

## پیشگفتار

درد و ادب به تمامی دبیران گرامی و دانش‌آموزان عزیز

مجموعه کتاب‌های سیگنال ۲۰ خط سفید ویژه پایه نهم، برای تمام دروس، طراحی و منتشر شده است. این کتاب‌ها شامل چهار رویکرد اصلی است. با توجه به اهمیت آزمون‌های پایان سال تحصیلی در پایه نهم، بر آن شدیم تا مجموعه‌ای مطمئن برای یادگیری، آموزش اثربخش و ارزیابی هدفمند فراهم کنیم تا مسیر دانش‌آموزان عزیز جهت کسب نمره کامل (۲۰)، در تمامی امتحانات پیش رویشان هموار گردد.

## درباره کتاب

مجموعه کتاب‌های سیگنال ۲۰ خط سفید شامل ۴ بخش اصلی می‌باشد:

### ۱- درس‌نامه‌های آموزشی

محتوای تألیفی درس‌نامه‌ها، شامل مطالب آموزشی مهم و کاربردی، مفاهیم اساسی و نکات کلیدی کتاب درسی بوده که موجب تسهیل در فرآیند یادگیری می‌شود. همچنین این امکان را به دانش‌آموز می‌دهد که مرورهای سریع و مانا را، به همراه جمع‌بندی درس به درس و دوره‌ای، در طول سال تحصیلی داشته باشد.

### ۲- سنجش و آزمون‌ها

#### الف) سؤالات امتحانات نهایی و احتمالی درس به درس

به منظور بالا بردن سطح توانایی و مهارت دانش‌آموزان پایه نهم برای پاسخگویی به هرگونه پرسش‌های کلاسی و سؤالات امتحانی، سؤالاتی در تیپ و قالب‌های متنوع نهایی و تألیفی-احتمالی گردآوری و تألیف گردیده است. دانش‌آموزان با تمرین و تکرار مداوم این سؤالات، نقاط قوت و ضعف خود را، در درس‌های مختلف شناسایی می‌کنند.

#### ب) نمونه سؤالات امتحانی ویژه نوبت اول و دوم (نهایی و احتمالی)

در این بخش، ۲ نمونه امتحان تألیفی-احتمالی ویژه نوبت اول، بر اساس امتحانات نهایی ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ بازسازی شده، همچنین ۴ نمونه امتحان ویژه نوبت دوم گردآوری، تألیف و طراحی گردیده است. مرجع آزمون‌های فوق، امتحانات نهایی برگزارشده در سنوات قبلی و یا آزمون‌های خود تألیفی می‌باشد تا به‌واسطه آن‌ها، توانمندی دانش‌آموزان ارتقاء یافته و بهترین نتیجه را کسب نمایند.

### ۳- پاسخ‌نامه‌ها

پاسخ‌نامه کاملاً تشریحی و آموزشی سؤالات در پایان کتاب، برای تقویت یادگیری و کاهش حداکثری خطاها و اشتباهات احتمالی دانش‌آموزان طراحی شده است. در این قسمت سعی شده تا تکنیک‌ها و مهارت‌های لازم برای پاسخگویی به انواع سؤالات آموزش داده شود. پاسخ‌نامه‌هایی که ویژه امتحانات پایان‌ترم است، دارای کلید راهنما (همانند آنچه برای مصححین ارائه می‌شود) بوده تا دانش‌آموزان با نحوه پاسخگویی به سؤالات امتحان نهایی آشنا شوند.

## سیگنال بگیر تا بیست برو!

## فهرست

### بارم‌بندی

شماره فصل	نوبت اول	نوبت دوم	شهریور و دی ماه
۱	۵	۲	۲
۲	۴	۱/۵	۲
۳	۵/۵	۱/۵	۲
۴	۵/۵	۲	۳
۵		۳	۳
۶		۳/۵	۳
۷		۳/۵	۳
۸		۳	۲
جمع	۲۰	۲۰	۲۰

درسنامه	سوال	پاسخنامه تشریحی
فصل اول	۳	۶
فصل دوم	۱۰	۱۳
فصل سوم	۱۵	۱۸
فصل چهارم	۲۵	۲۸
فصل پنجم	۳۷	۴۱
فصل ششم	۴۳	۴۸
فصل هفتم	۵۲	۵۵
فصل هشتم	۶۰	۶۳

پاسخنامه امتحان	سوال
امتحان شماره ۱ (نوبت اول - احتمالی)	۳۱
امتحان شماره ۲ (نوبت اول - احتمالی)	۳۴
امتحان شماره ۳ (نوبت دوم - احتمالی)	۶۵
امتحان شماره ۴ (نوبت دوم - منتخب شهریور-خرداد)	۶۷
امتحان نهایی شهریور ماه ۱۴۰۱ (منتخب استانها)	۷۰
امتحان نهایی خرداد ماه ۱۴۰۲ (منتخب استانها)	۷۲



#### درس اول: معرفی مجموعه

#### معرفی مجموعه

از مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته ای از اشیای کاملاً مشخص و متمایز (غیر تکراری) استفاده می‌شود.

**مثال:** عبارت «عددهای اول کوچکتر از ۱۰» یک مجموعه را مشخص می‌کند، زیرا اعضای آن کاملاً مشخص و عددهای ۲ و ۳ و ۵ و ۷ است. اما عبارت «دو عدد اول کوچکتر از ۱۰» نشان دهنده یک مجموعه نیست؛ زیرا دقیقاً مشخص نیست منظور کدام دو عدد از بین چهار عدد اول کوچکتر از ۱۰ است.

**مثال:** عبارت «چهار عدد فرد متوالی» یک مجموعه را مشخص می‌کند.

(یزد - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ: نادرست است.

**مثال:** عبارت «چهار کشور آسیایی» یک مجموعه را مشخص می‌کند.

(کردستان - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت صبح)

پاسخ: نادرست است. زیرا دقیقاً مشخص نیست منظور کدام چهار کشور از بین کشورهای آسیایی است.

#### نکته

برای نام گذاری مجموعه‌ها از حروف بزرگ انگلیسی  $A, B, C, \dots$  استفاده می‌کنیم.

هنگام نوشتن عضوهای یک مجموعه، به نکات زیر توجه کنید:

#### نکات

- عضوها را داخل دو آکولاد می‌نویسیم.
- برای جدا کردن عضوهای مجموعه، از علامت « ، » استفاده می‌کنیم.
- عضو تکراری نوشته نمی‌شود.
- ترتیب نوشتن عضوها اهمیت ندارد.

**مثال:** مجموعه  $\{1, 2, 5, 1\}$  دارای ۴ عضو است.

(کرمانشاه - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ: عبارت نادرست است. زیرا در مجموعه عضو تکراری نوشته نمی‌شود و باید عدد "۱" فقط یکبار نوشته شود، بنابراین دارای سه عضو است.

#### تعداد عضوهای یک مجموعه

- ممکن است یک مجموعه هیچ عضوی نداشته باشد. مانند «مجموعه عددهای طبیعی بین ۸ و ۹»

- یک مجموعه می‌تواند دارای تعداد مشخصی عضو باشد. به طور مثال «مجموعه عددهای اول زوج» دارای یک عضو است و «مجموعه عددهای صحیح بین ۴- و ۴-» یک مجموعه هفت عضوی است.  $\{3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

- بعضی از مجموعه‌هایی شمار عضو دارند. مانند «مجموعه عددهای طبیعی» یا «مجموعه مضرب‌های صحیح عدد ۳»

**قرار داد:** تعداد عضوهای یک مجموعه مانند  $A$  را با  $n(A)$  نمایش می‌دهیم.

**مثال:** در مجموعه  $A = \{8, 7, 3\}$ ، عبارت  $n(A)$  برابر با ..... است.

(قزوین - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت صبح)

پاسخ: مجموعه  $A$  دارای سه عضو است، بنابراین:  $n(A) = 3$

#### نشان دادن عضو بودن یا عضو نبودن

برای نشان دادن عضو بودن، از نماد  $\in$  استفاده می‌کنیم. به طور مثال اگر  $A = \{2, 3, 5\}$  باشد و بخواهیم نشان دهیم که عدد ۲ عضو مجموعه  $A$  است، می‌نویسیم:  $2 \in A$  و می‌خوانیم «۲ عضو  $A$  است»

برای نشان دادن عضو نبودن، از نماد  $\notin$  استفاده می‌کنیم. به طور مثال اگر  $A = \{2, 3, 5\}$  باشد و بخواهیم نشان دهیم که عدد ۴ عضو مجموعه  $A$  نیست، می‌نویسیم:  $4 \notin A$  و می‌خوانیم «۴ عضو  $A$  نیست»

#### مجموعه تهی

اگر در مجموعه‌ای هیچ عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نمایش می‌دهیم.

**مثال:** عبارت «اعداد صحیح بین ۳- و ۴-» یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند.

(مازندران - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

پاسخ: درست است. زیرا بین دو عدد ۳- و ۴-، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

#### تذکر بسیار مهم

گاهی اوقات دانش آموزان مجموعه‌های  $\{\emptyset\}$  و  $\{\emptyset\}$  را با مجموعه تهی اشتباه می‌گیرند؛ در صورتی که هر کدام از این دو مجموعه، دارای یک عضو هستند.

**مثال:**  $\{\emptyset\}$  مجموعه تهی است.

(البرز - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت عصر)

پاسخ: نادرست است. مجموعه  $\{\emptyset\}$  دارای یک عضو است، بنابراین تهی نیست.

#### نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار ون

مجموعه را می‌توان با استفاده از منحنی‌ها یا خط‌های شکسته بسته نمایش داد. به این نوع نمایش، نمودار ون می‌گویند.

نمودار ون، برای درک بهتر روابط بین مجموعه‌ها بسیار مفید است.

#### درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

#### دو مجموعه برابر

اگر عضوهای دو مجموعه  $A$  و  $B$  یکسان باشند و هر عضو مجموعه  $A$ ، عضوی از مجموعه  $B$  و هر عضو مجموعه  $B$ ، عضوی از مجموعه  $A$  باشد؛ دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر هستند و می‌نویسیم:  $A = B$

**مثال:** جای خالی را در مجموعه زیر طوری کامل کنید که دو مجموعه، برابر باشند.

(همدان - خرداد ۱۴۰۲)

$$\left\{-\sqrt{25}, -\frac{24}{3}\right\} = \{-8, \dots\}$$

پاسخ: چون دو مجموعه، با هم برابرند پس دارای عضوهای یکسان هستند. اگر در جای خالی عدد ۵- (یا عبارت‌هایی که حاصل آن‌ها ۵- باشد) قرار دهیم، دو مجموعه، برابر خواهند بود.

$$-\frac{24}{3} = -8 \quad -\sqrt{25} = -5$$

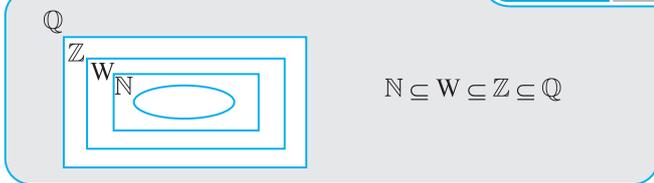
مجموعه عددهای صحیح:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه عددهای طبیعی زوج:  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$

مجموعه عددهای طبیعی فرد:  $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

مجموعه عددهای گویا:  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$

### نکته طلایی



مثال: مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x < 3\}$  را به صورت اعضا بنویسید.  
(مازندران - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت صبح)

پاسخ:  $A = \{1, 2\}$

مثال: مجموعه زیر را با عضوهایش بنویسید.  
(مازندران - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

$A = \{x - 5 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} =$

پاسخ: ابتدا باید مشخص کنیم به جای متغیر  $x$  چه عددهایی می توانیم جایگذاری کنیم. که با توجه به  $x \in \mathbb{N}, x \leq 2$ ، عددهای طبیعی که از ۲ کوچکتر یا مساوی ۲ هستند، به دست می آید؛ یعنی عددهای ۱ و ۲

سپس این دو عدد را به ترتیب در عبارت  $x-5$  قرار داده و حاصل را به دست می آوریم:

$x = 1 \quad x - 5 = 1 - 5 = -4$

$x = 2 \quad x - 5 = 2 - 5 = -3$

$A = \{-3, -4\}$

مثال: مجموعه زیر را با نمادهای ریاضی نمایش دهید.

(خوزستان - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

$A = \{x \in \dots \mid \dots\}$

پاسخ: با دقت در عضوهای مجموعه، متوجه می شویم مجموعه  $A$ ، مجموعه عددهای طبیعی بزرگتر یا مساوی ۱۷ است. پس داریم:

$A = \{17, 18, 19, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 17\}$

پاسخ را به این صورت هم می توان نوشت:

$A = \{17, 18, 19, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 16\}$

### نکته

در مثال فوق، اگر به جای مجموعه  $\mathbb{N}$ ، مجموعه  $\mathbb{Z}$  نوشته شود نیز درست است. زیرا می توان مجموعه  $A$  را به این شکل بیان کرد:  
عددهای صحیح بزرگتر یا مساوی ۱۷ (یا عددهای صحیح بزرگتر از ۱۶)

### درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه ها

#### اشتراک دو مجموعه

اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، مجموعه همه عضوهایی است که هم عضو مجموعه  $A$  و هم عضو مجموعه  $B$  هستند. این مجموعه را با نماد  $A \cap B$  نشان می دهیم.

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$

مثال: اگر دو مجموعه  $\{13, 8\}$  و  $\{2x + 1, 8\}$  برابر باشند؛ مقدار  $x$  را به دست آورید.  
(آذربایجان غربی - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ: برای برابر بودن این دو مجموعه، باید  $2x + 1 = 13$  باشد.

$2x + 1 = 13 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$

#### زیر مجموعه

اگر هر عضو مجموعه  $A$ ، عضو از مجموعه  $B$  باشد؛ مجموعه  $A$  را زیر مجموعه مجموعه  $B$  می نامیم و می نویسیم:  $A \subseteq B$

اگر بتوانیم عضوی در مجموعه  $A$  پیدا کنیم که در مجموعه  $B$  نباشد؛ مجموعه  $A$  زیر مجموعه  $B$  نیست و می نویسیم:  $A \not\subseteq B$

مثال: کدام یک از مجموعه های زیر، زیر مجموعه مجموعه  $\{2, 5, 1, 3, 6\}$  است؟

(کرمانشاه - خرداد ۱۴۰۲)

$\{1, 3, 6, 4\}$  (۱)  $\{2, 5, 1\}$  (۲)  $\{3, 6, 5, 1\}$  (۳)  $\{2, 5, 4, 6\}$  (۴)  $\{5, 2, 7, 3\}$  (۵)

پاسخ: گزینه ۲ درست است.

#### چند نکته مهم در مورد زیر مجموعه

- هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است. بنابراین برای هر مجموعه دلخواه مانند  $A \subseteq A$  داریم.
- مجموعه تهی، زیر مجموعه هر مجموعه دلخواه مانند  $A$  است؛ بنابراین داریم:  $\emptyset \subseteq A$
- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه، از رابطه  $2^n$  به دست می آید. ( $n$ ، تعداد عضوهای مجموعه است).
- برای نوشتن تمام زیر مجموعه های یک مجموعه، بهتر است به ترتیب از مجموعه هیچ عضوی (تهی) شروع کنیم و بعد تمام یک عضوی ها و سپس دو عضوی ها و ... را بنویسیم. (استفاده از راهبرد الگوسازی یا جدول نظام دار)

مثال: مجموعه  $B = \{5, 7, 9, 11\}$  چند زیر مجموعه دارد؟

پاسخ: ۱۶ زیر مجموعه  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

مثال: تمام زیر مجموعه های مجموعه عددهای طبیعی بین ۲۱ و ۲۳ را بنویسید.  
(گیلان - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

پاسخ:  $\{22\}$  = مجموعه عددهای طبیعی بین ۲۱ و ۲۳

زیرمجموعه ها:  $\{22\}, \emptyset$

#### نمایش مجموعه های اعداد

یک روش دیگر برای نمایش مجموعه ها، استفاده از نمادهای ریاضی است.

برای نوشتن یک مجموعه با نمادهای ریاضی، به دو مورد نیاز داریم:

- خاصیت مشترک عضوهای مجموعه را به صورت جبری بنویسیم.
- مشخص کنیم عددهایی که به جای متغیر می توانیم جایگذاری کنیم، متعلق به چه مجموعه ای هستند.

۳- برای ارتباط دو قسمت فوق، از علامت « $|$ » خوانده می شود «به طوری که»، استفاده می کنیم.

یادآوری:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

مجموعه عددهای طبیعی:

$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \{k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

مجموعه عددهای حسابی:

مثال: اگر  $A = \{0, 2, 4, 5\}$  و  $B = \{1, 2, 3\}$  باشند، مجموعه  $A \cap B$  را با اعضا مشخص کنید.  
(سیستان و بلوچستان - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ: تنها عضو مشترک در دو مجموعه، عدد ۲ است. بنابراین:  $A \cap B = \{2\}$

### اجتماع دو مجموعه

اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، مجموعه همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه  $A$  و  $B$  باشد. این مجموعه را با نماد  $A \cup B$  نشان می‌دهیم.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

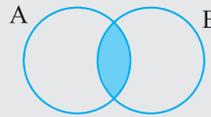
### تفاضل دو مجموعه

مجموعه  $A - B$  (منهای  $B$  از  $A$ )، مجموعه همه عضوهایی است که عضو مجموعه  $A$  هستند؛ ولی عضو مجموعه  $B$  نیستند.

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

### نکته

در نمودار ون، اشتراک دو مجموعه، قسمت‌هایی از نمودار است که بین دو مجموعه مشترک می‌باشد.



### نمایش اشتراک، اجتماع و تفاضل در نمودار ون

مثال: با توجه به نمودار مقابل، تساوی‌ها را کامل کنید.

(خراسان رضوی - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت صبح)

$$A \cup B = \quad B - A = \quad n(A \cap B) =$$

پاسخ:  $A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

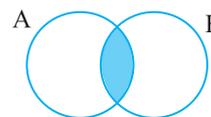


$$B - A = \{3, 6\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

مثال: در نمودار ون مقابل، قسمت رنگ شده، مجموعه ..... است.

(البرز - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت عصر)



$$A \cap B \text{ (۲)} \quad A \cup B \text{ (۱)}$$

$$B - A \text{ (۴)} \quad A - B \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲ درست است.

مثال: با توجه به مجموعه  $A = \{2, 4, 7\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ، حاصل عبارت زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید. (لرستان - خرداد ۱۴۰۲)

$$(A \cup B) - (A \cap B) =$$

پاسخ:

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 7\} - \{2, 4\} = \{1, 3, 7\}$$

### قوانین مهم در مورد اشتراک دو مجموعه

اشتراک هر مجموعه با خودش، برابر با خود همان مجموعه می‌باشد. یعنی:

$$A \cap A = A$$

اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی، برابر با مجموعه تهی می‌باشد. یعنی:

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

✓ اگر  $A \subseteq B$  باشد، اشتراک  $A$  و  $B$  برابر با مجموعه  $A$  است.  $A \cap B = A$

✓ اشتراک هر دو مجموعه، زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه است. یعنی:

$$A \cap B \subseteq A, \quad A \cap B \subseteq B$$

$$A \cap B = B \cap A$$

✓ اشتراک خاصیت جابجایی دارد. یعنی:

### قوانین مهم در مورد اجتماع دو مجموعه

✓ اجتماع هر مجموعه با خودش، برابر با خود همان مجموعه می‌باشد. یعنی:

$$A \cup A = A$$

✓ اجتماع هر مجموعه با مجموعه تهی، برابر با خود همان مجموعه می‌باشد. یعنی:

$$A \cup \emptyset = A$$

✓ اگر  $A \subseteq B$  باشد، اجتماع  $A$  و  $B$  برابر با مجموعه  $B$  است.

$$A \cup B = B$$

✓ هر مجموعه، زیرمجموعه اجتماع آن مجموعه با مجموعه‌های دیگر است. یعنی:

$$A \subseteq A \cup B, \quad B \subseteq A \cup B$$

$$A \cup B = B \cup A$$

✓ اجتماع خاصیت جابجایی دارد. یعنی:

✓ اشتراک هر دو مجموعه، زیرمجموعه اجتماع آن دو مجموعه است.

$$A \cap B \subseteq A \cup B$$

مثال: اگر  $E \subseteq F$  باشد، آن‌گاه  $E \cap F = \dots$  است. (لرستان - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

پاسخ: چون  $E \subseteq F$  است، پس اشتراک این دو مجموعه، برابر با  $E$  است.

### قوانین مهم در مورد تفاضل دو مجموعه

$$A - A = \emptyset \quad \checkmark$$

$$\emptyset - A = \emptyset \quad \checkmark$$

$$A - \emptyset = A \quad \checkmark$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \quad \checkmark$$

$$A - B \subseteq A \quad \checkmark$$

$$A - B \neq B - A \quad (A \neq B) \quad \checkmark$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A, \quad B - A = B \quad \checkmark$$

مثال: مجموعه  $A - \emptyset$  همواره زیرمجموعه مجموعه  $A$  می‌باشد.

(گلستان - خرداد ۱۴۰۲)

پاسخ:  $A - \emptyset = A$  است و چون هر مجموعه‌ای، زیرمجموعه خودش است؛ پس این عبارت درست است.

## درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

### یادآوری:

$$\text{تعداد حالت‌های مطلوب} \\ \text{تعداد همه حالت‌های ممکن} = \text{احتمال رخ دادن یک پیشامد}$$

اگر مجموعه همه حالت‌های ممکن را  $S$ ، مجموعه همه حالت‌های مطلوب را  $A$  و احتمال رخ دادن پیشامد  $A$  را با نماد  $P(A)$  نشان دهیم، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

### نکته

هر یک از زیرمجموعه‌های  $S$  را پیشامد تصادفی می‌نامیم.

**مثال:** یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که سکه «پشت» و تاس «عددی کمتر از ۴» بیاید.

پاسخ:  
 $n(S) = 2 \times 6 = 12$

$A = \{(P, 1), (P, 2), (P, 3)\}$        $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(S)}{n(A)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

**مثال:** خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. احتمال اینکه این خانواده دارای دقیقاً دو پسر باشد، چقدر است؟

(قزوین - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت صبح)  
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n(A)}{8}$

پاسخ: (حرف p نشان دهنده پسر و حرف d نشان دهنده دختر)

$n(S) = 8$

$A = \{(p, p, d), (p, d, p), (d, p, p)\}$        $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

## سوالات امتحان نهایی و احتمالی فصل اول

**الف) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.**

- مجموعه اعداد طبیعی، زیر مجموعه مجموعه اعداد صحیح است.
- مجموعه‌ای که ۳ عضو داشته باشد، ۹ زیر مجموعه دارد.
- عبارت «عددهای صحیح بین ۱- و ۰» یک مجموعه را تشکیل می‌دهد.
- مجموعه تهی، زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست.
- هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است.
- مجموعه «عددهای اول زوج» یک مجموعه تهی است.
- عضوهای مشترک مجموعه A و B را با  $A \cup B$  نشان می‌دهیم.
- مجموعه «شمارنده‌های عدد ۸» دارای ۴ زیر مجموعه است.
- در پرتاب یک تاس، احتمال آمدن اعداد زوج برابر  $\frac{1}{2}$  است.
- «اعداد طبیعی کوچکتر از صفر» یک مجموعه تهی است.
- کدام رابطه درست و کدام رابطه نادرست است؟

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{2, 3, 1\}$      

$a \in \{a, b, c\}$      

۱۲- عبارت «مجموعه جواب‌های معادله  $2x + 8 = 1$ » مشخص کننده یک مجموعه است.

۱۳- مجموعه  $A \cap B$  زیر مجموعه B است.

۱۴- اگر  $A = \{5, 6\}$  و  $B = \{5, 7\}$  باشد، آنگاه  $n(A \cup B) = 4$  است.

۱۵- مجموعه  $\{0\}$ ، زیر مجموعه هر مجموعه‌ای است.

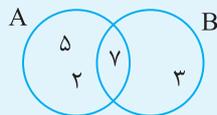
۱۶- مجموعه تهی را به صورت  $\{\emptyset\}$  نمایش می‌دهیم.

۱۷- مجموعه اعداد اول زوج، دارای ۲ زیر مجموعه است.

۱۸- عبارت «سه شهر اصفهان، تهران و تبریز» یک مجموعه را مشخص می‌کند.

۱۹- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با توجه به نمودار ون، مشخص کنید.

$\gamma \in (A \cup B)$  .....       $A \subseteq B$  .....



(شهرستان‌های تهران-۱۴۰۲)

$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

$\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \emptyset$

۲۰- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

**ب) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.**

۱- هر مجموعه‌ای زیر مجموعه ..... است.

۲- مجموعه ..... زیر مجموعه تمام مجموعه‌هاست.

(لرستان-خرداد ۱۴۰۲-نوبت عصر)

(پرتاب)

۳- یک مجموعه ۳ عضوی ..... زیرمجموعه دارد.

۴- احتمال رو شدن عدد ۳ در پرتاب یک تاس، برابر ..... است.

۵- در یک خانواده سه فرزندی، احتمال اینکه حداقل دو تا از فرزندان دختر باشد، برابر با ..... است.

۶- اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد، آن مجموعه را مجموعه ..... می نامیم.

۷- احتمال اینکه در پرتاب یک تاس عدد رو شده فرد باشد، برابر ..... است.

۸- مجموعه  $\{\emptyset\}$  دارای ..... عضو است.

۹- اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه  $A \cup B = \dots\dots\dots$  است.

۱۰- طرف دوم تساوی را کامل کنید.  $Z \cap Q = \dots\dots\dots$

۱۱- اگر  $A \subseteq B$  باشد،  $A \cap B$  برابر با مجموعه ..... است.

۱۲- مجموعه  $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$  دارای ..... عضو است.

**ج) گزینه درست را مشخص کنید.**

۱- خانواده ای دارای سه فرزند است. احتمال این که هر سه فرزند «هم جنس» باشند، چقدر است؟

الف) ۱

ب)  $\frac{1}{2}$

ج)  $\frac{1}{4}$

د)  $\frac{3}{4}$

۲- اگر دو مجموعه  $A = \{x-1, 2\}$  و  $B = \{3, 4y\}$  مساوی باشند، مقدار  $x$  برابر است با:

الف)  $x = 2$

ب)  $x = 3$

ج)  $x = 4$

د)  $x = 5$

۳- در پرتاب ۲ تاس، چقدر احتمال دارد جمع دو عدد ۸ شود؟

الف)  $\frac{8}{36}$

ب)  $\frac{5}{36}$

ج)  $\frac{1}{6}$

د) صفر

۴- کدام عبارت، یک مجموعه را مشخص می کند؟

الف) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵

ب) چهار عدد فرد متوالی

ج) پنج عدد بزرگتر از ۱۰

د) سه کتاب خوب

۵- کدام گزینه درست است؟

الف)  $Q \cup Z = \emptyset$

ب)  $N \cup Q = N$

ج)  $N \cup Z = Z$

د)  $Q \cap Z = Q$

۶- اگر تاسی را بیندازیم، احتمال اینکه هر دو عدد رو شده یکسان باشند کدام است؟

الف)  $\frac{1}{4}$

ب)  $\frac{1}{6}$

ج)  $\frac{12}{36}$

د)  $\frac{8}{36}$

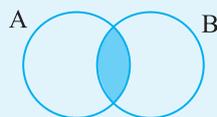
۷- با توجه به نمودار ون مقابل، قسمت هاشور خورده مربوط به کدام عبارت است؟

الف)  $B - A$

ب)  $A - B$

ج)  $A \cap B$

د)  $A \cup B$



۸- اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه  $A \cup B$  برابر است با:

الف)  $A$

ب)  $A \cap B$

ج)  $B$

د)  $\emptyset$

۹- مجموعه  $\{a, b\}$  دارای چند زیرمجموعه است؟

الف) ۱

ب) ۲

ج) ۳

د) ۴

۱۰- کدام یک از عبارتهای زیر، یک مجموعه تهی را نشان می دهد؟

الف) اعداد اول دو رقمی کوچکتر از ۱۵

ب)  $\{\emptyset\}$

ج) اعداد طبیعی بین -۱ و ۱

د) مضربهای اول عدد ۷

۱۱- اگر دو مجموعه  $\{\sqrt{25}, 3\}$  و  $\{x, 5\}$  با هم مساوی باشند، مقدار  $x$  کدام است؟

الف) ۵

ب) -۳

ج) -۵

د) ۳

۱۲- ده کارت یکسان با شمارههای یک تا ده داریم، یکی از کارتها را انتخاب می کنیم. احتمال اینکه شماره کارت عدد اول بیاید چقدر است؟ (همدان - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت صبح)

الف)  $\frac{2}{5}$

ب)  $\frac{1}{2}$

ج)  $\frac{2}{10}$

د)  $\frac{3}{5}$

(پر تکرار)

(کرمان - خرداد ۱۴۰۲)

(ایلام - خرداد ۱۴۰۲)

(البرز - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت صبح)

(پر تکرار)

(خراسان رضوی - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت صبح)

(چهارمحال و بختیاری / کرمانشاه - خرداد ۱۴۰۱)

(یزد - خرداد ۱۴۰۱)

(سمنان - خرداد ۱۴۰۱)

(کرمانشاه - خرداد ۱۴۰۱)

(مازندران - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

(اردبیل - خرداد ۱۴۰۲)

(هرمزگان - خرداد ۱۴۰۲)

(کرمان - خرداد ۱۴۰۲)

(کرمانشاه - خرداد ۱۴۰۲)

(سمنان - خرداد ۱۴۰۱)

(البرز - خرداد ۱۴۰۲ - نوبت عصر)

(اردبیل - خرداد ۱۴۰۱)

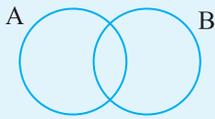
(خراسان جنوبی - خرداد ۱۴۰۱)

(قزوین - خرداد ۱۴۰۱ - نوبت صبح)

(خوزستان - خرداد ۱۴۰۱)

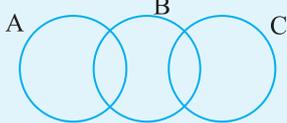
۱- در نمودار زیر، قسمت  $A - B$  را هاشور بزنید.

(همدان-خرداد۱۴۰۲)



۲- در نمودار مقابل، مجموعه خواسته شده را هاشور بزنید.

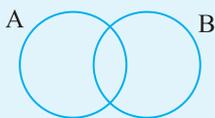
(البرز-خرداد۱۴۰۲-نوبت صبح)



$$(A \cup B) - C$$

۳- در شکل زیر، مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.

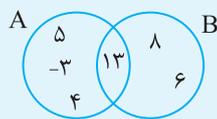
(زنجان-خرداد۱۴۰۲)



$$(A \cap B) \cup B$$

۴- با توجه به شکل مقابل، به سوال‌های زیر پاسخ دهید:

(سیستان و بلوچستان-خرداد۱۴۰۱)



الف) مجموعه  $A$  دارای چند عضو است؟

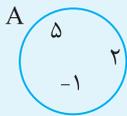
ب) مجموعه‌های زیر را با اعضا بنویسید.

$$B - A =$$

$$A \cap B =$$

۵- الف) مجموعه  $B = \{3, 5\}$  را به نمودار روبه‌رو اضافه کنید.

(اصفهان-خرداد۱۴۰۲)



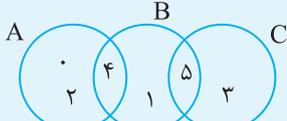
ب) با توجه به نمودار به‌دست آمده، مجموعه‌های زیر را با اعضا نشان دهید.

$$A - B =$$

$$A \cap B =$$

۶- با توجه به نمودار مقابل، تساوی‌های داده شده را کامل کنید.

(قزوین-خرداد۱۴۰۱-نوبت عصر)

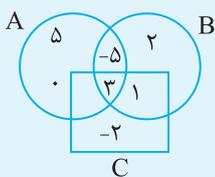


$$C - B = \text{الف)}$$

$$(A \cap B) \cup C =$$

۷- با توجه به نمودار «ون» مقابل:

(قم-خرداد۱۴۰۲-نوبت صبح)



$$A - B = \{ \quad \}$$

$$(A \cap B) \cap C = \{ \quad \}$$

\*\* با توجه به نمودار «ون» در جای خالی علامت مناسب قرار دهید. ( $\subseteq$  و  $\in$ )

$$1, 2 \square B$$

$$\{-2\} \square C$$

۸- اگر دو مجموعه  $\{2x + 1, 9\}$  و  $\{15, -3y\}$  مساوی باشند، مقدار  $x$  و  $y$  را به‌دست آورید.

(اردبیل-خرداد۱۴۰۱)

۹- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر، طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشند.

(یزد-خرداد۱۴۰۱)

$$\left\{ -\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{9}}, \dots, 7 \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \dots, -\frac{1}{5}, 5^2 \right\}$$

۱۰- اگر  $\{4a\} = \{5\}$  باشد، مقدار  $a$  را به‌دست آورید.

(خوزستان-خرداد۱۴۰۱)

۱۱- با توجه به دو مجموعه برابر زیر، جاهای خالی را کامل کنید.

(تهران-نوبت صبح)

$$\{5, \dots, 3, -1\} = \{2, \sqrt{25}, \dots, 3\}$$

۱۲- با توجه به برابری دو مجموعه، جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

(خوزستان-خرداد۱۴۰۲-نوبت صبح)

$$\{-7, 11, \dots, -\sqrt{25}\} = \{-5, 11, \dots, 2\}$$

۱۳- عضوهای مجموعه زیر را بنویسید.

(قزوین- خرداد ۱۴۰۲- نوبت صبح)

$$\{2x + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} =$$

(مرکزی- خرداد ۱۴۰۲- نوبت عصر)

(لرستان- خرداد ۱۴۰۲)

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots, 50\} =$$

(قم- خرداد ۱۴۰۲- نوبت عصر)

(مرکزی- خرداد ۱۴۰۲- نوبت صبح)

(قزوین- خرداد ۱۴۰۲- نوبت عصر)

(شهرستان‌های تهران- خرداد ۱۴۰۱- نوبت صبح)

۱۴- مجموعه  $A = \{-13, -14, -15, \dots\}$  را با زبان ریاضی (نماد ریاضی) بنویسید.

۱۵- مجموعه زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

۱۶- مجموعه  $C = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$  را با نوشتن اعضایش نشان دهید.

۱۷- مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -34 \leq x < 14\}$  را با نوشتن اعضاها مشخص کنید.

۱۸- مجموعه مقابل را به صورت توصیفی (عبارت کلامی) بنویسید.  $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 8\}$

۱۹- مجموعه‌های  $A = \{2x - 2 | x \in \mathbb{W}, x \leq 2\}$  و  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  را در نظر بگیرید.

الف) اعضای مجموعه A را بنویسید.

ب) به موارد خواسته شده، پاسخ دهید.

$$A \cap B =$$

$$A - B =$$

(چهار محال و بختیاری- خرداد ۱۴۰۱)

$$K = \{4x - 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} =$$

(قزوین- خرداد ۱۴۰۱- نوبت صبح)

$$A = \{-2x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\}$$

(قزوین- خرداد ۱۴۰۱- نوبت عصر)

$$A = \{2^x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\}$$

(گیلان- خرداد ۱۴۰۱- نوبت صبح)

(کردستان- خرداد ۱۴۰۲)

$$(A \cup \emptyset) - (B \cap A) =$$

(بوشهر- خرداد ۱۴۰۲)

$$A - B =$$

$$C \cap (A \cup B) =$$

(همدان- خرداد ۱۴۰۲)

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

۲۲- تمام زیر مجموعه‌های «مجموعه اعداد طبیعی بین ۹ و ۱۲» را بنویسید.

۲۳- مجموعه‌های  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{1, 3, 5\}$  را در نظر بگیرید و سپس مجموعه زیر را با عضوهای مشخص کنید.

۲۴- اگر  $A = \{a, b, c, d\}$  و  $B = \{c, m, n, f\}$  و  $C = \{a, c, h\}$  باشد؛

مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

۲۵- مجموعه  $A = \{-1, 2\}$  را در نظر بگیرید.

مجموعه B را با اعضایش بنویسید که اشتراک آن با مجموعه A تهی شود.

۲۶- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر یک مهره را تصادفی از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سبز نباشد؟

(چهار محال و بختیاری- خرداد ۱۴۰۱)

(خراسان شمالی- خرداد ۱۴۰۱)

(زنجان- خرداد ۱۴۰۲)

۲۷- اگر تاسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگتر باشد؟ (کل حالت‌ها و حالت‌های مطلوب نوشته شود)

۲۸- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم.

الف) تعداد کل حالت‌های ممکن چند تاست؟

ب) چقدر احتمال دارد مجموع اعداد روی هر دو تاس، ۱۰ باشد؟

ج) چقدر احتمال دارد مجموع اعداد روی هر دو تاس، حداقل ۱۰ باشد؟

۲۹- ده کارت یکسان به شماره‌های ۱۱ تا ۲۰ در اختیار داریم و از بین این کارت‌ها، یک کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد روی کارت انتخابی،

(خوزستان- خرداد ۱۴۰۲- نوبت صبح)

مضرب ۳ نباشد را محاسبه کنید.

(کرمان- خرداد ۱۴۰۲)

۳۰- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده دارای حداقل دو دختر باشد؟

(اصفهان- خرداد ۱۴۰۲)

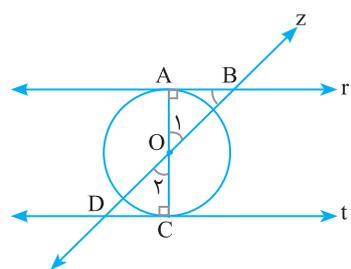
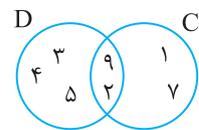
۳۱- ۶ کارت یکسان با حروف الفبای فارسی داریم.

و   ت   پ   ش   ج   ن

پیشامد را به این صورت تعریف می‌کنیم: «حرف روی کارت حداقل دو نقطه داشته باشد». ابتدا مجموعه را تشکیل دهید و سپس احتمال رخ دادن آن را به دست آورید.

ردیف	سوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب یک سکه و یک تاس ۸ حالت است. (ایلام، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) ب) عددی وجود ندارد که طبیعی و گنگ باشد. (خوزستان، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) ج) اثبات یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی برای معلوم کردن موضوعی که قبلاً مجهول بوده است. (خراسان جنوبی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) د) هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد. (خراسان رضوی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲)	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. الف) اگر یک مجموعه دارای ۴ عضو، تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر ..... است. (آذربایجان غربی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) ب) نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{5}$ ..... است. (مختوم، متناوب) (خراسان رضوی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) ج) نسبت تشابه بین دو شکل هم‌نهیشت برابر ..... است. (آذربایجان شرقی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) د) نفیسه می‌گوید: «مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ است.» برای رد کردن درستی ادعای او می‌نویسیم: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ . آنچه نوشتیم ..... است. (قزوین، صبح، خرداد، ۱۴۰۱)	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) حاصل عبارت $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$ برابر است با: (کرمان، صبح، خرداد، ۱۴۰۱) ب) کدام یک از اعداد زیر گویا است؟ (اصفهان، صبح، خرداد، ۱۴۰۱) ج) کدام دو شکل همواره باهم متشابه هستند. (قم، عصر، خرداد، ۱۴۰۲) د) کدام یک از رابطه‌های زیر نادرست است؟ (همدان، صبح، خرداد، ۱۴۰۱)	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۴	اگر $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ و $B = \{5, 8, 9, 13\}$ باشد. (یزد، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) الف) مجموعه $B - A$ را با عضوهایش بنویسید. ب) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.	۰/۱۵ ۰/۱۵
۵	مجموعه $A$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. (سمنان، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) $A = \{4x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 3\}$	۰/۱۵
۶	مجموعه مقابل را به صورت توصیفی (عبارت کلامی) بنویسید. (قزوین، عصر، خرداد، ۱۴۰۲) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 8\}$	۱
۷	در نمودار مقابل مجموعه خواسته شده را هاشور بزنید. (البرز، صبح، خرداد، ۱۴۰۲) $(A \cup B) - C$	۰/۱۵
۸	اگر دو مجموعه $\{13, 8\}$ و $\{2x + 1, 8\}$ برابر است؛ مقدار $x$ را به دست آورید. (آذربایجان غربی، صبح، خرداد، ۱۴۰۲)	۰/۱۵

ردیف	سوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر خود آن مجموعه است. ب) عددهای منفی ریشه دوم ندارند. ج) عبارت $\frac{16}{\sqrt{x}}$ یک جمله‌ای است. د) معادله $3x + 7$ بی‌شمار جواب دارد.	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب پر کنید. الف) نسبت تشابه دو شکل هم‌نهشت برابر ..... است. ب) اگر کره‌ای به شعاع R را در استوانه‌ای محاط کنیم، ارتفاع استوانه برابر با ..... است. ج) عبارت گویا کسری است که صورت و مخرج آن یک ..... است. د) هر نقطه روی ..... یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک اندازه است.	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۳	کدام گزینه نادرست است. الف) $Q \cup Q' = \mathbb{R}$ ب) $Q \cap Q' = \emptyset$ ج) $\mathbb{R} - Q' = Q$ د) $N \cup Z = \mathbb{N}$	۰/۲۵
۴	عرض از مبدأ خط $3x + 12 = -4y$ کدام است؟ الف) -۳    ب) ۳    ج) ۴    د) -۴	۰/۲۵
۵	وجه‌های جانبی یک هرم منظم ..... هستند. الف) لوزی‌های هم‌نهشت    ب) مثلث‌های هم‌نهشت    ج) مربع هم‌نهشت    د) مستطیل‌های هم‌نهشت	۰/۲۵
۶	چند جمله‌ای $\frac{7x^4 y^5 z^2}{\sqrt{2}}$ نسبت به X از درجه چند است؟ الف) $\frac{y}{\sqrt{2}}$ ب) ۱۲    ج) ۴    د) ۷	۰/۲۵
۷	اگر مجموعه $A = \{2x - 5, 4, 7\}$ و $B = \{1, 4, y\}$ مقدار X و Y را به دست آورید.	۰/۵
۸	با توجه به نمودار ون رو به رو اعضای مجموعه‌های خواسته شده را بنویسید. الف) $D \cap C = \{ \quad \}$ ب) $C - D = \{ \quad \}$	۰/۵ ۰/۵
۹	الف) مجموعه رو به رو را روی محور نشان دهید. ب) بین ۲ و ۳، دو عدد گنگ بنویسید.	۰/۵ ۰/۵
۱۰	با تکمیل استدلال زیر، ثابت کنید دو مثلث ABO و OCD با هم هم‌نهشتند. $\left. \begin{array}{l} \dots = \widehat{O_r} \\ \dots = \widehat{AO} \\ \widehat{A} = \dots \end{array} \right\} \xrightarrow{(\dots)} \triangle OAB \cong \triangle OCD$	۱



ردیف	سوالات	نمره
۱۱	الف) حاصل عبارت زیر را به صورت توان دار بنویسید. $\frac{2^{-3} \times 3^7}{3^{-2} \times 2^6} =$	۰/۵
	ب) نماد علمی عدد $0.7983$ را بنویسید. ج) عبارت مقابل را ساده کنید. د) مخرج کسر زیر را گویا کنید. $-\sqrt{27} + 7\sqrt{3} =$	۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۵
۱۲	الف) حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد بنویسید. ب) عبارتهای زیر را تجزیه کنید. ج) نامعادله زیر را حل کنید. $\frac{4x+7}{5} \leq 2x-1$	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۵ ۱
۱۳	الف) معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد. ب) خط به معادله $y = -2x + 6$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. ج) شیب خطی که موازی محور طول ها باشد چقدر است؟	۱ ۰/۷۵ ۰/۲۵
۱۴	دستگاه معادله خطی مقابل را حل کنید. $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -3x + 7y = -1 \end{cases}$	۱
۱۵	الف) عبارت $\frac{3x-5}{2x(x+4)}$ به ازای چه مقدار $x$ تعریف شده است؟ ب) حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید. $\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} =$	۰/۵ ۱ ۰/۷۵
۱۶	تقسیم زیر را انجام دهید، خارج قسمت و باقیمانده را مشخص کنید. $x^3 + 6x^2 + 8 \quad   \quad x+2$	۱
۱۷	الف) مساحت و حجم نیم کره‌ای به شعاع ۳ را به دست آورید. ب) حجم هرمی که قاعده آن مربع به ضلع ۷ سانتی متر و ارتفاع آن ۹ سانتی متر باشد، را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است). ج) حجم مخروطی که شعاع قاعده آن ۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۶ سانتی متر است را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است).	۱ ۰/۷۵ ۰/۷۵
۲۰	جمع نمرات	(موفق باشید)



## فصل اول

الف) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

۱- درست است.

۲- نادرست است. زیرا  $2^3 = 8$

۳- درست است. بین دو عدد ۰ و ۱- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد و در واقع این عبارت یک مجموعه تهی را تشکیل می‌دهد.

۴- درست است.

۵- درست است.

۶- نادرست است. عدد ۲ یک عدد اول و زوج است، بنابراین عضو این مجموعه می‌باشد، پس این مجموعه تهی نیست.

۷- نادرست است.

۸- نادرست است. مجموعه شمارنده های عدد ۸ یک مجموعه ۴ عضوی است.

(عددهای ۱ و ۲ و ۴ و ۸ شمارنده های ۸ هستند). مجموعه‌ای که ۴ عضو داشته باشد، تعداد  $2^4 = 16$ ، زیرمجموعه دارد.

۹- درست است.

۱۰- درست است. زیرا عدد طبیعی کوچکتر از صفر، وجود ندارد.

۱۱-   $a \in \{a, b, c\}$

$\{1, 2, 3\} \not\subseteq \{2, 3, 1\}$  هر مجموعه‌ای، زیرمجموعه خودش است.

۱۲- درست  $x = \frac{-7}{2}$   $2x + 8 = 1$   $2x = 1 - 8 = -7$

۱۳- درست

۱۴- نادرست است.  $n(A \cup B) = 3$   $A \cup B = \{5, 6, 7\}$

۱۵- نادرست است. مجموعه ای که زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست مجموعه تهی است. اما این مجموعه یک عضو دارد و تهی نیست.

۱۶- نادرست است. مجموعه  $\{\emptyset\}$  یک عضو دارد.

۱۷- درست است. مجموعه اعداد اول زوج، یک مجموعه یک عضوی است و فقط عدد

۲ عضو این مجموعه است. پس  $2^2 = 4$  زیر مجموعه دارد.

۱۸- درست است. چون اعضا کاملا مشخص است.

۱۹-   $\gamma \in (A \cup B)$    $A \subseteq B$

۲۰-   $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$    $\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \emptyset$  چون  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$  است و هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است.

ب) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۱- خودش

۲- تهی

۳-  $(2^2 = 8)$  ۸

۴-  $\frac{1}{6}$

۵-  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

۶- تهی

۷-  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

۸- یک

۹- B

۱۰-  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$

۱۱- A

۱۲- دو

ج) گزینه درست را مشخص کنید.

۱- گزینه ج  $(\frac{1}{4} = \frac{1}{4})$  دو حالت که هر سه فرزند، همجنس باشند: (پ،پ،پ) و (د،د،د)

۲-  $x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4$

گزینه ج

۳- گزینه ب  $(\frac{5}{36})$

حالت‌هایی که جمع دو عدد ۸ می‌شود: (۴ و ۴) (۳ و ۵) (۲ و ۶) (۱ و ۷)

۴- گزینه الف

۵- گزینه ج زیرا:  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

۶- گزینه ب  $(\frac{6}{36} = \frac{1}{6})$

حالت‌هایی که هر دو عدد یکسان باشند: (۱ و ۱) (۲ و ۲) (۳ و ۳) (۴ و ۴) (۵ و ۵) (۶ و ۶)

۷- گزینه ج

۸- گزینه ج

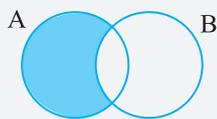
۹- گزینه د  $(2^2 = 4)$

۱۰- گزینه ج

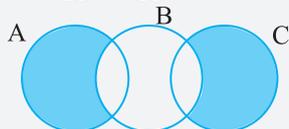
۱۱- گزینه د  $(\sqrt{25} = 5)$  پس X باید مساوی ۳ باشد.

۱۲- گزینه الف  $(\frac{4}{10} = \frac{2}{5})$ ؛ زیرا چهار عدد اول کوچکتر از ۱۰ داریم.

د) به سوالات زیر پاسخ دهید.



۱-  $A - B$



۲-  $(A \cup B) - C$



۳-  $(A \cap B) \cup B$

(ح) گزینه ب صحیح است، می‌دانیم که عدد  $\sqrt{45}$  یک عدد گنگ ما بین دو اعداد طبیعی متوالی ۶ و ۷ است لذا:

$$6 < \sqrt{45} < 7 \rightarrow 1+6 < 1+\sqrt{45} < 1+7 \rightarrow 7 < 1+\sqrt{45} < 8$$

(خ) گزینه د صحیح است.

در گزینه الف مجموعه اعداد طبیعی زیر مجموعه‌ای از مجموعه اعداد صحیح است و باید نوشته شود  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$

در گزینه ب  $\sqrt{3}$  یک عدد گنگ است و لذا  $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}'$

در گزینه ج از آنجا که  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$  است لذا  $\mathbb{N} - \mathbb{Q} = \emptyset$

۴- طبق نکته بیان شده در درسنامه، مجموعه‌ی اعداد گویا و اعداد گنگ دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند ( $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$ ) که از اجتماع آنها مجموعه اعداد حقیقی بدست می‌آید ( $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$ ) حال از آنجا که اعداد گنگ زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی هست بنابراین  $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}'$



۵- می‌دانیم که عدد  $\sqrt{3}$  یک عدد گنگ ما بین دو اعداد طبیعی متوالی ۱ و ۲ است لذا:

$$1 < \sqrt{3} < 2 \rightarrow 1+1 < 1+\sqrt{3} < 2+1 \rightarrow 2 < 1+\sqrt{3} < 3$$

۶- الف) از آنجا که  $1 < \sqrt{2}$  است لذا اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق منفی شده و باید عبارت درون قدرمطلق را قرینه کرده و از قدرمطلق خارج می‌کنیم. لذا داریم:

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$$

ب) از آنجا که  $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5}$  است لذا اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق منفی شده و باید عبارت درون قدرمطلق را قرینه کرده و از قدرمطلق خارج می‌کنیم لذا داریم:

$$|2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$$

ت) از آنجا که  $3 = \sqrt{9} < \sqrt{10}$  است لذا اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق منفی شده و باید عبارت درون قدرمطلق را قرینه کرده و از قدرمطلق خارج می‌کنیم لذا داریم:

$$|\sqrt{10} - 3| + |-\sqrt{5}| = -(\sqrt{10} - 3) + \sqrt{5} = 3 - \sqrt{10} + \sqrt{5} = 3$$

۷- الف) در محور فوق، از نقطه ۲ تا ۳ یک پاره خط رسم شده و از آنجا که نقطه ابتدایی و انتهایی توخالی رسم شده، لذا این نقاط عضوی از مجموعه نیستند و بنابراین:

$$\{x | x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$$

ب) در محور فوق، از نقطه ۱ تا منفی بینهایت یک نیم خط رسم شده و از آنجا که نقطه (-۱) توپر رسم شده، لذا این نقطه عضوی از مجموعه است و بنابراین:

$$\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -1\}$$

۸- الف) ابتدا از نقطه ۲ تا نقطه ۳ یک پاره خط رسم کرده و سپس از آنجا که نقطه انتهایی مجموعه (+۳) عضوی از مجموعه است لذا در این نقطه از دایره توپر استفاده می‌کنیم.



ب) ابتدا از نقطه ۱ تا منفی بینهایت یک نیم خط رسم کرده و سپس از آنجا که نقطه (-۱) عضوی از مجموعه است لذا در این نقطه از دایره توپر استفاده می‌کنیم.

ب) مجموعه اعداد صحیح زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی است لذا  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$  و از طرفی از آنجا که مجموعه اعداد طبیعی نیز زیر مجموعه‌ای از اعداد صحیح است داریم:  $(\mathbb{R} \cap \mathbb{Z}) \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$

ت) مجموعه‌ی اعداد گویا و اعداد گنگ دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و لذا اشتراک این دو مجموعه، مجموعه تهی است.

ج) اگر در تجزیه مخرج یک کسر ساده‌نشده، تنها عامل‌های اول ۲ یا ۵ یا هر دو عامل مشاهده شود، عدد اعشاری حاصل از آن کسر، یک عدد اعشاری مختوم است لذا از آنجا که  $2 \times 2 \times 5 = 20$  و  $2 \times 11 = 22$  لذا کسر  $\frac{2}{11}$  مختوم است.

چ) اعداد حقیقی

ح) از آنجا که اجتماع دو مجموعه اعداد گنگ و گویا، مجموعه اعداد حقیقی است، لذا هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است.

خ) بین هر دو عدد گنگ دلخواه، بیشمار عدد گنگ دیگر وجود دارد.

۲- الف) گزاره فوق نادرست است زیرا در تجزیه مخرج کسر ساده‌نشده  $\frac{1}{8}$ ، تنها عامل اول ۲ پدیدار می‌شود ( $8 = 2 \times 2 \times 2$ ) لذا عدد اعشاری حاصل از این کسر، یک عدد اعشاری مختوم است.

ب) گزاره فوق نادرست است، زیرا در محور فوق، نقطه ۱- توخالی رسم شده، لذا این نقاط عضوی از مجموعه نیست.

ت) گزاره فوق صحیح است، زیرا در تجزیه مخرج کسر ساده‌نشده  $\frac{3}{8}$ ، تنها عامل اول ۲ پدیدار می‌شود ( $8 = 2 \times 2 \times 2$ ) لذا عدد اعشاری حاصل از این کسر، یک عدد اعشاری مختوم است.

۳- الف) گزینه ۳- از آنجا که  $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5}$  است لذا اگر حاصل عبارت درون قدرمطلق منفی شده و باید عبارت درون قدرمطلق را قرینه کرده و از قدرمطلق خارج می‌کنیم لذا داریم:

$$|\sqrt{5} - 2| = -(\sqrt{5} - 2) = 2 - \sqrt{5}$$

ب) گزینه ج صحیح است.

$$\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36} \rightarrow 5 < \sqrt{35} < 6$$

$$\sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36} \rightarrow 5 < \sqrt{31} < 6$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25} \rightarrow 4 < \sqrt{23} < 5$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16} \rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

ت) گزینه الف صحیح است- اگر در تجزیه مخرج یک کسر ساده‌نشده، علاوه بر عامل‌های اول ۲ یا ۵ یا هر دو، عامل اول دیگری نیز مشاهده شود، عدد اعشاری حاصل از آن کسر، یک عدد اعشاری متناوب مرکب است. همانطور که مشاهده می‌شود شرایط ذکر شده فقط در مورد کسر  $\frac{2}{35}$  برقرار است.

ث) گزینه الف صحیح است - از آنجا که در تجزیه مخرج کسر ساده‌نشده فوق، هیچکدام از عامل‌های اول ۲ یا ۵ مشاهده نشود، عدد اعشاری حاصل از کسر  $\frac{11}{3}$ ، یک عدد اعشاری متناوب ساده است.

ج) گزینه ج صحیح است، می‌دانیم که عدد  $\sqrt{5}$  یک عدد گنگ ما بین دو اعداد طبیعی متوالی ۲ و ۳ است لذا:

$$2 < \sqrt{5} < 3 \rightarrow 1+2 < 1+\sqrt{5} < 1+3 \rightarrow 3 < 1+\sqrt{5} < 4$$

چ) گزینه الف صحیح است، از آنجا که مجموعه اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ ) زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ ) است لذا  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$