیح است.

بدیهی است این مجموعه نسبت به عمل ضرب بسته است زیرا هر عدد این مجموعه را در عدد دیگر عضو همین مجموعه ضرب کنیم حاصل زیر مجموعه‌ی همین مجموعه است.

تست: مجموعه اعداد طبیعی فرد نسبت به کدام عمل بسته است؟

(۴) تقسیم

(۳) جمع

(۲) ضرب

(۱) تفریق

گزینه «۲» صحیح است.

بدیهی است که حاصلضرب دو عدد فرد در یکدیگر حتماً عدد فرد است. پس نسبت به ضرب بسته خواهد بود. $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
 عملیات بر روی مجموعه‌ها: عملیات روی مجموعه‌ها یعنی این که مثلاً دو مجموعه رو با هم مساوی قرار بدیم، از هم کم کنیم، اجتماع بگیریم، اشتراک بگیریم و از این کارها که در زیر به بررسی آنها می‌پردازیم:

(۱) تساوی مجموعه‌ها: اگر مجموعه‌ی A زیر مجموعه‌ی B و مجموعه‌ی B زیر مجموعه‌ی A باشد آنگاه می‌گوییم دو مجموعه با هم برابرند یا به عبارت دیگر اگر هر عضو از مجموعه‌ی A عضو مجموعه‌ی B باشد و هر عضو از مجموعه‌ی B عضو مجموعه‌ی A باشد می‌توان گفت دو مجموعه با هم برابرند.
 $A = B \Rightarrow A \subset B, B \subset A$

$$\{3, 2, 8, 9\} = \{9, 8, 2, 3\}$$

مثال:

دو مجموعه‌ی فوق برابر می‌باشند.

نکته: ترتیب قرارگیری اعضاء در مجموعه‌ها اهمیت ندارد و دلیل بر عدم تساوی دو مجموعه نمی‌باشد.

مثال: اگر دو مجموعه‌ی A و B با یکدیگر برابر باشند مقدار x را محاسبه نمایید.

$$A = \{9, 2, 3, 2\} \quad B = \{9, 3, 2x - 5\}$$

حل. می‌دانیم تنها یکی از عضوهای تکراری در مجموعه‌ها حساب می‌شوند پس مجموعه‌ی A به شکل زیر می‌شود:

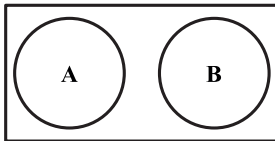
$$A = \{9, 2, 3\}$$

برای تساوی مجموعه‌ها تمامی اعضای آنها را با هم برابر قرار دهیم.

$$2x - 5 = 2 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

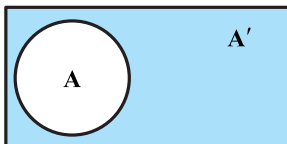
مجموعه مرجع: مجموعه‌ی جهانی است که شامل تمام مجموعه‌ها می‌شود و مجموعه‌های ما زیر مجموعه‌ای از آن هستند که با M یا U نمایش داده می‌شود.

M



نمودار ون: از نمودار ون معمولاً برای فهم بهتر مسائل استفاده می‌کنند که یک شکل بسته می‌باشد و مجموعه‌های فرض شده در آن را با دایره مشخص می‌کنند. خود نمودار ون را با یک مستطیل نمایش می‌دهند که این مستطیل همان مجموعه‌ی جهانی مرجع ماست.

M



متمم یک مجموعه: متمم مجموعه A را با A' نمایش می‌دهند و شامل تمام اعضای مجموعه‌ی مرجع (M) به جزء مجموعه‌ی A می‌باشد.

آموزش نکته به نکته دروس عمومی آزمون استخدامی

سوال: اگر مجموعه مرجع $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد و مجموعه $A = \{1, 3\}$ باشد تعداد زیر مجموعه‌ی مجموعه‌ی A' کدام است؟
 $A' = \{2, 4, 5\}$

حل.

$2^3 = 8$: تعداد زیر مجموعه‌ها مجموعه A'

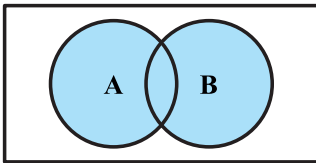
نکات مهم:

- ۱) متمم متمم یک مجموعه با همان مجموعه برابر است.
- ۲) متمم مجموعه‌ی تهی (\emptyset) مجموعه‌ی مرجع می باشد و برعکس
- ۳) اگر $A \subset B$ باشد آنگاه $B' \subset A'$ می باشد.

$(A')' = A$
 $M' = \emptyset, \emptyset' = M$

با توجه به نمودارها مشخص می باشد که B' زیر مجموعه A' است.

M



اجتماع مجموعه‌ها: اگه خوب به اسم این عمل نگاه کنید می بینید از جمع میاد، اما در تعریف اجتماع دو مجموعه A و B ، مجموعه ایست شامل تمامی اعضای مجموعه‌ی A و B و آنرا با نماد $A \cup B$ نمایش می دهند.

نکته‌ها:

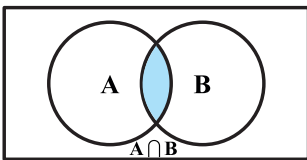
- * همانطور که معلوم است هم مجموعه A و هم مجموعه B زیر مجموعه‌ی $A \cup B$ می باشند یا به عبارت ریاضی:
 $A \subset (A \cup B)$ و $B \subset (A \cup B)$
- * عمل اجتماع گیری بین دو یا چند مجموعه اتفاق می افتد.
- * دقت کنید اعضای تکراری یک بار به حساب می آیند.

سوال: مجموعه $A \cup B$ را حساب کرده و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.
 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f\}$

حل.

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

$2^n \xrightarrow{n=6} 2^6 = 64$: تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه n عضوی



اشتراک گیری مجموعه‌ها: همانطور که از اسمش مشخص است ریشه اش از مشترک می آید و در تعریف هم به اعضای مشترک بین دو مجموعه گفته می شود. اشتراک دو مجموعه A و B مجموعه ایست شامل اعضای مشترک بین A و B و آنرا با $A \cap B$ نمایش می دهند.

نکته‌ها:

- * همانطور که از شکل نیز مشخص است $A \cap B$ زیر مجموعه‌ی مجموعه A است هم زیر مجموعه‌ی مجموعه B و یا به عبارت ریاضی:
 $(A \cap B) \subset A$, $(A \cap B) \subset B$
- * همانند اجتماع گیری اشتراک گیری نیز بین حداقل دو مجموعه است.

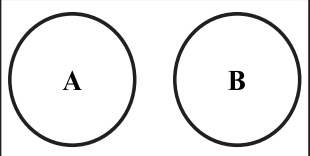
سوال: $A \cap B$ را محاسبه کرده و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.

$A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{b, d, e, f\}$ و $A \cap B = \{b, d\}$

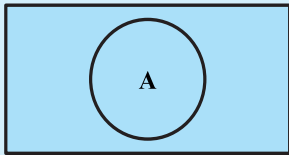
حل.

$2^n \xrightarrow{n=2} 2^2 = 4$: تعداد زیر مجموعه‌ها

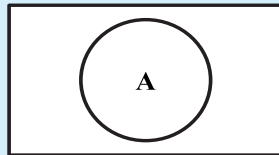
نکته‌ها:

۱)  $A \cap B = \emptyset$ * اگر دو مجموعه اشتراکشان تهی باشد آن دو مجموعه از هم جدا می‌باشند.

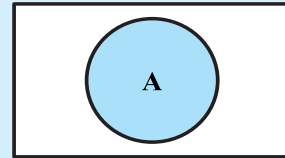
۲) $A \cup A' = M$



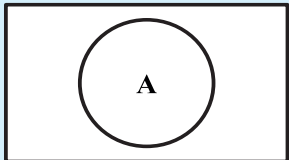
۳) $A \cap A' = \emptyset$



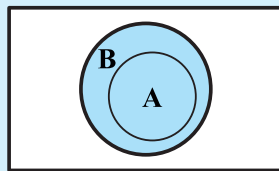
۴) $A \cup \emptyset = A$



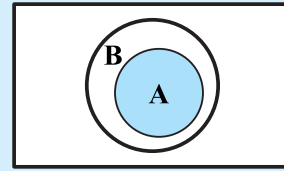
۵) $A \cap \emptyset = \emptyset$



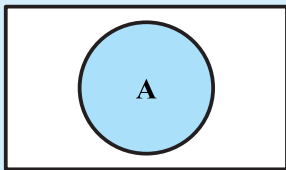
۶) $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$



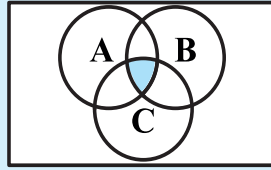
۷) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$



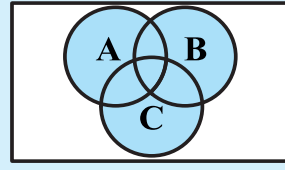
۸) $A \cup A = A \cap A = A$



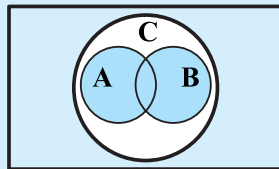
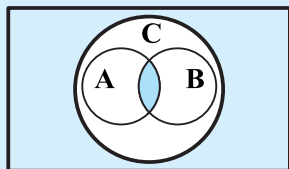
۹) $A \cap (B \cap C) = C \cap (A \cap B) = B \cap (A \cap C)$



۱۰) $A \cup (B \cap C) = B \cup (A \cap C) = C \cup (A \cap B)$



۱۱) $A \subset C, B \subset C \Rightarrow A \cap B \subset C, A \cup B \subset C$



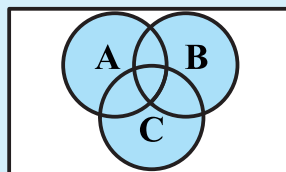
۱۲) $A \cup B = A + B - A \cap B$

مثال: به دلیل اینکه مجموعه‌ی A و مجموعه‌ی B دارای عضوهای مشترک می‌باشند در مجموعه $A + B$ عضوهای مشترک دوبار تکرار گردیده است، پس باید یک بار آن را حذف نماییم.

$A = \{۲, ۳, ۵\}$ و $B = \{۲, ۵, ۷\}$ و $A + B = \{۲, ۳, ۵, ۲, ۵, ۷\}$ و $A \cup B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$

همانطور که مشخص است عضو ۲ و ۵ در مجموعه‌ی $A + B$ دوبار آمده است.

۱۳) $A \cup B \cup C = A + B + C - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C) + (A \cap B \cap C)$

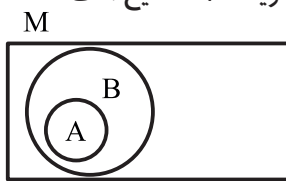


باتوجه به توضیحی که در شماره ۱۲ آورده شد در این فرمول نیز باید عضو تکراری حذف گردد.

تست : اگر A زیر مجموعه B باشد ، آنگاه:

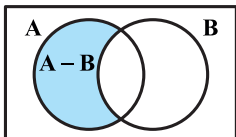
(1) $(A \cap B) \cup B = A$ (2) $(A \cap B) \cup A = B$ (3) $(A \cap B) \cup A = A$ (4) $(A \cup B) \cap B = A$

گزینه «۳» صحیح است.



$A \subset B \rightarrow$

- ۱ گزینه $\rightarrow (A \cap B) \cup B = A \rightarrow A \cup B = B$ غلط است.
- ۲ گزینه $\rightarrow (A \cap B) \cup A = B \rightarrow A \cup A = A$ غلط است.
- ۳ گزینه $\rightarrow (A \cap B) \cup A \rightarrow A \cup A = A$ صحیح است.
- ۴ گزینه $\rightarrow (A \cup B) \cap B = A \rightarrow B \cap B = B$ غلط است.



تفاضل مجموعه‌ها: تفاضل در معنا همان تفریق می‌باشد اما در ریاضیات تفاضل دو مجموعه‌ی A و B یعنی اعضای که در A موجود باشد و در B موجود نباشند و آنرا با $A - B$ نمایش می‌دهند.

به بیان ریاضی می‌توان گفت:

$A - B = A - (A \cap B)$

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{b, d, e, f\}$

$A - B = \{a, c\}$

سوال: $A - B$ را محاسبه و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.

حل.

تعداد زیر مجموعه‌ها $= 2^n \xrightarrow{n=2} 2^2 = 4$

چند ویژگی مهم برای تفاضل دو مجموعه:

۱) $(A - B) \subset A$ 	۲) $(B - A) \subset B$ 	۳) $\emptyset - A = \emptyset$
۴) $A - \emptyset = A$ 	۵) $A - A = \emptyset$ 	۶) $A - A' = A$
۷) $A - M = \emptyset$ 	۸) $M - A = A'$ 	۹) $A' - A = A'$
۱۰) $A - B = A - (A \cap B)$ 	۱۱) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$ 	
۱۲) $A - B \neq B - A$ 		