

# مقدمه مولف

همواره سخن یوهانس کپلر ریاضی‌دان و ستاره‌شناس برجسته آلمانی چون آوایی سحرآمیز دریچه ذهن، مرا به سوی سرزمین بی‌حد و حساب منطق فرامی‌خواند که «هدف اصلی تمام تحقیقات جهان باید کشف نظم منطقی جهان باشد که خداوند در آن گذارده و آن را به زبان ریاضیات بر ما آشکار ساخته است.»

همین کافیست که بخواهم باعث انس ریاضیات برای عزیزانی باشم که راه دانش، چگونه اندیشیدن و بازشناسی اندیشه درست از نادرست را برای رسیدن به اهداف زندگی و کاری خود برگزیده‌اند.

تأثیر مستقیم دانش و علوم کاربردی و منطق در تمام عرصه‌های پژوهشی، بنیادی و اجتماعی که محور اصلی تعلیم و تعلم بوده بر کسی پوشیده نیست و در شکل‌گیری شالوده یک جامعه موفق و هدفمند نقش‌آفرینی خود را مؤثر به نمایش می‌گذارد، کما این‌که با محصلین موفق این راه بخش کوچکی از این مسیر را همگام بوده‌ام و از نزدیک تعامل داشته‌ام؛ اگرچه در ابتدای این مسیر بوده‌اند، اما نگرش و ذهن این عزیزان برای بنده جالب و تأثیرگذار بوده است و آن را یک بازی بُردبُرد تلقی کرده‌ام.

سوق‌دادن دانش‌آموزان به سوی تفکر عمیق و کشف درونی آن‌چه که منطق در پی تعلیم آن است، همراه با تحلیل و پردازش داده‌های آماری که بخشی از علم ریاضیات است، بی‌شک ذهنی خلاق و کاوشگر برای جوامع رو به رشد به ارمغان خواهد آورد؛ بنابراین بر آن شدم که گامی هرچند کوچک در راستای این هدف بردارم و راه را برای رهپویان منطق و انسانیت هموار سازم.

کتاب حاضر به عنوان منبعی غنی برای آماده‌سازی شما عزیزان برای آزمون‌های نهایی پیش رو است که البته پیشنهاد می‌شود حتماً بعد از تسلط کافی بر مطالب کتاب درسی با حل نمونه سؤالات این کتاب بر آمادگی خود بیفزایید.

در پایان از تمامی عزیزانی که بنده را در تألیف این کتاب یاری کرده‌اند مخصوصاً آقای مهندس احمد علی‌نژاد که در تمام مراحل تألیف این کتاب بنده را یاری کردند و تمامی عزیزانی که نام برخی از این بزرگواران را در صفحه اول کتاب می‌توانید مشاهده کنید، کمال تشکر را دارم.

همیشه سبز باشید.

فرشاد پورالیاس

# فهرست مطالب

## فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درسنامه پاسخ	سؤال		<ul style="list-style-type: none"> <li>■ درس اول: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها</li> <li>قسمت اول: گزاره‌ها و ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره.</li> <li>قسمت دوم: ترکیب شرطی و دوشروطی دو گزاره.</li> <li>■ درس دوم: استدلال ریاضی</li> <li>قسمت اول: تبدیل عبارات‌های کلامی به عبارات ریاضی.</li> <li>قسمت دوم: استدلال ریاضی.</li> <li>قسمت سوم: بررسی درست‌نمایی یا نادرستی یک استدلال.</li> </ul>
۳۰	۵	.....	
۳۳	۷	.....	
۳۷	۸	.....	
۳۹	۹	.....	
۴۰	۱۰	.....	

## فصل دوم: تابع

			<ul style="list-style-type: none"> <li>■ درس اول: توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همثابتی</li> <li>قسمت اول: یادآوری توابع و انواع نمایش آن.</li> <li>قسمت دوم: تابع ثابت، چندضابطه‌ای، همثابتی.</li> <li>■ درس دوم: توابع پلکانی و قدر مطلق</li> <li>قسمت اول: توابع پلکانی.</li> <li>قسمت دوم: توابع قدر مطلق.</li> <li>■ درس سوم: اعمال بر روی توابع</li> </ul>
۴۱	۱۲	.....	
۴۴	۱۴	.....	
۴۹	۱۷	.....	
۵۲	۱۹	.....	

## فصل سوم: آمار

			<ul style="list-style-type: none"> <li>■ درس اول: شاخص‌های آماری</li> <li>■ درس دوم: سری‌های زمانی</li> </ul>
۶۰	۲۳	.....	
۶۷	۲۶	.....	

## ضمیمه: امتحانات شبیه‌ساز نهایی

			<ul style="list-style-type: none"> <li>■ امتحان شماره (۱): نوبت اول (میان سال)</li> <li>■ امتحان شماره (۲): نوبت اول (میان سال)</li> <li>■ امتحان شماره (۳): نوبت دوم (پایان سال)</li> <li>■ امتحان شماره (۴): نوبت دوم (پایان سال)</li> <li>■ امتحان شماره (۵): نوبت دوم (هماهنگ کشوری): خرداد ۱۴۰۲ (صبح)</li> <li>■ امتحان شماره (۶): نوبت دوم (هماهنگ کشوری): خرداد ۱۴۰۲ (عصر)</li> </ul>
۸۱	۷۱	.....	
۸۲	۷۲	.....	
۸۳	۷۴	.....	
۸۴	۷۵	.....	
۸۶	۷۷	.....	
۸۷	۷۹	.....	

# فصل ۱

## آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

مشق‌ها و تمرینات کتاب درسی

قسمت اول: گزاره‌ها و ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره

درس ۱

درس‌نامه ۱ - قسمت اول را در صفحه ۳۰ ببینید.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱- ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند.
  - ۲- ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشد.
  - ۳- نقیض گزاره « $a$  عددی مثبت است.» گزاره « $a$  عددی منفی است.» می‌باشد.
  - ۴- نقیض گزاره «ایران در قاره اروپا است.» گزاره «ایران در قاره آسیا است.» می‌باشد.
  - ۵- نقیض گزاره « $a$  از  $b$  بزرگ‌تر است.» به صورت « $b$  از  $a$  بزرگ‌تر است.» می‌باشد.
- در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
- ۶- منطق در لغت به معنای ..... است.
  - ۷- به مجموعه قرارداده‌ها و نمادگذاری‌ها در منطق گزاره‌ها ..... یا ..... گفته می‌شود.
  - ۸- جمله خبری که دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را بتوان به آن نسبت داد، ..... نام دارد.
  - ۹- درستی یا نادرستی یک گزاره را ..... می‌نامند.
  - ۱۰- گزاره  $(\sim p)$  ~ هم‌ارز گزاره ..... است.
  - ۱۱- گزاره  $p \vee \sim p$  گزاره‌ای همیشه ..... و گزاره  $p \wedge \sim p$  گزاره‌ای همیشه ..... است.
  - ۱۲- تعداد حالت‌های ارزشی ۴ گزاره برابر ..... است.
  - ۱۳- تعداد حالت‌های ارزشی ۶ گزاره ..... برابر تعداد حالت‌های ارزشی ۴ گزاره است.
  - ۱۴- تعداد حالت‌های ارزشی  $n$  گزاره برابر ..... است.
- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۱۵- در کدام گزینه نقیض « $a$  کوچک‌تر از صفر است.» به درستی بیان شده است؟

- ۱)  $a$  بزرگ‌تر از صفر نیست.    ۲)  $a$  بزرگ‌تر از صفر است.    ۳)  $a$  عددی کوچک است.    ۴)  $a$  عددی نامنفی است.

۱۶- کدام گزینه نقیض گزاره  $1 \leq 8$  نیست؟

- ۱)  $1 > 8$     ۲)  $1 \geq 8$     ۳)  $1 \leq 8$     ۴)  $1 < 8$

۱۷- کدام عبارت معادل «این‌طور نیست که ۵ عددی اول نیست.» می‌باشد؟

- ۱) این‌طور نیست که ۵ عددی اول است.    ۲) ۵ عددی اول نیست.  
۳) ۵ عددی اول است.    ۴) ۵ عددی مرکب است.

۱۸- با اضافه کردن دو گزاره ساده متمایز به گزاره‌های قبلی، تعداد ردیف‌های جدول ارزشی مربوط به گزاره‌ها چه تغییری می‌کند؟

- ۱) دو برابر می‌شود.    ۲) چهار برابر می‌شود.    ۳) نصف می‌شود.    ۴) تغییری نمی‌کند.

۱۹- با اضافه کردن ۳ گزاره ساده متمایز به گزاره‌های قبلی، به تعداد حالت‌های ارزشی گزاره‌ها ۱۱۲ حالت اضافه می‌شود. تعداد گزاره‌ها در حالت اول (قبل

از اضافه شدن سه گزاره) برابر کدام گزینه است؟

- ۱) ۳    ۲) ۴    ۳) ۵    ۴) ۶

۲۰- در جدول ارزشی مربوط به ۴ گزاره چند «T» وجود دارد؟

- ۱) ۸    ۲) ۱۶    ۳) ۳۲    ۴) ۶۴

۲۱- نقیض گزاره  $p \vee q$  کدام است؟

$\sim p \vee q$  ۱  $\sim p \wedge q$  ۲  $\sim p \vee \sim q$  ۳  $\sim p \wedge \sim q$  ۴

۲۲- مفهوم گزاره را توضیح دهید و یک گزاره درست و یک گزاره نادرست مثال بزنید.

■ کدام یک از جملات زیر یک گزاره است؟

- ۲۳-  $\sqrt{2}$  عددی گویا نیست.
- ۲۴- کویر زیباست.
- ۲۵- در کرهٔ مریخ حیات وجود دارد.
- ۲۶- رقم صد و بیست و هشتم بعد از ممیز عدد  $\pi$  برابر ۷ است.

۲۷- آیا می‌توان  $\sqrt{2}$  را روی محور نمایش داد؟

۲۸- کتابت را از روی زمین بردار.

۲۹- ای کاش می‌توانستم در درس ریاضی بیست بگیرم.

۳۰- سقراط برادر بقراط است.

۳۱-  $3^{100}$  خیلی بزرگ‌تر از  $2^{100}$  است.

۳۲-  $a$  عددی فرد است.

۳۳-  $x^2$  عددی نامنفی است.

۳۴-  $3 \times (-10) + 5$

۳۵-  $3 \times 2 - 1 > 10$

۳۶-  $5 \times 2 - 1 = 20$

۳۷- درس عربی سخت‌تر از درس ریاضی است.

۳۸- عجب هوای دل‌انگیزی!

۳۹- مریم دانش‌آموز پایهٔ یازدهم است.

۴۰-  $5 \times 8 = 19$

۴۱-  $x$  عددی اول است.

■ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

۴۳- علی از حسن بلندتر است.

۴۲- عدد ۷ فرد است.

۴۵- عدد  $\sqrt{2}$  مثبت است.

۴۴- ایران در منطقهٔ شمال اروپا قرار دارد.

۴۷-  $12x - 3 < 6$

۴۶-  $x \geq 5$

۴۹-  $A \subseteq B$

۴۸-  $5x - 7 = 3$

۵۰-  $-5 \notin \mathbb{N}$

۵۱- درستی هم‌ارزی‌های زیر که به قوانین دموگن معروف هستند را به کمک جدول ارزش‌ها ثابت کنید.

$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$        $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

■ نقیض گزاره‌های مرکب زیر را بنویسید.

۵۳-  $\sqrt{3}$  عددی گویا است یا مربع نوعی مستطیل است.

۵۲- ۸ عددی مثبت و ۹ بزرگ‌تر از ۱۲ است.

۵۵- ۲۷ عددی فرد نیست یا  $-10$  بزرگ‌تر از  $-3$  نیست.

۵۴- ۱۸ عددی اول نیست و ۵ کوچک‌تر از ۱۲ است.

۵۷-  $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 5), (3, 7)\}$  یک تابع است.

۵۶- واریانس داده‌های  $20, 20, 20, 20, 20$  برابر ۲۰ است.

۵۹-  $-5^2 + 6 \times 3^2 - 7 \times 2 + 2^4 = -31$

۵۸-  $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$

۶۱- ایران پایتخت تهران است یا ایران در جنوب شرقی اروپاست.

۶۰- ۱۷ عددی اول است و  $\sqrt{16}$  عددی گویا است.

۶۳- ۵۷ عددی اول و فرد است یا ۹۱ عددی اول یا مربع کامل است.

۶۲- ۶۴ مربع کامل و مکعب کامل است یا ۸ بزرگ‌تر از ۱۷ است.

۶۵- جدول ارزشی ترکیب فصلی دو گزاره  $p$  و  $q$  را رسم کنید.

۶۴- جدول ارزشی ترکیب عطفی دو گزاره  $p$  و  $q$  را رسم کنید.

■ اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

۶۶-  $p \vee (q \wedge r)$       ۶۷-  $(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r)$

۶۸-  $\sim (p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee q)$

۶۹- اگر گزاره  $p \wedge q$  درست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$  را مشخص کنید.

۷۰- اگر  $p \vee q$  نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee \sim q)$  را مشخص کنید.

۷۱- اگر گزاره  $(\sim p \wedge q) \vee p$  نادرست باشد، در این صورت ارزش گزاره  $(p \wedge r) \vee (q \vee \sim r)$  را مشخص کنید.

قسمت اول:

گزاره‌ها و ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره

تفصیل ۱  
درستی ۱

صفحه ۲ تا ۶ کتاب درسی

گزاره

گزاره، جمله‌ای خبری است که بتوان دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را در زمان حال یا آینده به آن نسبت داد. درست یا نادرست بودن گزاره را ارزش گزاره می‌گویند.

مثال کدام یک از جملات زیر یک گزاره است؟

- (الف) ای کاش به مدرسه می‌رفتم!  
(ب) شما دانش‌آموز چه پایه‌ای هستید؟  
(پ)  $\sqrt{3}$  عددی گویا است.  
(ت) زرد آلو خوشمزه‌تر از آلبالو است.  
✓ پاسخ: الف) گزاره نیست، چون جمله خبری نیست.  
ب) گزاره نیست، جمله خبری نیست.  
پ) گزاره است.  
ت) گزاره نیست، نمی‌توان دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت داد.

مثال الف) تعداد حالت‌های ارزشی ۴ گزاره چند است؟

ب) در جدول ارزش‌ها مربوط به ۵ گزاره ساده چند «درست» وجود دارد؟

✓ پاسخ: الف)  $2^4 = 16$  →  $n=4$  →  $2^n$   
ب)  $5 \times 2^{5-1} = 80$  →  $n=5$  →  $n \times 2^{n-1}$

ترکیب گزاره‌ها

ترکیب عطفی دو گزاره: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند و با حرف ربط «و» به هم مرتبط شوند، به گزاره به دست آمده ترکیب عطفی دو گزاره p و q گفته می‌شود و آن را به صورت «p ∧ q» نمایش می‌دهند.

p	q	p ∧ q
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ترکیب عطفی دو گزاره فقط زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و در بقیه حالت‌ها نادرست است. به جدول ارزشی ترکیب عطفی دو گزاره p و q توجه کنید.

ترکیب فصلی دو گزاره: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند و با حرف ربط «یا» به هم مرتبط شوند، گزاره به دست آمده ترکیب فصلی دو گزاره p و q نام دارد و به صورت «p ∨ q» نمایش داده می‌شود.

p	q	p ∨ q
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

ترکیب فصلی دو گزاره فقط زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. در بقیه حالت‌ها ترکیب فصلی دو گزاره درست است. به جدول ارزشی ترکیب فصلی دو گزاره p و q توجه کنید.

دو گزاره هم‌ارز

دو گزاره‌ای که ارزش یکسانی داشته باشند را دو گزاره هم‌ارز می‌نامند. دو گزاره هم‌ارز p و q را به صورت  $p \equiv q$  نمایش می‌دهند.

نکته هم‌ارزی‌های زیر به قوانین دموگان معروف هستند.

۱)  $\sim(p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$   
۲)  $\sim(p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$

به کمک قوانین دموگان می‌توان نقیض ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره را نوشت.

مثال نقیض گزاره زیر را بنویسید.

۵ عددی اول است و ۶ بزرگ‌تر از ۴ است.

✓ پاسخ: ۵ عددی اول نیست یا ۶ بزرگ‌تر از ۴ نیست.

مثال جدول ارزشی گزاره  $\sim(p \vee \sim q)$  را رسم کنید.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	ن
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	ن

مثال نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.

ب) عدد ۱۳ کوچک‌تر از ۷ است.

✓ پاسخ: الف) عددی گنگ نیست. / چنین نیست که  $\sqrt{2}$  عددی گنگ باشد.

ب) عدد ۱۳ کوچک‌تر از ۷ نیست. / چنین نیست که ۱۳ کوچک‌تر از ۷ باشد.

نکته نقیض نقیض یک گزاره معادل خود گزاره است.  $\sim(\sim p) \equiv p$  معادل است.

نکته تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره ساده برابر  $2^n$  است.

برای مثال تعداد حالت‌های ارزشی ۳ گزاره برابر  $2^3 = 8$  است.

نکته تعداد «درست» و تعداد «نادرست» در جدول ارزش‌ها مربوطه به n گزاره هر کدام به طور جداگانه برابر  $n \times 2^{n-1}$  است.

۲۵. گزاره است. اطلاعات دقیق وجود ندارد ولی مطمئناً این گزاره در زمان حال یا آینده درست یا نادرست است.
۲۶. گزاره است. برای بررسی درست‌بودن یا نادرست‌بودن این موضوع می‌توان تحقیق کرد ولی مطمئن هستیم ارزش آن درست یا نادرست است.
۲۷. گزاره نیست. چون یک جملهٔ سؤالی است.
۲۸. گزاره نیست. چون یک جملهٔ امری است.
۲۹. گزاره نیست. چون یک جملهٔ عاطفی است.
۳۰. گزاره است.
۳۱. گزاره نیست. خیلی بزرگ‌تر بودن یک عدد تعریف خاصی ندارد و در نتیجه گزاره نیست. با حذف کلمهٔ خیلی، عبارت به گزاره تبدیل می‌شود.
۳۲. گزاره نیست، چون مقدار  $a$  مشخص نیست.
۳۳. گزاره است. مطمئناً به ازای هر مقدار دلخواه  $X$ ،  $X^2$  نامنفی خواهد بود.
۳۴. گزاره نیست، اطلاعاتی از این‌که این عبارت مساوی یا کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از چه عبارتی است، داده نشده است. به عبارت دیگر مانند جمله‌ای است که فعل ندارد.
۳۵. گزاره است. ۳۶. گزاره است.
۳۷. گزاره نیست. جمله خبری اما سلیقه‌ای است و قابل ارزش‌گذاری نیست.
۳۸. گزاره نیست. جمله تعجبی است.
۳۹. گزاره است. ۴۰. گزاره است.
۴۱. گزاره نیست، چون مقدار  $X$  مشخص نیست.
۴۲. عدد ۷ فرد نیست.
۴۳. علی از حسن بلندتر نیست.
۴۴. ایران در منطقهٔ شمال اروپا قرار ندارد.
۴۵. عدد  $\sqrt{2}$  مثبت نیست. ۴۶.  $x < 5$  یا  $x \geq 5$
۴۷.  $12x - 3 \leq 6$  یا  $12x - 3 < 6$
۴۸.  $5x - 7 \neq 3$  ۴۹.  $A \not\subseteq B$
۵۰.  $-5 \in \mathbb{N}$
۵۱. الف)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

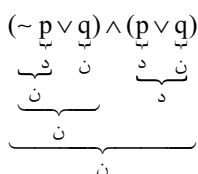
(ب)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

۱. درست
۲. نادرست؛ ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.
۳. نادرست؛ نقیض گزاره « $a$  عددی مثبت است.» گزاره « $a$  عددی مثبت نیست.» می‌باشد، چون ممکن است  $a$  برابر صفر شود.
۴. نادرست؛ نقیض گزاره به صورت «ایران در قارهٔ اروپا نیست.» می‌باشد.
۵. نادرست؛ نقیض گزاره به صورت « $a$  از  $b$  بزرگ‌تر نیست.» و یا « $a$  کوچک‌تر یا مساوی  $b$  است.» می‌باشد.
۶. آن‌چه به گفته درآمده
۷. جبر گزاره‌ها یا حساب گزاره‌ها
۸. گزاره
۹. ارزش گزاره
۱۰.  $p$
۱۱. درست - نادرست
۱۲.  $2^4 = 16$
۱۳.  $4$  برابر، زیرا  $4 = 2^2 = 2^4 \div 2^4$
۱۴.  $2^n$
۱۵. گزینه «۴»  $a$  کوچک‌تر از صفر است، یعنی  $a$  عددی منفی است، پس نقیض آن به صورت « $a$  عددی منفی نیست.» یا « $a$  عددی نامنفی است.» می‌باشد.
۱۶. گزینه «۲» گزینه‌های (۱) و (۴) که دقیقاً مانند هم هستند و نقیض  $1 \leq 8$  به صورت  $1 > 8$  یا  $1 \geq 8$  می‌باشد.
۱۷. گزینه «۳» نقیض نقیض یک گزاره معادل با خود گزاره است. یعنی  $p \equiv \sim(\sim p)$  در نتیجه چون این گزاره دو بار نقیض شده است، معادل «۵ عددی اول است.» می‌باشد.
۱۸. گزینه «۲» تعداد حالت‌های ارزشی  $n$  گزاره برابر  $2^n$  است. در نتیجه با اضافه کردن ۲ گزاره یعنی  $n+2$  گزاره داریم:
- $$\frac{2^{n+2}}{2^n} = 2^2 = 4$$
- البته با به حدس و آزمایش ساده هم می‌توانستیم به جواب درست برسیم.
۱۹. گزینه «۲» تعداد گزاره‌ها در حالت اول را برابر  $n$  در نظر می‌گیریم، در این صورت با اضافه کردن ۳ گزاره تعداد آن‌ها برابر  $n+3$  خواهد شد. تعداد حالت‌های ارزشی  $n$  گزاره برابر  $2^n$  و تعداد حالت‌های ارزشی  $n+3$  گزاره برابر  $2^{n+3}$  است، در نتیجه:
- $$2^{n+3} - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n(2^3 - 1) = 112$$
- $$\Rightarrow 7 \times 2^n = 112 \Rightarrow 2^n = \frac{112}{7} = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4$$
- توجه داشته باشید در این نوع سؤالات می‌توان با حدس و آزمایش نیز به جواب رسید.
۲۰. گزینه «۳» روش اول: تعداد ردیف‌های جدول ارزشی ۴ گزاره برابر ۱۶ است و چون چهار گزاره داریم به تعداد  $4 \times 16 = 64$ ، « $F$ » و « $T$ » داریم که نیمی از آن‌ها  $F$  و نیمی دیگر  $T$  است.
- روش دوم: تعداد  $T$  در جدول ارزش‌های ۴ گزاره با توجه به فرمول  $n \times 2^{n-1}$  برابر است با:
- $$4 \times 2^{4-1} = 4 \times 2^3 = 32$$
۲۱. گزینه «۴» با توجه به هم‌ارزی‌های دموگن:
- $$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$
۲۲. گزاره، جملهٔ خبری است که دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را در زمان حال یا آینده بتوان به آن نسبت داد.
- گزارهٔ درست:  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.
- گزارهٔ نادرست:  $3/5$  عددی صحیح است.
۲۳. گزاره است.
۲۴. گزاره نیست، جمله سلیقه‌ای است و درستی یا نادرستی آن کاملاً مشخص نیست.

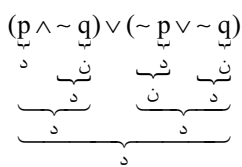
۶۹. گزاره  $p \wedge \sim q$  درست است، در نتیجه ارزش  $p$  و  $q \sim$  درست است؛



بنابراین  $q$  نادرست است.

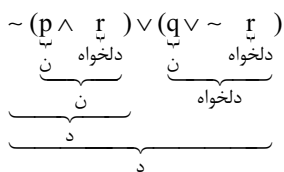
ارزش گزاره نادرست است.

۷۰. گزاره  $p \vee q \sim$  نادرست است، پس  $p$  و  $q \sim$  هر دو نادرست هستند و در نتیجه  $p$  درست و  $q$  نادرست است، در نتیجه:



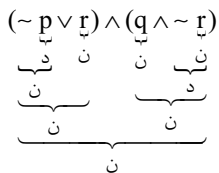
ارزش گزاره درست است.

۷۱. گزاره  $(\sim p \wedge q) \vee p$  نادرست است، پس  $p$  و  $p \wedge q \sim$  هر دو نادرست هستند، اما در مورد  $p \wedge q \sim$  چون  $p \sim$  درست است، برای این که این گزاره نادرست باشد باید  $q$  نادرست باشد، پس  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند:



ارزش گزاره ترکیبی درست است.

۷۲. گزاره  $(p \wedge \sim q)$  درست است، پس  $p$  و  $q \sim$  درست هستند، پس  $p$  درست و  $q$  نادرست است. از طرفی  $(q \vee \sim r)$  نیز درست است. با توجه به این که  $q$  نادرست است، پس برای درستی این گزاره، باید  $r \sim$  درست باشد و در نتیجه  $r$  نادرست است، بنابراین  $p$  درست،  $q$  و  $r$  نادرست هستند.



ارزش گزاره ترکیبی نادرست است.

۷۴.

p	~p	p ∨ ~p
د	ن	د
ن	د	د

$$p \vee \sim p \equiv T$$

۷۳.

p	~p	p ∧ ~p
د	ن	ن
ن	د	ن

$$p \wedge \sim p \equiv F$$

۷۵.

p	q	p ∧ q	~(p ∧ q)	(p ∧ q) ∧ (~ (p ∧ q))
د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	ن	د	ن

$$(p \wedge q) \wedge (\sim (p \wedge q)) \equiv F$$

۵۲. عددی مثبت نیست یا ۹ بزرگتر از ۱۲ نیست.

۵۳.  $\sqrt{3}$  عددی گویا نیست و مربع نوعی مستطیل نیست.

۵۴. عددی اول است یا ۵ کوچکتر از ۱۲ نیست.

۵۵. عددی فرد است و  $-1^0$  بزرگتر از  $-3$  است.

۵۶. نادرست؛ واریانس داده‌های برابر، مساوی صفر است.

۵۷. نادرست؛ مؤلفه اول دو زوج مرتب متمایز  $(1, 2), (1, 5)$  یکسان است.

۵۸. درست  $\sqrt{3} \approx 1/7 \Rightarrow |\sqrt{3} - 2| \sqrt{3-2} = -(\sqrt{3} - 2) = 2 - \sqrt{3}$

۵۹. نادرست  $-\frac{5^2}{25} + 6 \times \frac{3^2}{54} - \frac{7 \times 2}{14} + \frac{2^4}{16} = -25 + 54 - 14 + 16 = 31$

۶۰. درست؛ ۱۷ عددی اول است و  $\sqrt{16}$  عددی گویا است  
 $\sqrt{16} = 4$  د

۶۱. نادرست؛ ایران پایتخت تهران است یا ایران در جنوب شرقی اروپاست  
 ن

۶۲. ارزش گزاره درست است.

۶۴ مربع کامل و مکعب کامل است یا ۸ بزرگتر از ۱۷ است  
 $8^2 = 64$  د  $4^3 = 64$  د  
 ن

۶۳. ارزش گزاره نادرست است.

۵۷ عددی اول و فرد است یا ۹۱ عددی اول یا مربع کامل است  
 ن

۵۷ بر ۳ و ۹۱ بر ۷ بخش پذیر است.

۶۵.

p	q	p ∨ q
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

۶۴.

p	q	p ∧ q
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

۶۶.  $p \vee (q \wedge r)$   
 د دلخواه  
 ن نامشخص  
 ن

ارزش گزاره درست است و به ارزش  $r$  بستگی ندارد.

۶۷. ارزش این گزاره به ارزش  $r$  بستگی دارد. اگر  $r$  درست باشد، ارزش گزاره مرکب درست و اگر  $r$  نادرست باشد، ارزش گزاره مرکب نادرست خواهد بود.

$(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r)$   
 د دلخواه  
 ن نامشخص  
 د

۶۸. ارزش این گزاره به ارزش  $r$  بستگی دارد. اگر  $r$  درست باشد،  $\sim r$  نادرست و ارزش گزاره مرکب نادرست خواهد بود، ولی اگر  $r$  نادرست باشد، ارزش  $\sim r$  درست و ارزش گزاره مرکب درست خواهد بود.

$\sim(p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee q)$   
 د دلخواه  
 ن نامشخص  
 د نامشخص  
 ن

۸۱

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge (\sim(p \vee q))$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

$p \wedge (\sim(p \vee q)) \equiv F$

۸۲

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge (\sim p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د	ن

$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

قسمت دوم:

ترکیب شرطی و دوشرطی دو گزاره

صفحة ۶ تا ۱۱ کتاب درسی



ترکیب شرطی دو گزاره

هرگاه بخواهیم از گزاره «p» گزاره «q» را نتیجه بگیریم، از نماد « $\Rightarrow$ » استفاده کرده و آن را به صورت «اگر p آن گاه q» می‌خوانیم. در گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ » p را مقدم و q را تالی گزاره شرطی می‌نامند. ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  فقط زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

اگر p (مقدم) نادرست باشد، بدون در نظر گرفتن ارزش گزاره q، ترکیب شرطی بنا بر انتهای مقدم درست است. همچنین اگر q درست باشد، بدون در نظر گرفتن ارزش p، ترکیب شرطی درست است.

جدول ارزشی ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت مقابل است:

**نکته** عکس گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت  $q \Rightarrow p$  و عکس نقیض آن به صورت  $\sim q \Rightarrow \sim p$  است. گزاره شرطی و عکس نقیض آن هم‌ارز هستند.

**مثال** عکس نقیض گزاره شرطی «اگر ۳ عددی فرد باشد، آن گاه  $\sqrt{2}$  گنگ است» را بنویسید.

**پاسخ:** اگر  $\sqrt{2}$  گنگ نباشد، آن گاه ۳ عددی فرد نیست.

۷۶

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge (\sim(p \vee q))$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

$p \wedge (\sim(p \vee q)) \equiv F$

۷۷

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

۷۸

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

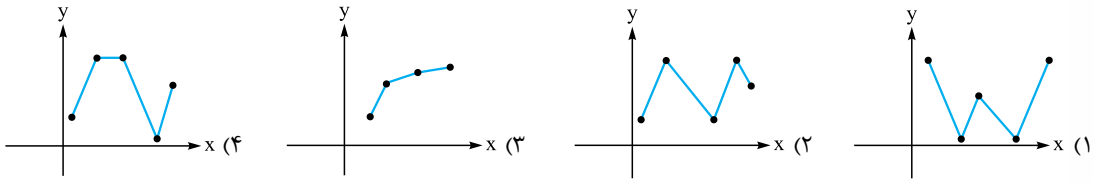
۷۹

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$



ردیف	امتحان شماره ۳	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ادبیات و علوم انسانی	تاریخ امتحان: خردادماه	شماره
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) ترکیب عطفی دو گزاره فقط زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. ب) برد تابع همانی فقط شامل یک عضو است. پ) شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی دارد. ت) تخمین مقادیر، بین داده‌های ثبت‌شده درون‌یابی نام دارد.			مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید. الف) تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان ..... نام دارد. ب) مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند ..... نام دارد. پ) اگر $f$ تابعی همانی باشد در این صورت حاصل $f(x) + f(-x)$ برابر ..... است. ت) نمایش زوج مرتبی یک رابطه، وقتی یک تابع است که ..... هیچ دو زوج مرتب متمایزی با هم برابر نباشد.				۱
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) گزاره $p \vee (p \wedge q)$ هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ پ (۱) $p$ (۲) $q$ (۳) $\sim p$ (۴) $\sim q$ ب) حاصل $\text{sign}(3/5) + \text{sign}(-\sqrt{2})$ برابر کدام گزینه است؟ الف) ۱ (۲) ۱ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{2}$ پ) در کدام یک از نمودارهای زیر برون‌یابی و درون‌یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟  ت) شاخص توده بدنی (BMI) شخصی با قد $180$ سانتی‌متر و وزن $81$ کیلوگرم برابر کدام گزینه است؟ الف) ۲۳ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴) ۲۹				۱
۴	جدول ارزشی گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow p)$ را رسم کنید.				۱/۵
۵	هم‌ارزی مقابل را به کمک جدول ارزش‌ها ثابت کنید. $p \wedge (p \vee q) \equiv p$				۱
۶	عبارت زیر را به زبان ریاضی بازنویسی کنید. «مجموع معکوس‌های دو عدد ناصفر مساوی مجذور مجموع آن دو عدد است.»				۱
۷	نقیض گزاره «علی بلندتر از حسن است.» را بنویسید.				۰/۵
۸	عکس نقیض گزاره «اگر $\sqrt{5}$ عددی گویا نباشد، آن‌گاه $4$ مربع کامل است.» را بنویسید.				۰/۵
۹	دلیل نادرستی استدلال مقابل را بیان کنید. الف) $a < b \Rightarrow ac < bc$ ب) $a < b$ ج) $c(a+c) < c(b+c)$ د) $ac + c^2 < bc + c^2$ ه) $ac < bc$ و) $a + c < b + c$ ز) $ac + c^2 < bc + c^2$ ح) $ac < bc$				۰/۵
۱۰	قیاس استثنایی مربوط به گزاره شرطی زیر را بنویسید. «اگر شاخص آلودگی هوا بالا برود، آن‌گاه مدارس تعطیل می‌شوند.»				۰/۵
۱۱	اگر تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و برد آن $R_f = \{1, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}\}$ باشد، دامنه تابع $f$ را مشخص کنید و نمودار مختصاتی $f$ را نیز نمایش دهید.				۱/۲۵

۱۳	اگر درآمد ماهیانه ۹ نفر از افراد یک اداره (برحسب میلیون تومان) به صورت زیر باشد، با توجه به تعریف خط فقر براساس نصف میانه، چند نفر زیر خط فقر قرار دارند؟ ۵, ۷, ۱۰, ۸, ۵, ۶, ۱۰, ۱۱, ۱۵
۱۴	در یک منطقه ۱۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند و ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ سال و بیشتر جویای کار می‌باشند: الف) نرخ بیکاری در این منطقه چه قدر است؟ ب) حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این منطقه کم‌تر از سه درصد باشد؟
۱۵	برای کتابی با متوسط طول جملات ده کلمه‌ای و ۱۷ درصد کلمه سخت: الف) شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. ب) این کتاب مناسب چه پایه‌ای است؟
۱۶	میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد تومان به صورت زیر است: الف) نمودار سری زمانی را رسم کنید. ب) فروش در سال هفتم را برون‌یابی کنید.
۲۰	جمع نمرات «موفق باشید»

سال x	۱	۲	۳	۴	۵
فروش y	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

ردیف	امتحان شماره ۶	رشته: ادبیات و علوم انسانی	تاریخ امتحان: خرداد ۱۴۰۲ (نوبت عصر) با کمی تغییر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: الف) گزاره شرطی $p \sim p \vee p$ ، همواره درست است. ب) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع همانی است. پ) مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند را سری زمانی گویند.		۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر $p$ نادرست باشد، گزاره شرطی ..... دارای ارزش درست است. ب) اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد، حاصل عبارت $[x] + [-x] = \dots$ خواهد بود. پ) به معیار آماری که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد ..... گویند.		۰/۷۵
۳	گزینه درست را انتخاب کنید: الف) اگر تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی برابر ۳۲ حالت باشد، تعداد گزاره‌ها برابر است با: ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶ ب) اگر $x = 3$ باشد، آن‌گاه حاصل $\text{sign}(-x)$ برابر کدام است؟ ۱) ۱      ۲) -۳      ۳) ۳      ۴) -۱ پ) کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، مناسب چه پایه‌ای است؟ ۱) دهم      ۲) یازدهم      ۳) نهم      ۴) هشتم		۰/۷۵
۴	اگر گزاره‌های درست و $q$ گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش گزاره مرکب زیر را مشخص کنید: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$		۱/۲۵
۵	درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید: $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$		۱/۵
۶	الف) گزاره «مجموع مکعبات دو عدد، بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.» را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید. ب) نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید. آرش معتقد است که «هر کس مرا دوست دارد، عیوب مرا به من می‌گوید. از طرفی سعید عیوب مرا به من گفته است، پس سعید مرا دوست دارد.» پ) ثابت کنید «اگر $n^2$ فرد باشد آن‌گاه $n$ فرد است.»		۰/۷۵ ۱ ۱